

# 在垄断市场中产品创新和过程创新的投资最优化分析

刘 京, 杜跃平

(西安电子科技大学 人文学院, 陕西 西安 710071)

摘 要: 运用比较静态法, 通过对比分析单独投资产品创新、单独投资过程创新和同时投资产品创新和过程创新3种情形, 发现在垄断市场中产品创新和过程创新具有互补性——同时投资两种创新时的投资收益水平最优。据此得出结论: 对产品创新和过程创新应该实行整合管理。

关键词: 互补性; 产品创新; 过程创新; 创新整合管理

中图分类号: F406.3

文献标识码: A

文章编号: 1001-7348(2008)07-0023-04

## 0 引言

自主创新战略要求我们深入学习和研究创新管理之道, 本文的模型试图说明一条简单的创新管理规则——企业应该对产品创新和过程创新进行整合管理, 以实现投资的最优化。

本文在分析中主要运用了比较静态学。Samuelson是最早研究比较静态学的经济学家, 最近由于超模博弈理论的进展, 比较静态学再一次受到关注。最初由Topkis<sup>[1]</sup>引进, 经Milgram<sup>[2]</sup>、Vives<sup>[3]</sup>、Amir<sup>[4]</sup>和其他人的进一步发展, 互补性问题已经成为博弈研究中一个非常重要的主题。互补性研究方法被广泛应用于管理领域, 其中关于创新管理的研究就是一个典型的应用。很多学者对产品创新和过程创新进行了很深入的研究。以前的研究主要集中在这两种创新活动的先后选择上, 而近期以来, 研究者开始强调当两种创新活动同时采用时可能出现的互补性。

Athey和Schmutzler分析了公司战略决策可能影响短期的创新活动, 他们认为对研发能力的投资能够增加未来产品创新和过程创新的机会。产品创新会引起需求曲线的向上移动, 而过程创新会降低生产的边际成本。笔者主要集中研究在什么情况下产品创新和过程创新会有互补性, 和当公司同时采用两种创新类型时如何使次要的创新类型的投资回报达到最优。这是在鼓励公司同时进行这两种创新<sup>[5]</sup>。

Lin和Saggi研究了不同产品在双寡头市场的Bertrand竞争和Cournot竞争中产品创新和过程创新的关系。按照传统的关于采用时机的观点, 他们构造了一个3阶段博

弈: 公司首先投资产品创新, 然后投资过程创新, 最后在价格和产量方面展开竞争。在这个模型中, 产品创新通过降低产品的可替代性来影响产品的差别化程度。两种研发对于产出的影响导致了一个双向的互补性, 一个方向上的投资会使另一方向的投资更有吸引力。所以, 公司在能充分保证过程创新时会增加对产品创新的投资<sup>[6]</sup>。Andrea Mantovani从过程创新入手, 比较分析了在产品创新和过程创新的各种选择组合中投资的收益水平, 并得出产品创新和过程创新存在互补性的结论<sup>[7]</sup>。

本文从产品创新入手, 分析了垄断市场中3种情形的投资收益水平, 论证了对产品创新和过程创新进行整合管理的必要性。第一部分提出了模型假设; 第二部分分析单独投资过程创新时垄断者的均衡收益水平; 第三部分分析了单独投资产品创新时垄断者的均衡收益水平; 第四部分分析同时投资产品创新和过程创新时垄断者的均衡收益水平; 第五部得出了本文的结论。

## 1 模型假设

在此, 我们作如下假设: 某垄断企业既可以投资产品创新也可以投资过程创新, 产品创新可以通过改变消费者愿意支付的初始价格来移动需求曲线, 而过程创新可以改变企业生产产品的边际成本。

设在垄断市场中某产品的需求曲线为:

$$P=a-bq \quad (1)$$

其中,  $a$ 表示消费者愿意支付的初始价格,  $b$ 表示需求函数的斜率。同时设垄断企业在生产过程中, 能以边际成本  $c$  制造同质的产品, 且不会发生任何固定成本。则垄断

收稿日期: 2007-03-22

作者简介: 刘京(1981-), 男, 湖南长沙人, 管理学硕士, 西安电子科技大学人文学院助教, 研究方向为技术创新管理; 杜跃平(1958-), 男, 四川邛崃人, 西安电子科技大学人文学院教授、博士生导师, 研究方向为技术创新管理。

者的利润函数为:

$$\pi = (p - c)q \tag{2}$$

求利润的极大值,得到均衡产量为:  $q = \frac{a-c}{2b}$ , 则均衡利润为:

$$\pi = \frac{(a-c)^2}{4b} \tag{3}$$

下面我们分析创新对垄断者的利润函数的影响。

### 2 投资产品创新的收益分析

假设产品创新的投资收益递减, 可设产品创新的成本函数为  $f_1(x) = \frac{x^2}{2}$ ,  $x$  表示初始价格的增量,  $\frac{1}{\mu}$  表示产品创新的效率,  $\mu$  的值越大, 产品创新的成本越高(也就是说效率越低), 反之亦然。产品创新将导致需求曲线向外移动, 则垄断者的利润函数变为:

$$\pi = \frac{(a-c+x)^2}{4b} - \frac{x^2}{2} \tag{4}$$

当  $\mu > \frac{1}{2b}$  时, 该利润函数关于  $x$  是凹函数, 由一阶条件得到产品创新投资的均衡水平为:

$$x^* = \frac{a-c}{2b-1} \tag{5}$$

按照现实情况, 初始价格不可能无限制地增大, 为设定  $x$  可行域, 假设初始价格值不能超过参数  $a+a$  ( $a > 0$ ), 所以产品创新最优投资水平的上界为:  $x^* \leq a$ , 当

$$\mu \geq \frac{a+c}{2ab} \text{ 时, } x^* \text{ 在可行域内。}$$

易知  $\mu > \frac{1}{2b}$ , 当  $\frac{1}{2b} < \mu < \frac{a+c}{2ab}$  时,  $x^*$  超出了可行域。垄断者令  $x = a$ , 得:

$$\pi = \frac{(a+c)^2 - 2b a^2}{4b} \tag{6}$$

易证:  $\pi > \pi^* > 0$ 。

当  $\mu < \frac{1}{2b}$  时, 垄断者选择最优投资水平  $x^*$ , 获得利润为:

$$\pi = \frac{(a-c)^2}{2(2b-1)} \tag{7}$$

最后, 在  $0 < \mu < \frac{1}{2b}$  时, 利润函数关于  $x$  是凸函数, 比较  $\pi(a)$  (当  $x = a$ ) 和  $\pi^*$  (当  $y = 0$ ), 容易得出  $\pi > \pi^*$ 。由于创新活动的效率很高 ( $\mu$  很小), 生产者尽可能地选择投资产品创新 (即令  $x = a$ )。

我们将上面的讨论小结如下:

当  $0 < \mu < \frac{1}{2b}$ , 产品创新的效率很高, 企业选择  $x = a$  获得利润  $\pi$ ; 当  $\frac{1}{2b} < \mu < \frac{a+c}{2ab}$  时, 过程创新的效率降低, 企业选择  $x = x^* < a$ , 获得利润  $\pi^*$ 。

### 3 投资过程创新的收益分析

同样, 假设过程创新的投资收益递减, 可设过程创新的

成本函数为  $f_2(y) = \mu \frac{y^2}{2}$ ,  $y$  表示过程创新导致的边际成本  $c$  的减量,  $\frac{1}{\mu}$  表示过程创新投资的效率。投资过程创新时, 垄断者的利润函数为:

$$\pi = \frac{(a-c+y)^2}{4b} - \mu \frac{y^2}{2} \tag{8}$$

当  $\mu > \frac{1}{2b}$  时, 利润函数具有凹性。使用一阶条件, 得到过程创新的均衡投资水平为:

$$y^* = \frac{a-c}{2b\mu-1} \tag{9}$$

按照现实情况, 生产成本不能为负, 即  $y \geq c$ , 投资导致生产边际成本的减量不能超过  $c$ 。

当  $\mu \geq \frac{a}{2bc}$  时, 可以保证  $y^* \geq c$ 。

易知  $\mu > \frac{1}{2b}$ 。当  $\frac{1}{2b} < \mu < \frac{a}{2bc}$ , 利润函数具有凹性。但是  $y$  的值超出了可行域, 将出现负的生产成本。此时, 垄断者令  $y = c$  时, 获得的利润为:

$$\pi = \frac{a^2 - 2bc^2\mu}{4b} \tag{10}$$

易证:  $\pi > \pi^* > 0$ 。

当  $\mu < \frac{a}{2bc}$  时, 垄断者可以选择最优投资水平  $y^*$  获得利润:

$$\pi^* = \frac{\mu(a-c)^2}{2(2b\mu-1)} \tag{11}$$

最后, 当  $0 < \mu < \frac{1}{2b}$  时, 利润函数关于  $y$  具有凸性, 比较  $\pi(c)$  (当  $y = c$ ) 和  $\pi^*$  (当  $x = 0$ ), 容易得出  $\pi > \pi^*$ 。由于创新活动的效率很高 ( $\mu$  很小), 生产者尽可能地选择投资过程创新 (即令  $y = c$ )。

我们将上面的讨论小结如下:

当  $0 < \mu < \frac{1}{2b}$ , 过程创新的效率很高, 企业选择  $y = c$  获得利润  $\pi$ ; 当  $\frac{1}{2b} < \mu < \frac{a}{2bc}$  时, 过程创新的效率降低, 企业选择  $y = y^* < c$ , 获得利润  $\pi^*$ 。

### 4 同时投资产品创新和过程创新的收益分析

为了证明产品创新和过程创新具有互补性, 下面分析企业同时投资产品创新和过程创新的情形, 其利润函数为:

$$\pi_{xy} = \frac{(a-c+x+y)^2}{4b} - \frac{x^2}{2} - \mu \frac{y^2}{2} \tag{12}$$

该函数的海塞矩阵为:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \pi_{xy}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \pi_{xy}}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 \pi_{xy}}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \pi_{xy}}{\partial y^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-2b}{2b} & \frac{1}{2b} \\ \frac{1}{2b} & \frac{1-2b\mu}{2b} \end{bmatrix} \tag{13}$$

当  $\frac{\partial^2 \pi_{xy}}{\partial x^2} < 0$ ,  $\frac{\partial^2 \pi_{xy}}{\partial y^2} < 0$  和  $\frac{\partial^2 \pi_{xy}}{\partial x^2} \times \frac{\partial^2 \pi_{xy}}{\partial y^2} > (\frac{\partial^2 \pi_{xy}}{\partial y \partial x})^2$  时,

利润函数为凹函数<sup>[8]</sup>。通过计算, 易得  $\mu > \frac{1}{2b}$ ,  $\mu > \frac{1}{2b}$  和  $\mu > \frac{1}{3b}$ 。

$\frac{\mu}{2b\mu-1}$ 时, 利润函数为凹函数。此时, 存在极值, 并且易知  $\mu > \mu_0$ 。于是得到:

$$\frac{\partial^2 \pi_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \pi_{xy}}{\partial y \partial x} = \frac{1}{2b} > 0 \quad (14)$$

按照 Topkis, 当交叉偏导数为正时, 函数具有超模性 (supermodular), 两变量之间存在互补性, 一个变量的增加, 会增加执行另一个变量的利润<sup>[1]</sup>。经济学上的解释是: 过程创新投资边际收益随着产品创新投资的增加而增加。由于超模性是一个双向的互补关系, 同样, 随着过程创新投资的增加, 产品创新的边际收益增加。

当利润函数为凹函数时, 生产者的均衡投资水平分别是:

$$x^*_{xy} = \frac{\mu(a-c)}{2b\mu - \mu} > 0 \quad (15)$$

$$y^*_{xy} = \frac{(a-c)}{2b\mu - \mu} > 0 \quad (16)$$

显然,  $\mu > \mu_0$  时, 企业更多地投资于过程创新 (产品创新), 创新的投资组合取决于两种创新活动的相对效率。

易证:  $x^*_{xy} > x^*$  和  $y^*_{xy} > y^*$ 。

由于存在互补性, 与仅进行一种创新活动相比, 同时进行产品创新和过程创新时的均衡投资水平更高。

把式 (15) 和式 (16) 代入式 (12) 中, 得均衡利润为:

$$\pi^*_{xy} = \frac{(a-c)^2 \mu}{2(2b\mu - \mu)} > 0 \quad (17)$$

显然比式 (7) 和式 (11) 要高。

下面我们分析企业产品创新投资和过程创新投资的可行域。

引理 1: 当  $\mu > \frac{(a+c)\mu}{a(2b\mu-1)}$  和  $\mu > \mu_3$ ,  $x^*_{xy} < a$ ;

引理 2: 当  $\mu > \frac{c\mu}{2bc\mu-a}$  和  $\mu > \mu_3$ ,  $y^*_{xy} < c$ , 并且, 当

$\mu > \mu_0 = \frac{a+c}{2bc}$  时,  $\mu > \mu_0$

在图 1 中, 描绘了创新投资在平面内的可行区域:

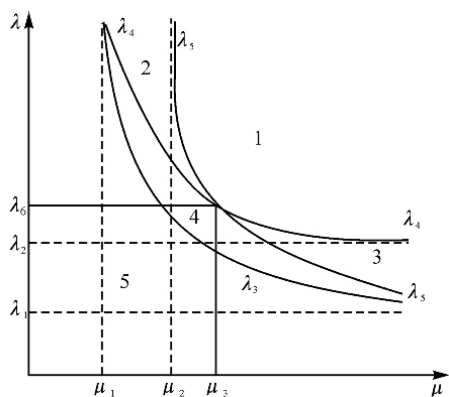


图 1 创新投资的可行域

在区域 1, 当  $\mu > \max\{\mu_4, \mu_5\}$ , 企业可以选择式 (15) 和式 (16)。取均衡投资水平时投资两种创新时的利润高于只投资一种创新时的利润。

在区域 2, 当  $\mu < \mu_3$  和  $\mu_4 < \mu < \mu_5$  时, 过程创新投资存在市场约束。企业设定最优的投资水平为  $y=c$ 。当  $\mu > \mu_1$ , 利润函数的凹性存在, 重新计算过程创新的均衡投资水平, 得到:

$$\hat{x}_c = \frac{a}{2b-1} \quad (18)$$

易证  $\hat{x}_c < \hat{x}_c < x^*_{xy}$

过程创新的均衡投资水平仍然高于只投资一种创新时的水平, 但是小于无约束时的水平。由于存在较弱的互补性, 产品创新低于最优水平。只需  $\mu > \mu_6 = \frac{a+c}{2b}$ , 就可以保证

$\hat{x}_c < a$ , 区域 2 可以扩大到:  $\mu < \mu_3$   $\mu_6 < \mu < \mu_5$ , 该区域的均衡利润变成:

$$\hat{\pi}_c = \frac{a^2 - c^2 \mu (2b-1)}{2(2b-1)} > 0 \quad (19)$$

易证:  $\hat{\pi}_c < \pi^*_{xy}$

通过与该区域的可行选择——  $x^*$ ,  $y^*$  (当  $\mu < \mu_1$ ) 和  $\hat{\pi}_c$  (当  $0 < \mu < \mu_1$ ) 相比较, 容易得出  $\hat{\pi}_c$  是最高的利润。因此在区域 2, 虽然垄断者的过程创新存在市场约束, 但是仍然存在充分的互补性使垄断者选择同时投资两种创新活动。

在区域 3, 当  $\mu > \mu_3$  和  $\mu_5 < \mu < \mu_4$ , 我们面临一种与区域 2 相反的情形, 但结果是类似的, 垄断者选择的投资水平为  $x=a$ , 当  $\mu > \mu_1$  时, 利润函数凹性存在, 重新计算产品创新的最优投资水平, 得到:

$$\hat{y}_a = \frac{a+c}{2b\mu-1} \quad (20)$$

易证:  $\hat{y}_a < \hat{y}_a < y^*_{xy}$

只需  $\mu > \mu_3 = \frac{a+c}{2bc}$ , 就可以保证  $\hat{y}_a < c$ , 所以这个区域可以扩大到  $\mu < \mu_3$   $\mu_5 < \mu < \mu_4$ 。该区域的均衡利润为:

$$\hat{\pi}_a = \frac{\mu(a+c)^2 - (2b\mu-1)a^2}{2(2b\mu-1)} > 0 \quad (21)$$

由于过程创新投资约束的存在, 降低了产品创新的均衡投资水平和均衡利润。通过与该区域的各种可能的选择——  $x^*$ ,  $y^*$  和  $\hat{\pi}_a$  相比较, 可能得出  $\hat{\pi}_a$  是其中最高的利润。互补性使垄断者选择同时投资两种创新活动。

在区域 4,  $\mu < \mu_3$   $\mu_6 < \mu < \mu_3$ , 利润函数是凹函数, 但是产品创新和过程创新都存在约束。所以企业不能达到最优投资水平, 企业可以令  $x=a$  和  $y=c$ , 得到利润为:

$$\hat{\pi}_{ac} = \frac{(a+c)^2 - 2ba^2 - 2bc^2 \mu}{4b} \quad (22)$$

通过与该区域可行的选择——  $x^*$ ,  $y^*$ ,  $\hat{\pi}_c$ ,  $\hat{\pi}_a$  比较, 可得出  $\hat{\pi}_{ac}$  的值最大。互补性仍然存在, 企业选择同时投资两种创新活动。

在区域 5,  $\mu < \mu_3$   $\mu_6 < \mu < \mu_3$ , 利润函数不具备凹性, 且存在产品创新和过程创新的投资约束, 尤其在  $\mu < \mu_1$   $\mu < \mu_1$  时, 利润函数为凸函数。但是, 我们比较该区域各种可行

的选择  $\hat{x}_y, \hat{y}_x, c_1, a$  和  $\hat{a}_c, c_2$  可得出  $\hat{a}_c$  的值最大。企业仍然选择同时投资两种创新活动。

通过上面的讨论可以小结如下:

- (1) 在区域  $\mu > \max\{c_1, c_2\}$  内,  $x = \hat{x}_y, y = \hat{y}_x$  和  $\pi = \pi_{xy}$ ;
- (2) 在区域  $\mu < \mu_3, c_1 < c_2$  内,  $x = \hat{x}_c, y = c$  和  $\pi = \hat{\pi}_c$ ;
- (3) 在区域  $\mu > \mu_3, c_1 < c_2$  内,  $x = a, y = \hat{y}_a$  和  $\pi = \hat{\pi}_a$ ;
- (4) 在区域  $\mu < \mu_3, c_1 > c_2$  内,  $x = c, y = a$  和  $\pi = \hat{\pi}_{ac}$ 。

有人认为前面论证的结果受到线性需求函数的重大影响。其实,即使考虑一个更复杂的成本或需求函数,结果也一样,笔者选择分析了一个简单的情形,因为在这种情况下,可以综合考虑技术和需求因素;同时由于结构简单,在存在市场约束时也得出均衡解。本文证明了在垄断市场中产品创新和过程创新具有互补性这一结论,在其它类型的市场也适用(可以通过放宽条件来论证,不过过程可能相对复杂一些)。

### 5 结语

从以上分析中,可以得出如下结论:不论是否存在市场约束,过程创新和产品创新的均衡投资水平都存在互补性,企业始终选择同时投资两种创新活动。创新活动的相对效率和关于市场需求和成本结构方面的初始条件,决定了创新投资的最优投资组合。

在管理实践中,企业往往忽视产品创新和过程创新之间存在的这种内在联系。笔者认为,应该对产品创新和

过程创新进行整合管理——统筹资源、综合管理,通过同时采用产品创新和过程创新来获得这种互补性,以实现资源配置的最优化和效益的最大化。

#### 参考文献:

- [1] Topkis, D. Minimizing a Submodular Function on a Lattice [J]. *Operations Research*, 1978, 26: 305~321.
- [2] Milgrom, P. and J. Roberts. Complementarities and Fit: Strategy, Structure, and Organizational Change in Manufacturing [J]. *Journal of Accounting and Economics*, 1995, 19: 179~208.
- [3] Vives, X. Nash Equilibrium with Strategic Complementarities [J]. *Journal of Mathematical Economics*, 1990, 19: 305~321.
- [4] Amir, R. Cournot Oligopoly and the Theory of Supermodular Games [J]. *Games and Economic Behavior*, 1996, 15: 132~148.
- [5] Athey, S. and Schmutzler, A. Product and Process Flexibility in an Innovative Environment [J]. *RAND Journal of Economics*, 1995, 26:557~574.
- [6] Lin P. and K. Saggi. Product Differentiation, Process R&D, and the Nature of Market Competition [J]. *European Economic Review*, 2002, 46: 201~211.
- [7] Andrea Mantovani. Complementarity Between Product and Process Innovation in a Monopoly Setting [D]. *Universit  Catholique de Louvain*, 2005.
- [8] [美] 高山晟. 经济学中的分析方法 [M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2001.

(责任编辑: 赵贤瑶)

## Analysis of Optimal Investment Decision for Product Innovation and Process Innovation in a Monopoly Market

Abstract: By theory of comparative statics, first it considers the possibility for the firm of only product innovation investment, process innovation investment, simultaneous investment in both activities. It shows that both investment levels as well as the profit are higher than than in case of individual investment in a Monopoly Market. Product and process innovations are complementary. So it proposes that firms should integrate product and process innovation in practice.

Key Words: Complementarity; Product Innovation; Process Innovation