

刘雪峰, 凡友华, 陈晓非. Rayleigh 波频散曲线“交叉”及多模式耦合作用研究. 地球物理学报, 2009, 52(9): 2302~2309, DOI: 10.3969/j.issn.0001-5733.2009.09.014

Liu X F, Fan Y H, Chen X F. Research on the cross of the dispersion curves of Rayleigh waves and multi-modes coupling phenomenon. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, 52(9): 2302~2309, DOI: 10.3969/j.issn.0001-5733.2009.09.014

Rayleigh 波频散曲线“交叉”及多模式耦合作用研究

刘雪峰¹, 凡友华^{1*}, 陈晓非²

1 哈尔滨工业大学深圳研究生院, 深圳 518055

2 中国科学技术大学地球和空间科学学院, 合肥 230026

摘 要 Rayleigh 波可以用来反演近地表结构, 在工程物探、石油物探、地球内部结构探测中均有重要意义. 数值计算得到的含低速层的层状介质对应的 Rayleigh 波频散曲线会出现看似“交叉”的现象, 但是对于这种现象目前还没有进行系统的研究. 事实上可以验证, 有些看似交叉的频散曲线实际上不相交. 改变低速层的厚度和横波速度发现低速层越明显(即低速层速度越低或层厚越厚)频散曲线越不容易相交. 凡友华等在 2007 年提出频散曲线对应着四种基本模式, 在频散曲线发生“交叉”现象的区域实际上存在两个以上模式的频散曲线. 本文主要研究了存在 R 模和 S_2 模的区域内频散曲线的“交叉”现象. 首先利用竖直本征振动曲线研究 R 模和 S_2 模 Rayleigh 波的振动特点, 发现 R 模对应的本征振动主要集中在地表, 随着深度变化能量快速衰减, S_2 模对应的本征振动主要集中在第 2 层. 研究“交叉点”附近频散点对应的本征振动曲线发现这一区域有些 Rayleigh 波同时具有 R 模和 S_2 模的振动特点, 对应着一种耦合模式. 通过对实例的研究发现, 在“交叉点”附近, 若两条频散曲线不发生交叉, 则每条曲线对应的模式会发生 R 模和 S_2 模之间经由耦合模式的转变, 本文称这种现象为两种模式发生耦合; 若两条频散曲线相交, 则同一条频散曲线上的 Rayleigh 波模式几乎相同, 只是在离交点很近的区域会存在一些耦合模式, 本文称此时两种模式不发生耦合. 本文研究结果主要供 Rayleigh 波对低速层结构的反演研究参考.

关键词 Rayleigh 波, 频散, 层状介质, 多模式

DOI: 10.3969/j.issn.0001-5733.2009.09.014

中图分类号 P315

收稿日期 2008-10-07, 2009-05-22 收修定稿

Research on the cross of the dispersion curves of Rayleigh waves and multi-modes coupling phenomenon

LIU Xue-Feng¹, FAN You-Hua^{1*}, CHEN Xiao-Fei²

1 Harbin Institute of Technology Shenzhen Graduate School, Shenzhen 518055, China

2 School of Earth and Space Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China

Abstract Rayleigh wave, which used to be seen as the interferential wave, can be used in the inversion of the structure near the surface. It is also very meaningful in geophysical exploration, oil exploration and so on. There will be some dispersion curves that seem to cross each other for multilayered medium containing a low velocity layer. However, there is no systematic research about the phenomenon. In fact, it can be seen that some seemingly crossing dispersion curves do not actually cross. Changing the thickness and the S-wave velocity of the low velocity layer, we found that the more evident the low velocity is (i. e. the low velocity layer is thicker or has a lower S-wave velocity), the harder the dispersion curves to cross. Fan et al found that there are

基金项目 国家自然科学基金项目(40604012)资助.

作者简介 刘雪峰, 男, 1981 年生, 哈尔滨工业大学深圳研究生院博士研究生, 主要从事面波理论与应用研究. E-mail: milan6@126.com

* **通讯作者** 凡友华, 男, 1975 年生, 哈尔滨工业大学深圳研究生院副教授, 主要从事面波理论与应用研究. E-mail: yhfan@hit.edu.cn

four basic modes of Rayleigh wave dispersion curves, so there are two different modes in the area that dispersion curves seem to cross. In this paper, the ‘cross’ phenomenon in the area that has both R mode and S_2 mode is analyzed. First, with vertical eigen displacement curves, it can be found that the energy of vibration of R mode wave is mainly near the surface of the medium and decreases quickly with depth, forms surface wave while the energy of vibration of S_2 mode waves is mainly in the second layer, forms guide wave. Eigen displacement curves show that some Rayleigh waves near the ‘cross point’ have both the characters of R mode and S_2 mode, so that is a kind of coupled mode. From the research of given model, we found that in the area near the ‘cross point’, if the two dispersion curves do not cross, transformation between R mode and S_2 mode via coupled mode happens to the mode on each curve, we call the phenomenon ‘coupling phenomenon’ of Rayleigh wave mode in this paper. If the two dispersion curves cross, the mode corresponding to the same dispersion curve is almost the same, though there is some coupled mode very close to the cross point, we say the modes do not couple. The content of this paper can be used as a reference in the inversion of the structure with low velocity layer.

Keywords Rayleigh wave, Dispersion, Multilayered media, Multimode

1 引言

从 1953 年 Haskell 最初提出传播矩阵方法^[1]至今,计算层状介质中 Rayleigh 波频散曲线的算法研究已日趋完善,出现了许多改进方法如 Schwab-Knopoff 方法^[2, 3]、 δ 矩阵法^[4, 5]、Abo-Zena 方法及其改进方法^[6~9]、RT 矩阵法^[10, 11]等,但关于层状介质中 Rayleigh 波频散曲线对应的物理特性研究如每条频散曲线对应模式的区分,频散曲线形状与层状介质参数的关系等的研究还很不完善.而 Rayleigh 波频散曲线的物理特性对于 Rayleigh 波勘探中频散曲线的理论计算和定性分析有着重要的指导作用.一般来说,存在低速层的层状介质中的频散会发生一些特殊的现象,如频散曲线提取中发生的“之”字型现象和频散方程计算出的频散曲线的“交叉”现象.对于“之”字型现象,已经有了很多相关的研究^[12, 13],而对于含低速层模型对应频散曲线的“交叉”现象,尽管在很多研究中发现此现象^[14~17],其中文献^[15]还提出了一些情况下看似相交的频散曲线实际上不相交,但并没有进行系统的研究.

文献^[18]利用频散方程的高频近似分解将频散曲线近似分为四种基本模式.本文将通过计算频散曲线上点对应的本征振动曲线^[11]研究文献^[18]中提到的部分模式的振动特点,然后利用本征振动曲线研究“交叉点”附近频散曲线上点对应的模式的变化情况.

本文在前人计算不同频率和波速的波对应本征

振动的方法基础上,将本征振动在频散曲线上整体考虑以研究频散曲线与实际波动模式的对应关系,这对 Rayleigh 波频散曲线的物理特性研究有一定意义,在实际应用中,本文研究结果可供瑞利波对低速层结构的反演研究参考,而且可以利用本文提出的方法判断基阶模.

2 频散曲线的“交叉”现象

一般地,当层状介质不存在低速层,即各层横波速度从上到下递增时,该层状介质对应的频散曲线互不相交.而当存在低速层时,层状介质对应的频散曲线会发生“交叉”现象.以表 1 所示的层状介质模型为例,第 2 层为低速层.利用快速标量传递算法^[19]计算得到该层状介质对应的频散曲线如图 1 所示.由于介质密度和纵波速度对频散曲线影响相对较小^[20],本文中不研究其对频散曲线的影响,把密度取为固定值,每层纵波速度取为该层横波速度的 2.31 倍.

在图 1 中 1~5 这 5 个点附近似乎发生了频散曲线的交叉现象.从直观上看,图中点 a 和点 d 在同

表 1 含低速层的层状介质模型

Table 1 Multilayered model containing a low velocity layer

层序	层厚 (m)	密度 (g/cm ³)	S 波速度 (m/s)	P 波速度 (m/s)
1	10	1.2	350	808.5
2	1.9	1.2	300	693
3	∞	1.2	400	924

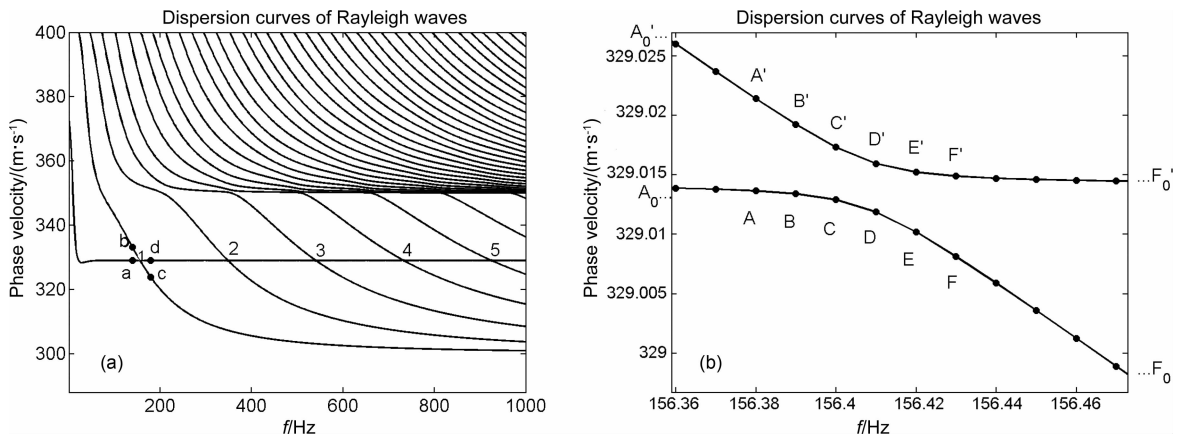


图1 表1中模型的频散曲线

频率为1~1000 Hz, (b)为(a)在点1附近的放大图.

Fig. 1 Dispersion curves of model in Table 1

Frequency is 1~1000 Hz, (b) is the magnified figure of (a) on near point 1.

一曲线, 点 b 和点 c 在同一曲线上, 即这是两条相交的频散曲线. 而事实上如图 1b 所示, 将“交点”附近放大, 由于频散曲线是一系列光滑的曲线, 可以看出, 这两条频散曲线实际上是不相交的, 因此点 a 和 c 在同一条频散曲线上, 而点 b 和 d 在同一条频散曲线上. 这种现象往往会造成理论研究中高阶模式判断的错误.

一般来说, 层状介质模型的每条频散曲线都是光滑的连续曲线. 由此性质, 在两条不相交的频散曲线距离最近的区域附近, 一定能找到两列频率相差较小的点, 同频率点的最小距离 (即相同频率的两个点之间的相速度差) 在加密搜根前后变化比较小而且大于某一足够小的值 (本文取为 10^{-5}).

以表 1 中的模型对应的频散曲线为例, 在“交叉点”1 附近的区域以 0.01 Hz 的频率间隔搜根得到两列点, 频率为 156.41 Hz 的一对点的相速度差是最小的, 约为 0.0041 m/s. 然后对频率进行加密搜根. 在 156.4 Hz 到 156.6 Hz 之间以 0.001 Hz 为频率间隔计算出“交叉点”1 附近的点, 可以得到同频率点之间最小距离约为 0.0040 m/s, 显然加密搜根后变化较小, 因此判断两条频散曲线是不相交的.

现在利用这种方法判断点 2 附近曲线是否交叉. 最初以 1 Hz 为间隔搜根并计算在这附近同频率点间最小距离, 然后每次加密 10 倍搜根, 分别得到同频率点最小距离如表 2 所示. 可以看到, 每次加密后同频率点最小间隔都减小, 而且当搜根频率间隔为 0.0001 Hz 时同频率点最小距离约为 0.0000495 m/s, 小于 10^{-5} , 而继续加密所产生的数值相对误差已经比较大了. 由此可以认为点 2 附近频散曲线发生了

表 2 不同搜根频率间隔下同频率点的最小距离
Table 2 Minimum distances of the points with the same frequency when frequency interval of roots searching is changed

搜根的频率间隔 (Hz)	同频率点最小距离 (m/s)
1	0.0527
0.1	0.00385
0.01	0.000386
0.001	0.0000374
0.0001	0.00000495

交叉.

由此方法判断出 1 点附近曲线不相交, 而 2~5 点附近均发生曲线相交. 由于两条频散曲线的最小距离近似于搜根间隔足够小时同频率点间的最小距离, 下面以表 1 中对应的模型为基础, 改变第 2 层介质的横波速度和厚度, 其他参数不变, 计算第一个“交叉点”附近频散曲线的近似最小距离如表 3 所示.

表 3 改变第 2 层横波速度和厚度后的近似最小距离
Table 3 Approximate minimum distances when the S-wave velocity and the thickness of the second layer is changed

第 2 层 厚度 (m)	近似最小距离 (m/s)		
	$V_{s2}=300$ m/s	$V_{s2}=250$ m/s	$V_{s2}=200$ m/s
3	0.17	6.02	20
2.5	0.045	3.33	15
2	0.0075	1.28	9.58
1.75	0.0017	0.71	6.82
1.5	0.00027	0.25	4.19
1.25	0.000021	0.21	2.05

由表 3 可以看出,当固定第 2 层横波速度 V_{s2} 只改变第 2 层厚度时,频散曲线的最小距离总是随着第 2 层厚度的减小而减小;当固定第 2 层的厚度而只改变第 2 层横波速度 V_{s2} 时,频散曲线的最小距离总是随着 V_{s2} 的减小而增大.也就是说,(1)当其他参数不变时,两条频散曲线的最小距离随着低速层层厚的减小而减小.(2)当其他参数不变时,两条频散曲线的最小距离随着低速层横波速度的减小而增大.

因此,当低速层越明显(即低速层速度越低或厚度越大)时,“交叉点”附近频散曲线最小距离越大,频散曲线越不容易相交.经过大量实例计算,一般情况下都满足这一规律.

3 利用本征振动曲线研究频散曲线对应模式的耦合现象

由于本征振动曲线代表了频散曲线上一点对应瑞利波的波动特性,因此可以利用文献[11]中提出的计算频散曲线上每一点对应的本征振动曲线来研究它对应的波动特性.需要说明的是,本文中计算的本征振动曲线均为归一化的竖直本征位移(利用文献[11]中的算法还可以计算频散曲线上一点对应的竖直本征应力、水平本征位移、水平本征应力,所得到的现象与计算竖直本征位移类似),而且一般来说低速层对应的本征振动曲线更准确一些,而本文中用例子均为第 2 层为低速层的三层介质,因此主要研究的是每个图中的第 2 条竖直本征位移曲线.

分别取图 1 中两条频散曲线“交点”附近相同频率的 6 个点及与“交点”距离较远的 2 个点坐标如表 4 所示(在本例中是以频率 0.01 Hz 的间隔搜根的).对于第 1 条曲线上的 8 个点,计算它们对应的本征振动曲线如图 2(a~h).完全类似地,对于第 2 条曲

表 4 图 1 中频散曲线上点的坐标

Table 4 Coordinates of points on dispersion curves in Fig. 1

序号	坐标(Hz, m/s)	序号	坐标(Hz, m/s)
A	(156.38, 329.0137)	A'	(156.38, 329.0214)
B	(156.39, 329.0134)	B'	(156.39, 329.0192)
C	(156.40, 329.0129)	C'	(156.40, 329.0173)
D	(156.41, 329.0119)	D'	(156.41, 329.0160)
E	(156.42, 329.0102)	E'	(156.42, 329.0152)
F	(156.43, 329.0081)	F'	(156.43, 329.0148)
A ₀	(156.00, 329.0142)	A ₀ '	(156.00, 329.1126)
F ₀	(157.00, 328.8715)	F ₀ '	(157.00, 329.1424)

线上的 8 个点,计算它们对应的本征振动曲线如图 3(a~h).

由文献[18]知道,点 A₀ 和 F₀' 对应的模式是 R 模,由图 2g 和图 3h 可以看出,R 模对应的本征振动集中于地表,随深度迅速衰减,是一种面波模式;点 A₀' 和 F₀ 对应的模式是 S₂ 模,由图 3g 和图 2h 可以看出,S₂ 模对应的本征振动主要沿着第 2 层传播,是一种导波模式.从图 2,3 中可以看出,其他点对应的模式同时包含这两种模式的振动,本文称这种模式为耦合模式,这种现象为 Rayleigh 波模式的耦合现象.由每一点对应本征振动的振幅可以大致判断在该点哪种模式的能量占主要地位.图 2(a~f)中 6 个图的本征振动曲线相似,而且由 R 模振幅较大的耦合模式逐渐过渡到 S₂ 模振幅较大的耦合模式.对于图 3(a~f)中 6 个图的本征振动曲线,由于本征振动在某些区域会发生“变号”现象,因此将图 3(d~f)沿横坐标为 1 的直线作轴对称后可以发现图 3(a~f)中 6 个图的本征振动曲线也是相似的,并且是由 S₂ 模振幅较大的耦合模式逐渐过渡到 R 模振幅较大的耦合模式.另外,通过图 2(g, h)和图 3(g, h)可以更清楚地看出,在“交点”之前,第 1 条曲线对应的模式是 R 模,第 2 条曲线对应的模式是 S₂ 模,而在“交点”之后,第 1 条曲线对应的模式是 S₂ 模,第 2 条曲线对应的模式是 R 模.也就是说,这两条频散曲线在“交点”附近发生了 R 模与 S₂ 模之间经由耦合模式的逐渐变化.

下面利用本征振动曲线研究“交点”附近频散曲线对应的模式.把这一区域的频散曲线放大如图 4 所示.

取图 4 中点 1~22 和 1'~22' 的坐标如表 5 所示,计算它们的本征振动曲线可以得到这些点对应的模式.由前面的研究知道,这两条曲线是相交的,而且从图 4 中可以看到,交点应该在点 14 与点 15' 之间,即 1~14, 15'~21' 在同一条频散曲线上,1'~14', 15~21 在同一条频散曲线上.为了清楚看到同一条频散曲线上点对应模式的变化情况,把 R 模, R 模振幅较大的耦合模式, R 模和 S₂ 模振幅接近的耦合模式, S₂ 模振幅较大的耦合模式和 S₂ 模分别用数字 1, 2, 3, 4, 5 表示.以这些点的序号为横坐标,模式对应的值(分别取值为 1, 2, 3, 4, 5)为纵坐标画图,如图 5 和图 6 所示,可以看出,点 1~14, 15'~22' 对应模式全部相同,为 R 模;而点 1'~14', 15~22 对应模式大致经过了由 S₂ 模经由耦合模式向 R 模过渡而又逐渐变回 S₂ 模的过程.这说明点 1'~14',

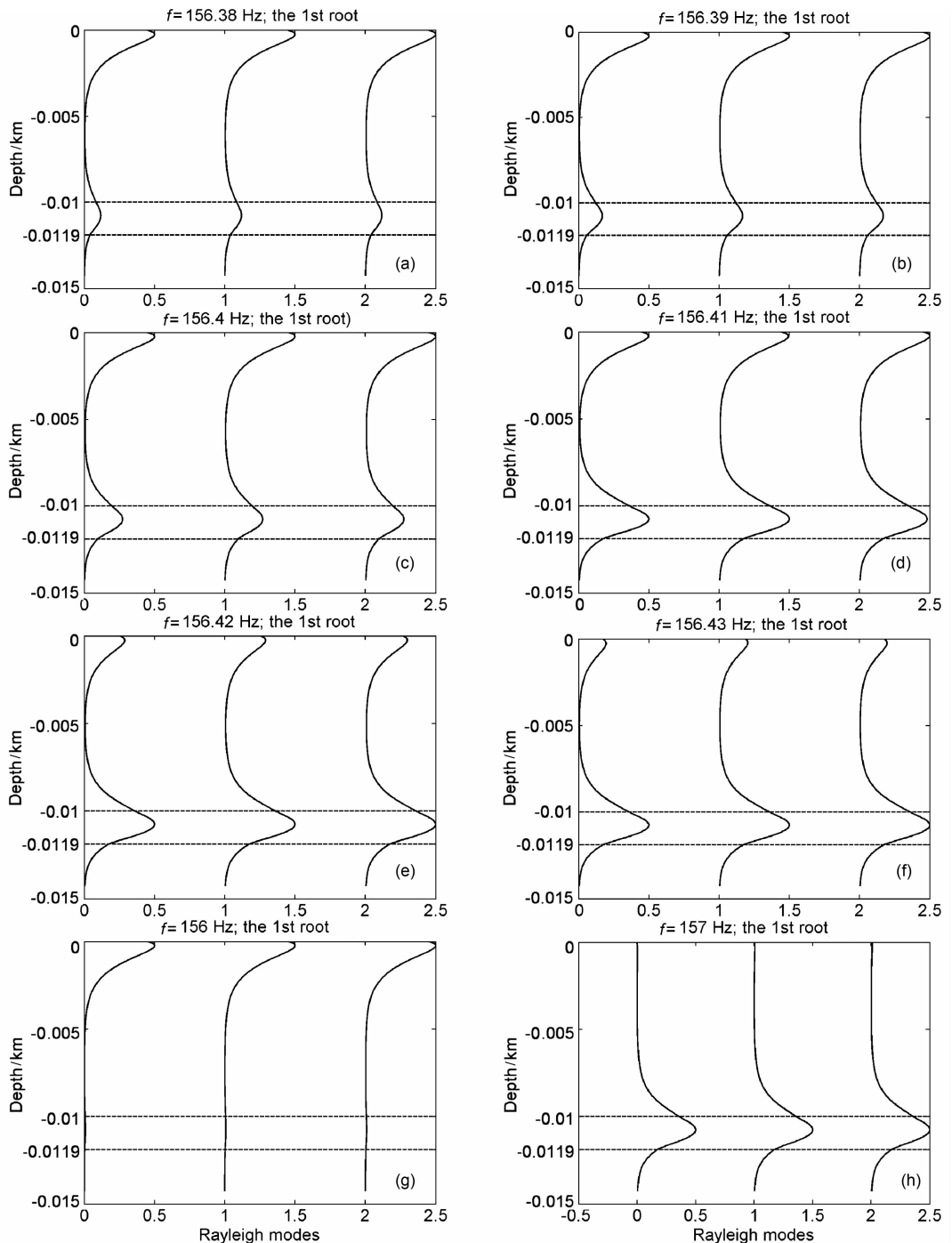


图2 点 A~F (a~f), A_0 (g), F_0 (h) 对应的竖直本征振动曲线

Fig. 2 Vertical eigen displacements of points A~F (a~f), A_0 (g), F_0 (h)

- (a) A(156.38 Hz, 329.01365 m/s); (b) B(156.39 Hz, 329.0134 m/s); (c) C(156.4 Hz, 329.0129 m/s);
 (d) D(156.41 Hz, 329.0119 m/s); (e) E(156.42 Hz, 329.0102 m/s); (f) F(156.43 Hz, 329.0081 m/s);
 (g) A_0 (156.00 Hz, 329.0142 m/s); (h) F_0 (157.00 Hz, 328.8715 m/s).

15~22 所在曲线对应模式在交点附近受到与它相交的 R 模频散曲线干扰而耦合了部分 R 模成分, 在远离交点的区域对应模式又变回 S_2 模。但是, 由于两条频散曲线几乎没有发生明显的模式转变(不像

前面发生 R 模和 S_2 模之间的转变), 本文称这时频散曲线对应的模式不发生耦合现象。由此可见, 当两条频散曲线相交时, 频散曲线的模式不发生耦合现象, 即一条频散曲线上的模式几乎不发生明显的变化。

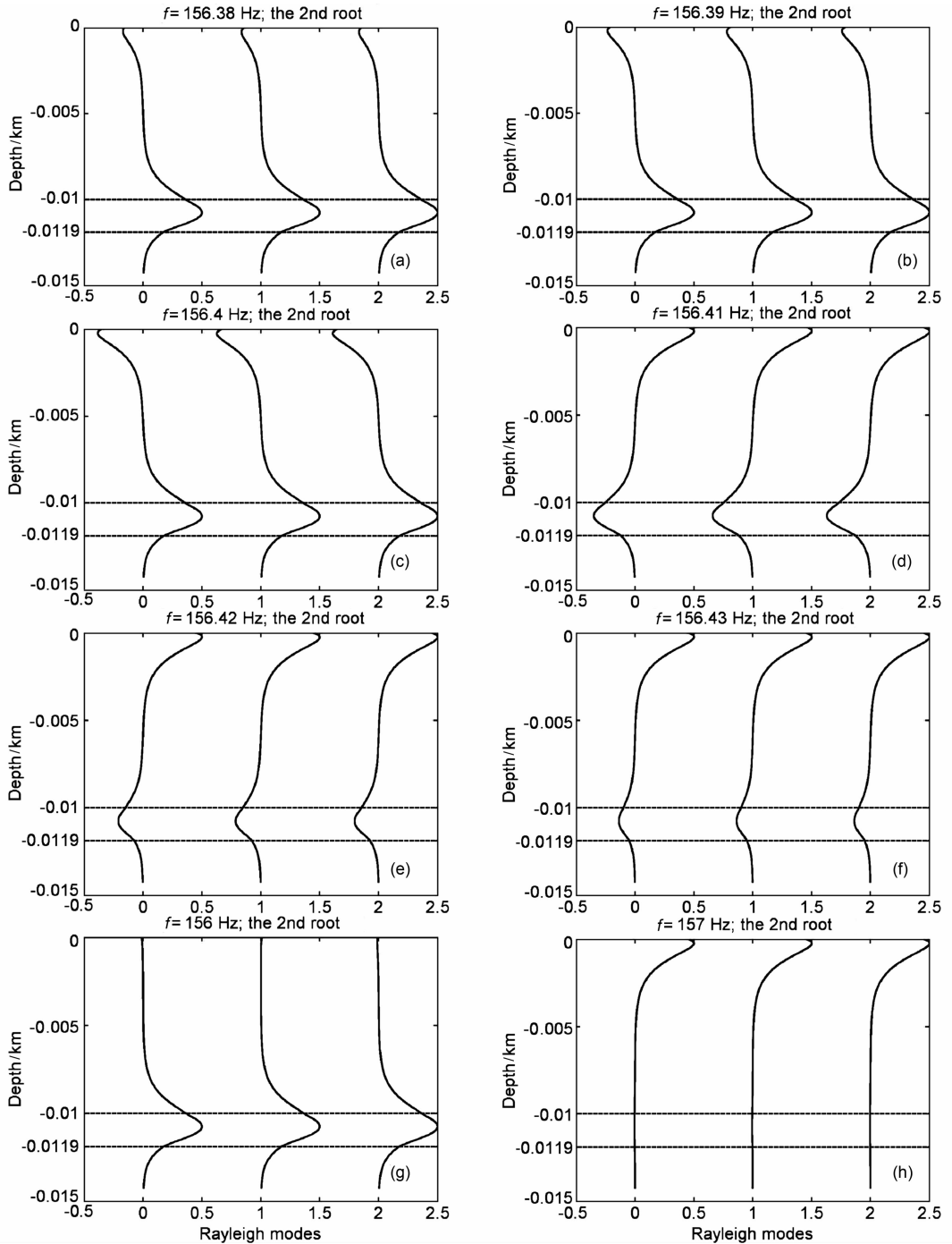


图 3 点 $A' \sim F'$ (a~f), A_0' (g), F_0' (h) 对应的竖直本征振动曲线

Fig. 3 Vertical eigen displacements of points $A' \sim F'$ (a~f), A_0' (g), F_0' (h)

- (a) A' (156.38 Hz, 329.0214 m/s); (b) B' (156.39 Hz, 329.0192 m/s); (c) C' (156.40 Hz, 329.0173 m/s);
- (d) D' (156.41 Hz, 329.0160 m/s); (e) E' (156.42 Hz, 329.0152 m/s); (f) F' (156.43 Hz, 329.01488 m/s);
- (g) A_0' (156.00 Hz, 329.1126 m/s); (h) F_0' (157.00 Hz, 329.1424 m/s).

4 结论与讨论

本文研究了频散曲线交叉问题以及多模式的耦合现象. 利用加密搜根前后频散曲线上同频率点之

间最小距离的变化情况发现某些区域看似相交的频散曲线实际上是不相交的. 研究不同低速层横波速度和层厚时“交点”附近两条频散曲线之间最小距离的变化规律发现, 两条频散曲线的最小距离随着低速层层厚的减小而减小, 随着低速层横波速度的减

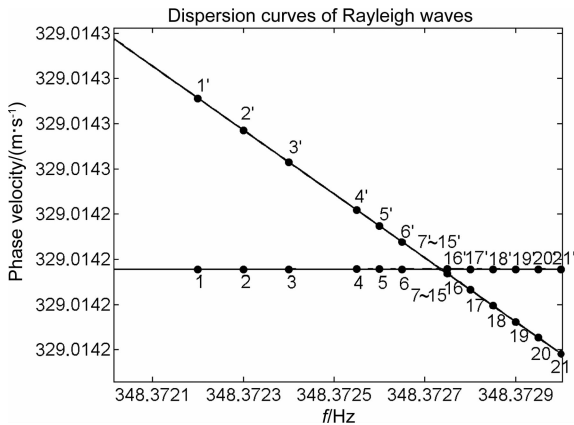


图 4 图 1 中“交叉点”2 附近放大后的频散曲线
Fig. 4 Magnified dispersion curves of Fig. 1 near the ‘cross point’ 2

表 5 图 4 中频散曲线上点的坐标

Table 5 Coordinates of points on dispersion curves in Fig. 4

序号	坐标(Hz, m/s)	序号	坐标(Hz, m/s)
1	(348.3722, 329.0142156)	1'	(348.3722, 329.0142912)
2	(348.3723, 329.0142156)	2'	(348.3723, 329.0142771)
3	(348.3724, 329.0142156)	3'	(348.3724, 329.0142630)
4	(348.37255, 329.0142156)	4'	(348.37255, 329.0142418)
5	(348.3726, 329.0142156)	5'	(348.3726, 329.0142347)
6	(348.37265, 329.0142156)	6'	(348.37265, 329.0142276)
7	(348.37266, 329.0142156)	7'	(348.37266, 329.0142262)
8	(348.37267, 329.0142156)	8'	(348.37267, 329.0142248)
9	(348.37268, 329.0142156)	9'	(348.37268, 329.0142234)
10	(348.37269, 329.0142156)	10'	(348.37269, 329.0142220)
11	(348.3727, 329.0142156)	11'	(348.3727, 329.0142206)
12	(348.37271, 329.0142156)	12'	(348.37271, 329.0142191)
13	(348.37272, 329.0142156)	13'	(348.37272, 329.0142178)
14	(348.37273, 329.0142156)	14'	(348.37273, 329.0142163)
15	(348.37274, 329.0142149)	15'	(348.37274, 329.0142156)
16	(348.37275, 329.0142135)	16'	(348.37275, 329.0142156)
17	(348.3728, 329.0142064)	17'	(348.3728, 329.0142156)
18	(348.37285, 329.0141994)	18'	(348.37285, 329.0142156)
19	(348.3729, 329.0141923)	19'	(348.3729, 329.0142156)
20	(348.37295, 329.0141853)	20'	(348.37295, 329.0142156)
21	(348.373, 329.0141782)	21'	(348.373, 329.0142156)
22	(348.374, 329.0140369)	22'	(348.374, 329.0142156)

小而增大,即低速层越明显(层厚越大或横波速度越小),“交点”附近两条频散曲线最小距离就越大,或者从对应模式的角度说越容易发生耦合现象。

根据文献[18],在频散曲线看似“相交”的区域

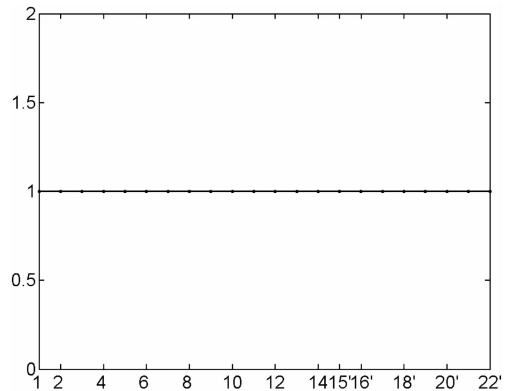


图 5 点 1~14, 15'~22' 对应模式变化趋势
Fig. 5 The change of the modes correspond to points 1~14, 15'~22'

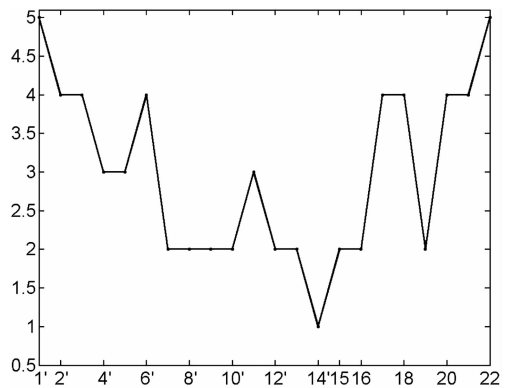


图 6 点 1'~14', 15~22 对应模式变化趋势
Fig. 6 The change of the modes correspond to points 1'~14', 15~22

附近存在着两种不同基本模式的 Rayleigh 波,而本文中研究的例子在“交点”附近对应着 R 模和 S₂ 模 Rayleigh 波. 本文利用本征振动曲线研究了文献 [18] 中提到的 R 模和 S₂ 模对应的振动模式,发现 R 模对应的本征振动主要集中在地表,随着深度变化能量快速衰减,是一种面波模式; S₂ 模对应的本征振动主要集中在第 2 层,是一种导波模式. 本文发现在“交叉点”附近某一区域内频散曲线对应的模式同时包含了 R 模和 S₂ 模的成分,为一种新的模式. 我们称这种 Rayleigh 波的模式为耦合模式,称这种现象为 Rayleigh 波模式的耦合现象. 通过对本文中模型的研究发现,在频散曲线“交叉点”附近,若实际上不发生交叉,两条频散曲线对应的模式都经历了 R 模与 S₂ 模之间经由耦合模式逐渐转换的过程;若两条频散曲线交叉,则同一条频散曲线上的 Rayleigh 波模式几乎相同,只是在离交点很近的区域会存在一些耦合模式,本文称此时两种模式不发生耦合。

本文研究了水平层状介质中 Rayleigh 波频散

曲线上各点,即不同频率和波速的波在介质中不同深度振幅情况及其随频率变化情况规律,着重研究了低速层对这些规律的影响. 本文内容在实际的反演研究中有一定指导意义. 也曾有人在横向变速介质中研究不同频率的波在传播时振幅、波数和频率等的变化情况^[21],但是若要将本文的研究内容推广到横向变速介质,需要同时考虑同一条频散曲线上不同频率的波传播时对应的振幅、波数和频率的变化规律以及介质参数对其的影响,将会更复杂,而且如何利用到实际的反演研究中还有待进一步研究.

参考文献(References)

- [1] Haskell N A. The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 1953, **43**:17~34
- [2] Schwab F. Surface-wave dispersion computations; Knopoff's method. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 1970, **60**:1491~1520
- [3] Schwab F, Knopoff L. Fast surface wave and free mode computations. In: *Methods in Computational Physics*. 1972, **2**:87~180
- [4] Dunkin J W. Computation of modal solutions in layered elastic media at high frequencies. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 1965, **55**:335~358
- [5] Buchen P W, Ben-Hador R. Free-mode surface-wave computations. *Geophys. J. Int.*, 1996, **124**:869~887
- [6] Abo-Zena A. Dispersion function computations for unlimited frequency values. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 1979, **58**:91~105
- [7] Menke W. Comment on 'dispersion function computations for unlimited frequency values' by Anas Abo-Zena. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 1979, **95**:315~323
- [8] 李幼铭, 束沛镒. 层状介质中地震面波频散函数和体波广义反射系数的计算. *地球物理学报*, 1982, **25**(2):130~139
Li Y M, Shu P Y. On surface wave dispersion and body wave generalized reflection coefficient computations for layered media. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1982, **25**(2):130~139
- [9] 张碧星, 喻明, 熊伟等. 层状介质中的声波场及面波研究. *声学学报*, 1997, **22**(3):230~241
Zhang B X, Yu M, Xiong W, et al. Study of acoustic wave and surface waves in stratified media. *Acta Acustica* (in Chinese), 1997, **22**(3):230~241
- [10] Kennett B L N, Kerry N J. Seismic waves in a stratified halfspace. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 1979, **57**:557~583
- [11] Chen Xiao-fei. A systematic and efficient method of computing normal modes for multilayered half-space. *Geophys. J. Int.*, 1993, **115**:391~409
- [12] 张碧星, 肖伯勋, 杨文杰等. 瑞利波勘探中“之”形频散曲线的形成机理及反演研究. *地球物理学报*, 2000, **43**(4):558~567
Zhang B X, Xiao B X, Yang W J, et al. Mechanism of zigzag dispersion curves in Rayleigh exploration and its inversion study. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2000, **43**(4):558~567
- [13] 张碧星, 鲁来玉, 鲍光淑. 瑞利波勘探中“之”字形频散曲线研究. *地球物理学报*, 2002, **45**(2):263~274
Zhang B X, Lu L Y, Bao G S. A study on zigzag dispersion curves in Rayleigh wave exploration. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2002, **45**(2):263~274
- [14] 张碧星, 鲁来玉. 层状半空间中导波的传播. *声学学报*, 2002, **27**(4):295~304
Zhang B X, Lu L Y. Propagation of guided waves in stratified half space. *Acta Acustica* (in Chinese), 2002, **27**(4):295~304
- [15] 杨天春, 何继善, 吕绍林等. 三层层状介质中瑞利波的频散曲线特征. *物探与化探*, 2004, **28**(1):41~45
Yang T C, He J S, Lü S L, et al. Dispersion curves of Rayleigh wave in three-layer media. *Geophysical and Geochemical Exploration* (in Chinese), 2004, **28**(1):41~45
- [16] 张金清, 梁青, 陈超. 软弱夹层瑞雷面波频散曲线特征. *工程地球物理学报*, 2005, **2**(3):208~215
Zhang J Q, Liang Q, Chen C. Characteristics on the dispersion of Rayleigh wave caused by a low-velocity interlayer. *Chinese Journal of Engineering Geophysics* (in Chinese), 2005, **2**(3):208~215
- [17] 鲁来玉, 张碧星, 汪承灏. 基于瑞利波高阶模式反演的实验研究. *地球物理学报*, 2006, **49**(4):1082~1091
Lu L Y, Zhang B X, Wang C H. Experiment and inversion studies on Rayleigh wave considering higher modes. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2006, **49**(4):1082~1091
- [18] 凡友华, 陈晓非, 刘雪峰等. Rayleigh 波的频散方程高频近似分解和多模式激发数目. *地球物理学报*, 2007, **50**(1):233~239
Fan Y H, Chen X F, Liu X F, et al. Approximate decomposition of the dispersion equation at high frequencies and the number of multimodes for Rayleigh waves. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2007, **50**(1):233~239
- [19] 凡友华, 刘家琦. 层状介质中瑞雷面波的频散研究. *哈尔滨工业大学学报*, 2001, **33**(5):577~581
Fan Y H, Liu J Q. Research on the dispersion of Rayleigh waves in multilayered media. *Journal of Harbin Institute of Technology* (in Chinese), 2001, **33**(5):577~581
- [20] Xia Jiang-hai, Miller R D, Park C D. Estimation of near surface shear wave velocity by inversion of Rayleigh wave. *Geophysics*, 1999, **64**(3):691~700
- [21] Woodhouse J H. Surface waves in a laterally varying layered structure. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 1974, **37**:461~490