

胡善政,符力耘,裴正林. 流体饱和多孔隙介质弹性波方程边界元解法研究. 地球物理学报, 2009, **52**(9): 2364~2369, DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.09.022

Hu S Z, Fu L Y, Pei Z L. A boundary element method for the 2-D wave equation in fluid-saturated porous media. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, **52**(9): 2364~2369, DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.09.022

流体饱和多孔隙介质弹性波方程边界元解法研究

胡善政^{1,2}, 符力耘¹, 裴正林³

1 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029

2 中国石油集团川庆钻探工程有限公司地球物理勘探公司, 成都 610213

3 中国石油大学(北京)CNPC物探重点实验室, 北京 102249

摘 要 基于流体饱和多孔隙各向同性介质模型, 本文首先推导了流体饱和多孔隙介质中弹性波传播的频率域系统动力方程及边界积分方程, 然后给出了流体饱和多孔隙介质弹性波方程的基本解, 最后, 利用本文给出的边界元方法对流体饱和多孔隙各向同性介质中的弹性波传播进行了数值模拟. 结果表明: 不论是从固相位移, 还是液相位移的地震合成记录都能看到明显的慢速 P 波, 本文提出的流体饱和多孔隙介质弹性波边界元法是有效可行的.

关键词 流体饱和多孔隙介质, 各向同性, 弹性波, 边界元法, 数值模拟

DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.09.022

中图分类号 P631

收稿日期 2009-02-23, 2009-08-28 收修定稿

A boundary element method for the 2-D wave equation in fluid-saturated porous media

HU Shan-Zheng^{1,2}, FU Li-Yun¹, PEI Zheng-Lin³

1 *Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academic Science, Beijing 100029, China*

2 *CNPC Sichuan Petroleum Geophysical Prospecting Company, Chengdu 610213, China*

3 *CNPC Key Laboratory of Geophysical Exploration, University of Petroleum, Beijing 102249, China*

Abstract Based on the fluid-saturated porous model this paper analyses and presents the dynamic equation of elastic wave propagation and boundary integral equation formulation of fluid saturated porous media in the frequency domain. The analogy between dynamic poroelasticity and thermoelasticity in the frequency domain is used to obtain the fundamental solution. At last, the numerical simulation of the elastic wave propagation in two-phase isotropic media is carried out by using the boundary element method. The results show that a slow quasi P-wave can be seen in both solid and fluid wave-field synthetic seismograms. It indicates that the boundary element method presented in this paper is effective and feasible.

Keywords Fluid-saturated porous media, Isotropic, Elastic wave, Boundary element method, Numerical simulation

1 引 言

流体饱和多孔隙介质(双相介质)的动态响应问题在地球物理学、声学、岩土动力学等学科均受到了

广泛的关注. 孔隙流体的存在是地下介质构成的重要表征, 因此相对于单相介质, 流体饱和多孔隙介质理论更能准确地描述实际地层信息, 其基于流体饱和多孔隙介质模型的弹性波传播理论, 更能适应越来越复杂的地震学研究和油气藏勘探的需要.

基金项目 国家自然科学基金项目(40830423)资助.

作者简介 胡善政, 男, 1981 年 10 月生, 中国科学院地质与地球物理研究所博士研究生, 现就职于中国石油集团川庆钻探工程有限公司地球物理勘探公司, 主要从事地球物理边界元法研究以及地震采集观测系统设计. E-mail: husz@mail.iggcas.ac.cn

Biot^[1,2]根据孔隙介质中的固相-液相相互耦合力学机理,研究了流体饱和多孔隙介质中弹性波的传播,建立了流体饱和多孔隙介质中的弹性波传播理论,使之成为流体饱和多孔隙介质地震波传播研究的理论基础.基于 Biot 理论,国内外学者针对流体饱和多孔隙介质中地震波传播规律进行了深入的研究. Simon^[3,4]研究了一维双相介质模型的各种有限元方法, Atalla 等^[5,6]利用多种有限元方法对孔隙弹性介质波的传播进行了数值模拟研究. 王尚旭^[7]实现了双相介质各向同性介质中弹性波波场的有限元法模拟. 徐文骏等^[8]利用有限元法模拟了流体饱和多孔各向同性介质中的地震响应. 张新明等^[9]利用小波有限元法对双相介质二维波动方程进行了正演模拟, 牟永光等^[10]利用伪谱法、有限元法及有限差分法实现了复杂介质的地震数值模拟. 有限元法能够灵活划分网格,对物性复杂的自然边界具有很好的适应性,但有限元方法耗时的缺点限制了其应用. Dai 等^[11]基于 MacCormack 有限差分算法,提出了时间域为二阶、空间域为四阶的有限差分算法并对非均匀孔隙介质波的传播进行了数值模拟. 王秀明等^[12]和裴正林^[13]分别利用交错网格有限差分法模拟了非均匀孔隙介质、各向异性介质孔隙介质中弹性波的传播. 刘洋等^[14]和 Komatitsch 等^[15]分别利用伪谱法和谱元法对双相介质进行了数值模拟. Burridge 等^[16]最早研究了流体饱和多孔隙介质运动平衡方程的积分形式,他们求解出了 Biot 运动方程在双相介质无限空间中的某一点上施加瞬间体积力的基本解. Manolis 等^[17]利用 Laplace 变换域内的基本解,建立了以固相和液相位移为变量的 Laplace 变换域内的积分方程. Bonnet^[18]利用双相介质频域控制方程与热弹力动力学方程的相似性,求出了双相介质简谐点源作用下的二维频域基本解. Cheng^[19]根据 Bonnet 的研究成果,推导出双相介质的频域基本解并建立了频域内的二维边界积分方程. 综上所述,有限差分法、有限元法、边界元法等方法均是双相介质地震波传播数值模拟研究的主要方法. 然而,国内地球物理领域中有关双相介质中弹性波波场数值模拟的边界元方法研究尚少. 符力耘等^[20]利用边界元法实现了均匀各向同性介质二维及三维问题的正演模拟,并指出边界元法具有降维、解析与离散相结合、能够自动满足无穷远处边界条件等特点. 因此,将流体饱和多孔隙介质地震模型与边界元法的特点相结合的边界元法研究有着非常重要的意义.

2 双相介质边界积分方程

根据 Biot 理论^[1,2],流体饱和多孔隙介质频率域的运动平衡方程可表示为

$$\tau_{ij,j} + F_i = -\omega^2(\rho_{11}u_i + \rho_{12}U_i) - i\omega b(u_i - U_i), \quad (1)$$

$$\tau_{,i} + F'_i = -\omega^2(\rho_{12}u_i + \rho_{22}U_i) + i\omega b(u_i - U_i), \quad (2)$$

式中 τ_{ij} 是固相压力, τ 是液相压力, u_i 和 U_i 分别是固相位移和液相位移, b 是耗散系数, ρ_{11} 、 ρ_{22} 、 ρ_{12} 分别为固相、液相质量密度和固液两相耦合质量密度, F_i 与 F'_i 分别为固相和液相体力.

其连续方程可表示为

$$\tau_{ij} = \left(\lambda + \frac{Q^2}{R}\right)\delta_{ij}e + 2\mu e_{ij} + Q\delta_{ij}\epsilon, \quad (3)$$

$$\tau = Qe + R\epsilon, \quad (4)$$

式中 $e_{ij} = 0.5 * (u_{i,j} + u_{j,i})$ 是固相应变张量, $e = u_{i,i}$, $\epsilon = U_{i,i}$ 分别是固相和液相的体应变, λ 、 μ 、 Q 和 R 分别是介质弹性常量. 将式(3)、(4)代入式(1)、(2),则可得到流体饱和多孔隙介质频率域的系统动力学方程:

$$\begin{aligned} \mu\Delta u_i + \left(\lambda + \mu + \frac{Q^2}{R}\right)e_{,i} + Q\epsilon_{,i} + F_i \\ = -\omega^2(\rho_{11}u_i + \rho_{12}U_i) - i\omega b(u_i - U_i), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} (Qe + R\epsilon)_{,i} + F'_i = -\omega^2(\rho_{12}u_i + \rho_{22}U_i) \\ + i\omega b(u_i - U_i). \end{aligned} \quad (6)$$

式(5)和(6)中的液相位移 U_i 可由固相位移 u_i 和液相压力 τ 表示,利用式(4)和(6),液相位移 U_i 可写为

$$U_i = \frac{\tau_{,i} + F'_i + (-i\omega b + \omega^2\rho_{12})u_i}{-i\omega b - \omega^2\rho_{22}}. \quad (7)$$

综合式(4)、(5)、(6)、(7),可得到流体饱和多孔隙介质的应力位移关系式:

$$\begin{aligned} \mu\Delta u_i + (\lambda + \mu)e_{,i} + \tau_{,i} \left(\frac{Q}{R} + \frac{i\omega b - \rho_{12}\omega^2}{i\omega b + \omega^2\rho_{22}}\right) \\ + u_i\omega^2 \left[\frac{\omega^2(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2) + i\omega b(\rho_{11} + \rho_{22} + 2\rho_{12})}{i\omega b + \omega^2\rho_{22}}\right] \\ + F_i + \frac{i\omega b - \rho_{12}\omega^2}{i\omega b + \omega^2\rho_{22}}F'_i = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Delta\tau + \frac{\tau}{R}(i\omega b + \omega^2\rho_{22}) + e \left[-i\omega b \left(1 + \frac{Q}{R}\right) \right. \\ \left. + \omega^2(\rho_{12} - \rho_{22}\frac{Q}{R})\right] + F'_{i,i} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

频率域流体饱和多孔隙介质运动平衡方程的积分形式可以通过贝蒂互等定理得到^[21,22],对式(1)和(2)应用贝蒂互等定理,可以得到方程的积分形式

$$\int_{\Gamma} (t_i u_i^* + \tau U_n^*) d\Gamma + \int_{\Omega} (F_i u_i^* + F_i' U_i^*) d\Omega = \int_{\Gamma} (t_i^* u_i + \tau^* U_n) d\Gamma + \int_{\Omega} (F_i^* u_i + F_i'^* U_i) d\Omega \tag{10}$$

式中带有上标 * 的是加权场的值, Γ 为域 Ω 的边界, $t_i = \tau_{ij} n_j, U_n = U_{in} i, n_i$ 是边界的单位外法线向量.

取加权场的体力基本解为 $F_i^* = \delta(x) \delta_{ij}$ (δ 为狄拉克函数), $F_i'^* = 0$ 时, 我们可以得到固相位移 u_i 的积分形式:

$$c_{ij} u_j + \int_{\Gamma} (t_{ij}^* u_j + \tau^* U_n) d\Gamma = \int_{\Gamma} (u_{ij}^* t_j + \tau U_n^*) d\Gamma + \int_{\Omega} F_j u_{ij}^* d\Omega \tag{11}$$

当源点位于边界 Γ 上时, $c_{ij} = \frac{1}{2} \delta_{ij}$, 位于边界 Γ 外时, $c_{ij} = 0$, 位于边界 Γ 内时, $c_{ij} = 1$. 对于二维情况, $i, j = 1, 2$.

为了获取液相压力的积分表达形式, 我们设定相对应的体力基本解为

$$F_i^* = \left(\frac{1}{2\pi} \ln r \right)_{,i} \tag{12}$$

$$F_i'^* = \frac{-i\omega b + \omega^2 \rho_{12}}{i\omega b + \omega^2 \rho_{22}} X_{i,i}^* \tag{12}$$

根据式(7)和(12), 并考虑 $F_{i,i}^* = \delta(x)$, 则可得到液相压力的积分方程:

$$\frac{c\tau}{-i\omega b + \omega^2 \rho_{22}} + \int_{\Gamma} (t_{ij}^* u_i + \tau_j^* U_n) d\Gamma = \int_{\Gamma} (t_i u_{ij}^* + \tau U_{nj}^*) d\Gamma + \int_{\Omega} F_i u_{ij}^* d\Omega \tag{13}$$

3 基本解的求取

Bonnet^[18] 和 Cheng^[19] 等根据热弹性动力学方程和双相介质系统动力方程在频域内的相似性, 指出变换热弹性动力学方程在频域内基本解的参数, 就能够得到双相介质系统动力方程在频域内的基本

解. 热弹性动力学的控制方程可写为^[23,24]

$$\mu \Delta u_i + (\lambda + \mu) e_{,i} - \gamma \vartheta_{,i} + \rho \omega^2 u_i + F_i = 0, \tag{14}$$

$$\Delta \vartheta + \frac{i\omega}{K} \vartheta + i\omega \eta e + \frac{S}{K} = 0,$$

式中 ϑ 为温度变化量, $\gamma = (2\mu + 3\lambda)\alpha$, 其中 α 为热膨胀系数, $\eta = \gamma T / \kappa$, 其中 T 为绝对温度, κ 为热传导系数, $K = \kappa / \delta$, δ 为比热容, F_i 和 S 分别为体力项和热源项.

将式(8)、(9)与式(14)相对比, 根据两组方程在频率域内的相似性, 我们可以得到双相各向同性介质系统动力方程的基本解. 表 1 列出了频率域内热弹性动力学方程和双相介质方程相对应的参数. 我们则可以根据热弹性动力学的基本解, 改变相对应的参数, 得到双相介质的基本解.

表 1 频域内双相介质系统动力方程与热弹性动力学方程的对应参数

Table 1 Equivalence between poroelasticity and thermoelasticity in frequency domain

双相介质动力方程	热弹性动力学方程
u_i	u_i
τ	ϑ
μ	μ
λ	λ
$-\frac{Q}{R} + \frac{-i\omega b + \omega^2 \rho_{12}}{i\omega b + \omega^2 \rho_{22}}$	γ
$\frac{\omega^2 (\rho_{11} \rho_{22} - \rho_{12}^2) + i\omega b (\rho_{11} + \rho_{22} + 2\rho_{12})}{i\omega b + \omega^2 \rho_{22}}$	ρ
$\frac{R}{b - i\omega \rho_{22}}$	K
$-b \left(1 + \frac{Q}{R} \right) - i\omega \left(\rho_{12} - \rho_{22} \frac{Q}{R} \right)$	η
$X_i + \frac{-i\omega b + \omega^2 \rho_{12}}{-i\omega b - \omega^2 \rho_{22}} X_i'$	F_i
$X_{i,i}'$	$\frac{S}{K}$

$$u_{ij} = -\frac{1}{2\pi\rho\omega^2} \{ \partial_i \partial_j [A_1 K_0(-i\lambda_1 r) - A_2 K_0(-i\lambda_2 r) - K_0(-i\lambda_3 r)] - \delta_{ij} \lambda_3^2 K_0(-i\lambda_3 r) \}, \tag{15}$$

$$\tau_j = -\frac{i\omega\eta}{2\pi(\lambda + 2\mu)(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \partial_j [K_0(-i\lambda_1 r) - K_0(-i\lambda_2 r)], \tag{16}$$

$$u_{3i} = -\frac{\eta}{2\pi(\lambda + 2\mu)(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \partial_i [K_0(-i\lambda_1 r) - K_0(-i\lambda_2 r)], \tag{17}$$

$$\tau_3 = \frac{\eta}{2\pi\gamma(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} [(\lambda_1^2 - \sigma^2) K_0(-i\lambda_1 r) - (\lambda_2^2 - \sigma^2) K_0(-i\lambda_2 r)], \tag{18}$$

$$t_{ij} = \mu(u_{ij,k} + u_{kj,i}) n_k + \lambda u_{kj,k} n_i - Q \tau_j n_i, \tag{19}$$

$$U_{nj} = -\frac{\gamma}{\eta} \left(\tau_{j,i} + \omega \frac{\eta}{i\gamma} (Q - \gamma) u_{ij} \right) n_i \tag{20}$$

$$t_{3i} = \mu(u_{3i,k} + u_{3k,i})n_k + \lambda u_{3k,k}n_i - Q\tau_3 n_i, \quad (21)$$

$$u_{33} = -\frac{\gamma}{\eta} \left(\tau_{3,i} + \omega \frac{\eta}{i\gamma} (Q - \gamma) u_{3i} \right) n_i. \quad (22)$$

式中 $i, j = 1, 2, \sigma^2 = \frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu}$, $A_1 = \frac{\sigma^2 \left(\lambda_1^2 - \frac{i\omega}{K} \right)}{\lambda_1^2 (\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}$, $A_2 = \frac{\sigma^2 \left(\lambda_2^2 - \frac{i\omega}{K} \right)}{\lambda_2^2 (\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}$, λ_1, λ_2 分别是双相介质中的快纵波和慢纵波的波数, λ_3 是双相介质中的横波波数, 其值分别为

$$\lambda_1^2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu} + \frac{i\omega}{K} + \frac{i\omega\gamma\eta}{\lambda + 2\mu} + \sqrt{\left[\frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu} + \frac{i\omega}{K} + \frac{i\omega\gamma\eta}{\lambda + 2\mu} \right]^2 - 4 \frac{i\omega}{K} \frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu}} \right\}, \quad (23)$$

$$\lambda_2^2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu} + \frac{i\omega}{K} + \frac{i\omega\gamma\eta}{\lambda + 2\mu} - \sqrt{\left[\frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu} + \frac{i\omega}{K} + \frac{i\omega\gamma\eta}{\lambda + 2\mu} \right]^2 - 4 \frac{i\omega}{K} \frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu}} \right\}, \quad (24)$$

$$\lambda_3^2 = \frac{\rho\omega^2}{\mu}. \quad (25)$$

4 边界积分方程离散

对于二维情况, 双相介质的积分方程形式可写为

$$\begin{aligned} \text{固相: } c_{ij} u_j + \int_{\Gamma} t_{ij}^* u_j d\Gamma + \int_{\Gamma} \tau_i^* U_n d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* t_j d\Gamma \\ + \int_{\Gamma} \tau U_m^* d\Gamma + \int_{\Omega} F_j u_{ij}^* d\Omega, \quad (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{液相: } \int_{\Gamma} t_{3i}^* u_i d\Gamma + \int_{\Gamma} \tau_3^* U_n d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{3i}^* t_i d\Gamma \\ + \int_{\Gamma} u_{33}^* \tau d\Gamma + J c_{33} \tau + \int_{\Omega} F_i u_{3i}^* d\Omega. \quad (27) \end{aligned}$$

采用向量符号表示, 对于节点 i 的积分方程可写为

$$\mathbf{C}_u^i \mathbf{u}^i + \int_{\Gamma} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma + \mathbf{C}_p^i \mathbf{p}^i + \mathbf{F}^i, \quad (28)$$

式中 \mathbf{u}, \mathbf{p} 分别是第 i 节点的位移向量和应力向量, 分别为

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ U_n \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{p} = \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \tau \end{Bmatrix}. \quad (29)$$

\mathbf{u}^* 和 \mathbf{p}^* 分别表示基本解张量:

$$\mathbf{u}^* = \begin{bmatrix} u_{11}^* & u_{12}^* & U_{n1}^* \\ u_{21}^* & u_{22}^* & U_{n2}^* \\ u_{31}^* & u_{32}^* & u_{33}^* \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}^* = \begin{bmatrix} t_{11}^* & t_{12}^* & \tau_1^* \\ t_{21}^* & t_{22}^* & \tau_2^* \\ t_{31}^* & t_{32}^* & \tau_3^* \end{bmatrix}. \quad (30)$$

\mathbf{F} 为震源向量, 假设震源的分布集中在位置为 s 的点上, 则有

$$f(x, \omega) = f(\omega) \delta(x - s). \quad (31)$$

因此式(26)、(27)中的震源项的域内积分可变为

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} u_{ij}^* f_j(x, \omega) d\Omega = \int_{\Omega} u_{ij}^* \delta(x - s) f_j(\omega) d\Omega \\ = u_{ij}^* f_j(\omega). \quad (32) \end{aligned}$$

引入常单元将边界 Γ 划分为 N 个节点, 采用有限元

离散技术, 可将(28)式离散为

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_u^i \mathbf{u}^i + \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\Gamma_j} \mathbf{p}^* d\Gamma \right\} \mathbf{u}^j = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\Gamma_j} \mathbf{u}^* d\Gamma \right\} \mathbf{p}^j \\ + \mathbf{C}_p^i \mathbf{p}^i + \mathbf{F}^i. \quad (33) \end{aligned}$$

\mathbf{u}^* 和 \mathbf{p}^* 为基本解, 它们在每一单元上的积分为已知, 则式(33)可写为

$$\mathbf{C}_u^i \mathbf{u}^i + \sum_{j=1}^N \hat{\mathbf{H}}^{ij} \mathbf{u}^j = \sum_{j=1}^N \hat{\mathbf{G}}^{ij} \mathbf{p}^j + \mathbf{C}_p^i \mathbf{p}^i + \mathbf{F}^i, \quad (34)$$

式中, $\hat{\mathbf{H}}^{ij}$ 、 $\hat{\mathbf{G}}^{ij}$ 分别为与基本解 \mathbf{u}^* 、 \mathbf{p}^* 及插值函数形式有关的 3×3 阶系数矩阵, 可由数值计算获得, \mathbf{u}^j 和 \mathbf{p}^j 分别为第 j 节点的位移和应力向量, \mathbf{F}^i 为震源向量, \mathbf{C}_u^i 和 \mathbf{C}_p^i 为与第 i 节点几何特征有关的 3×3 阶常数矩阵, 分别为

$$\mathbf{C}_u^i = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_p^i = \frac{J}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (35)$$

式中 $J = \frac{1}{-i\omega b - \omega^2 \rho_{22}}$.

对于 $i=1, 2, \dots, N$ 个源节点可得到矩阵方程:

$$\mathbf{H} \mathbf{u} = \mathbf{G} \mathbf{p} + \mathbf{F}. \quad (36)$$

式中, \mathbf{H} 和 \mathbf{G} 分别为 $3N \times 3N$ 阶系数矩阵, \mathbf{u}, \mathbf{p} 和 \mathbf{F} 分别为 $3N$ 阶位移向量、应力向量和源向量.

5 数值模拟结果及分析

设计一个 $1000 \text{ m} \times 1000 \text{ m}$ 的两层模型, 界面位于地下 300 m 处, 上下两层均为双相各向同性介质, 物性参数见表 2, 震源位于 $(500 \text{ m}, 0 \text{ m})$. 波场模拟效果见图 1, 并与牟永光和裴正林^[10~13] 的有限差分方法进行了比较, 与有限差分方法的结果有着较好的吻合, 虽然能量强度不是完全一致, 主要可能是由于有限差分法直达波的干扰. 从图中可以看到在双相各向同性介质中同时存在快纵波(P_1)和慢纵波

(P_2). 快纵波类似于单相各向同性介质中的纵波, 而慢纵波速度很低, 且具有很强的衰减和频散. 在双相各向同性介质和双相各向同性介质构成的界面上, 反射场包括快纵波反射波 (P_1P_1), 快纵波转换的横波 (P_1S), 快纵波转换的慢纵波 (P_1P_2), 慢纵波转换的快纵波 (P_2P_1) 和慢纵波的反射波 (P_2P_2). 在图中还可以看到, 慢纵波在界面上转换形成的 P 波的

衰减比慢纵波本身的衰减小得多; 慢纵波转换的横波能量很弱, 不易观察到; 从快纵波转换成慢纵波后, 该波形具有第一类波的性质, 同样从慢纵波转换成快纵波后, 则该波形具有快纵波的性质; 在界面上双相各向同性介质中的转换波垂直分量的能量比水平分量的能量要强.

表 2 双相均匀同向介质两层模型参数
Table 2 Biot's parameters for a two layer model of porous media

	$\rho_{11}/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$\rho_{22}/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$\rho_{12}/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$b/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^4)$	$Q/(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$R/(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$\mu/(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$\lambda/(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$
1	2.167	0.191	-0.083	3.0	0.953×10^9	0.33×10^9	6.84×10^9	0.391×10^9
2	2.430	0.255	-0.1	10	0.7×10^9	0.79×10^9	12×10^9	31.03×10^9

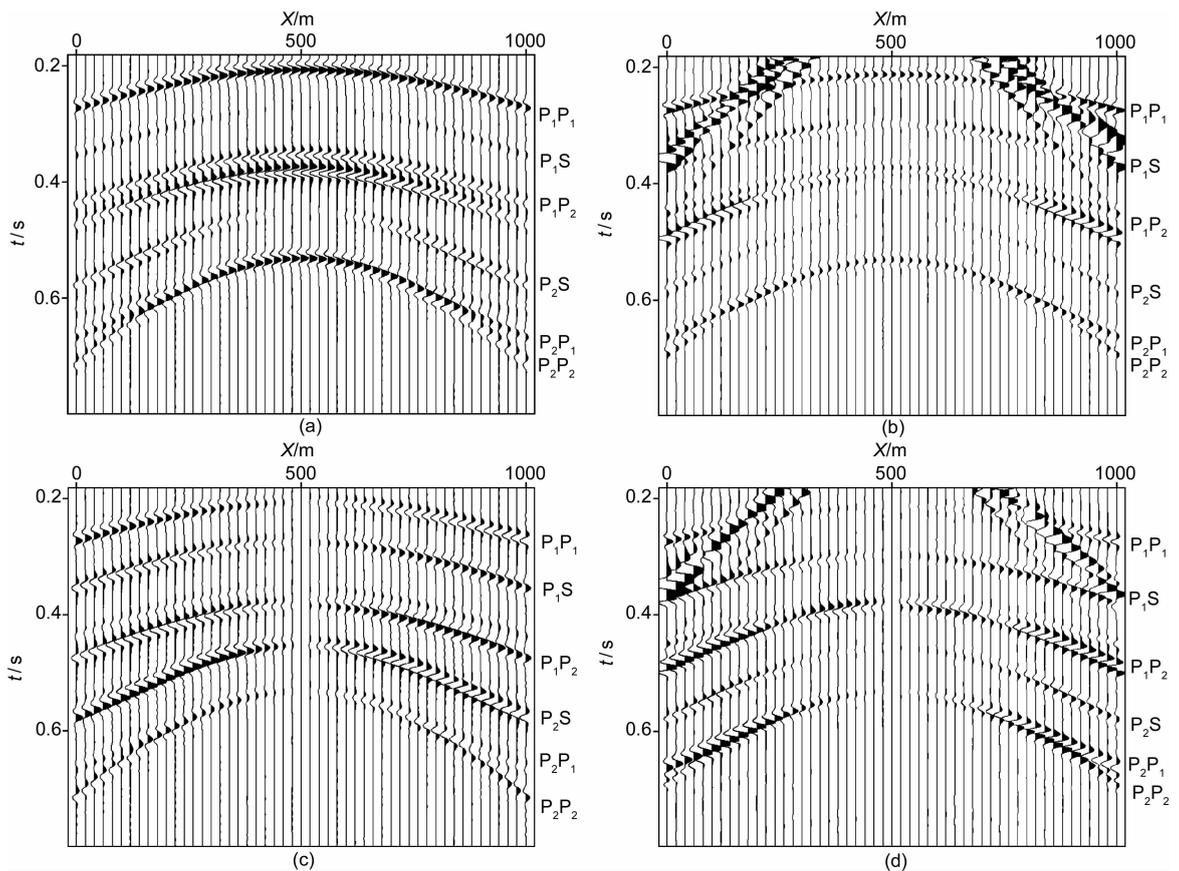


图 1 两层模型地震合成记录

(a), (c) 分别为边界元法固相垂直方向位移和固相水平方向位移;

(b), (d) 分别为有限差分法的固相的垂直方向位移和固相水平方向位移.

Fig. 1 Synthetic seismogram receivers of two layers model

(a), (c) is vertical displacements and horizontal displacements of solids medium by BEM;

(b), (d) is vertical displacements and horizontal displacements of solids medium by FDM.

6 结论

本研究以 Biot 理论为基础, 根据热弹动力学

方程与流体饱和孔隙介质积分方程的相似性, 求得双相介质积分方程的基本解, 建立了频域内的双相各向同性介质 Biot 方程的积分方程, 发展了一套用于流体饱和和多孔隙介质的边界元算法, 最后利用边

界元法实现了流体饱和多孔隙介质的波场模拟。由于边界元法自动满足远场的辐射条件,无需引入人工边界,适用此类地下半空间无限域问题。通过一个地下两层各向同性介质模型验证了方法的正确性。数值模拟结果表明,本文提出的流体饱和孔隙介质弹性波方程的边界元算法是正确可靠的。

参考文献(References)

- [1] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. Part I: Low frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1956, **28**:168~178
- [2] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. Part II: Higher frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1956, **28**:179~191
- [3] Simon B R, Wu J S-S, Zienkiewicz O C. Evaluation of $u-w$ and $u-\pi$ finite element of saturated porous media using one dimensional models. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 1986, **10**:461~482
- [4] Simon B R, Wu J S-S, Zienkiewicz O C. Evaluation of higher order, mixed and hermitean finite element procedures for dynamic analysis of saturated porous media using one dimensional models. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 1986, **10**:483~499
- [5] Atalla N, Panneton R, Debergue P. A mixed Displacement-pressure formulation for Biot's poroelastic equation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1996, **104**:1444~1452
- [6] Panneton R, Atalla N. An efficient finite element scheme for solving the three dimensional poroelasticity problem in acoustics. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1997, **101**:328~329
- [7] 王尚旭. 双相介质中弹性波问题有限元数值解和 AVO 问题 [博士论文]. 北京:石油大学, 1990
Wang S X. Numerical solutions of the finite element method for the elastic wave problem and AVO problems in two-phase media [Ph. D. thesis]. Beijing: Petroleum University, 1990
- [8] 徐文骏, 郭建. 流体饱和多孔介质中弹性波的数值模拟. *地球物理学报*, 1994, **37**(增刊 I): 424~433
Xu W J, Guo J. Numerical simulation of elastic waves in fluid-saturated porous media. *Chinese J. Geophys. (Acta Geophysica Sinica)*, 1994, **37**(Suppl. I): 424~433
- [9] 张新明, 刘克安, 刘家琦. 流体饱和多孔隙介质二维弹性波方程正演模拟的小波有限元法. *地球物理学报*, 2005, **48**(5), 1156~1166
Zhang X M, Liu K A, Liu J Q. A wavelet finite element method for the 2-D wave equation in fluid-saturated porous media. *Chinese J. Geophys. (in Chinese)*, 2005, **48**(5):1156~1166
- [10] 牟永光, 裴正林. 三维复杂介质地震数值模拟. 北京:石油工业出版社, 2004
Mou Y G, Pei Z L. 3-D Seismic Numerical Simulation in Complex Media. Beijing: Petroleum Industry Press, 2004
- [11] Dai N, Vafidis A. Wave propagation in heterogeneous, porous media: A velocity-stress, finite-difference method. *Geophysics*, 1995, **60**(2):327~340
- [12] 王秀明, 张海澜. 利用高阶交错网格有限差分法模拟地震波在非均匀孔隙介质中的传播. *地球物理学报*, 2003, **46**(6): 842~849
Wang X M, Zhang H L. Modeling of seismic wave propagation in Heterogeneous poroelastic media using a high-order staggered finite-difference method. *Chinese J. Geophys. (in Chinese)*, 2003, **46**(6):842~849
- [13] 裴正林. 三维双相各向异性介质弹性波方程交错网格高阶有限差分法模拟. *中国石油大学学报*, 2006, **30**(2):16~20
Pei Z L. A staggered-grid high-order difference method for modeling seismic wave equation in 3-D dual-phase anisotropic media. *Journal of China University of Petroleum (in Chinese)*, 2006, **30**(2):16~20
- [14] 刘洋, 李承楚. 双相各向异性介质中弹性波传播伪谱法数值模拟研究. *地震学报*, 2000, **22**(2):132~138
- [15] Komatsich D, Vilotte J P. The spectral element method: an efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 1998, **88**:368~392
- [16] Burridge R, Vargas C A. The fundamental solution in dynamic poroelasticity. *Geophys. J. Royal Astron. Soc.*, 1979, **58**(1):61~90
- [17] Manolis G V, Beskos D E. Integral formulation and fundamental solutions of dynamic poroelasticity and thermoelasticity. *Acta Mech.*, 1989, **76**:89~104
- [18] Bonnet G. Basic singular solutions for a poroelastic medium in the dynamic range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1987, **82**:1758~1762
- [19] Cheng H D. A direct boundary element method for plane strain poroelasticity. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 1988, **12**:551~572
- [20] 符力耘, 牟永光. 弹性波边界元法正演模拟. *地球物理学报*, 1994, **37**(4):521~529
Fu L Y, Mou Y G. Boundary element method for elastic wave forward modeling. *Chinese J. Geophys. (in Chinese)*, 1994, **37**(4):521~529
- [21] Predeleanu M. Reciprocal theorem in the consolidation theory of porous media. *Appl. Math. Modelling*, 1968, **8**:378~382
- [22] Cheng A H D, Predeleanu M. Transient boundary element formulation for poroelasticity. *Appl. Math. Modelling.*, 1987, **11**:285~290
- [23] Kupradze V D, Gegelia T G. Three-dimensional problems of Mathematical Theory of Elasticity and Thermoelasticity. North-Holland, Amsterdam, 1979
- [24] Nowacki W. Dynamics Problems of Thermoelasticity. Noordhoff, Leyden, the Netherlands, 1975