

# 基于序贯无迹卡尔曼滤波的雷达目标跟踪方法

刘 华<sup>1</sup>, 黄胜昔<sup>2</sup>

LIU Hua<sup>1</sup>, HUANG Sheng-xi<sup>2</sup>

1. 西门子听力仪器(苏州)有限公司, 江苏 苏州 215021

2. 基美电子(苏州)有限公司, 江苏 苏州 215021

1. Siemens Hearing Instruments(Suzhou) Co., Ltd., Suzhou, Jiangsu 215021, China

2. KEMET Electronics(Suzhou) Co., Ltd., Suzhou, Jiangsu 215126, China

E-mail: hua.liu@siemens.com

LIU Hua, HUANG Sheng-xi. Method for radar target tracking based on sequential unscented Kalman filter. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(25): 202-204.

**Abstract:** This paper introduces a method for radar target tracking based on Sequential Unscented Kalman Filter(SUKF). In UKF, a minimal set of carefully chosen sample points is used to represent random variables distribution. And when propagated through the true nonlinear system, these sample points capture the mean and covariance accurately to the 3rd order for nonlinear transformation. In order to improve filtering accuracy, SUKF is applied to a radar target tracking system. The Monte Carlo simulation demonstrates that the SUKF has higher filtering accuracy and computational efficiency than conventional Extended Kalman Filter(EKF).

**Key words:** Unscented Kalman Filter(UKF); Extended Kalman Filter(EKF); sequential filter; state estimation; radar target tracking

**摘 要:** 提出一种基于序贯无迹卡尔曼滤波的雷达目标跟踪方法。雷达跟踪系统为离散非线性系统, 传统的解决方法是使用扩展卡尔曼滤波。无迹卡尔曼滤波用少量采样点表示随机变量的分布, 通过非线性系统传播, 能以三阶精度获得非线性变换的均值和方差的估计。为了提高无迹卡尔曼滤波的精度, 用序贯无迹卡尔曼滤波方法依次处理方位角、俯仰角和距离, 来进行雷达目标跟踪。通过 Monte Carlo 仿真, 验证了该滤波算法比传统的扩展卡尔曼滤波具有更高的滤波精度和更高的计算效率。

**关键词:** 无迹卡尔曼滤波; 扩展卡尔曼滤波; 序贯滤波; 状态估计; 雷达目标跟踪

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.25.062 文章编号: 1002-8331(2009)25-0202-03 文献标识码: A 中图分类号: TP391

## 1 引言

雷达目标跟踪系统中, 传统的跟踪滤波算法采用扩展卡尔曼滤波(EKF)<sup>[1]</sup>或二阶扩展卡尔曼滤波<sup>[2]</sup>, 其主要缺点有: 一是 Jacobian 矩阵推导的复杂性; 二是局部线性化假设不成立时有可能产生极不稳定的滤波。无迹卡尔曼滤波(UKF)算法<sup>[3-5]</sup>建立在近似一个分布比近似一个任意的非线性函数容易的观点上, 通过一组确定的采样点来捕获系统的相关统计量, 将非线性映射直接作用于各采样点, 根据映射后的点集重建统计量。UKF 能精确地捕获系统状态的二阶矩, 与 EKF 具有同等的计算复杂度, 但比 EKF 具有更优的性能<sup>[6]</sup>。

文献[7-9]已证明雷达测量的序贯处理不仅能提高滤波精度, 还能降低计算复杂度。因此为改进滤波性能, 提高跟踪精度, 降低计算复杂度, 提出一种序贯无迹卡尔曼滤波算法用于雷达目标跟踪, 用 Monte Carlo 仿真验证其有效性。

## 2 雷达目标跟踪问题描述

雷达目标跟踪系统:

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{F}\mathbf{X}(k) + \mathbf{G}\mathbf{w}(k) \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{X}(k)) + \mathbf{v}(k) \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{X}(k) = [x(k) \quad \dot{x}(k) \quad y(k) \quad \dot{y}(k) \quad z(k) \quad \dot{z}(k)]^T$  为目标的状态矢量; 系统噪声  $\mathbf{w}(k) = [w_x(k) \quad w_y(k) \quad w_z(k)]^T$  为相互独立的 0 均值高斯白噪声, 方差阵  $\mathbf{Q}$  为:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \end{bmatrix}; \text{ 另外, } \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{A} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{A} \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{B} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{B} \end{bmatrix}, \text{ 其}$$

中  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} T^2 & T \\ 0 & T \end{bmatrix}^T, T = t_{k+1} - t_k$  为采样周期。雷达的观测

向量  $\mathbf{Z}(k) = [r_m^R(k) \quad \theta_m^R(k) \quad \phi_m^R(k)]^T, r_m^R(k), \theta_m^R(k), \phi_m^R(k)$  分别为径向距离、方位角、俯仰角。 $\mathbf{v}(k)$  为噪声向量,  $\mathbf{v}(k) = [v_r^R(k) \quad v_\theta^R(k) \quad v_\phi^R(k)]^T$ , 观测噪声  $v_r^R, v_\theta^R, v_\phi^R$  为 0 均值高斯白噪声, 方差分别为  $\sigma_r^2, \sigma_\theta^2, \sigma_\phi^2$ 。 $v_r^R, v_\theta^R, v_\phi^R$  相互独立, 观测噪声协方差阵  $\mathbf{R}$  为:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\phi^2 \end{bmatrix}$$

另外  $h(\mathbf{X}(k))=[h_r(\mathbf{X}(k)) \ h_\theta(\mathbf{X}(k)) \ h_\phi(\mathbf{X}(k))]^T$

$$h_r(\mathbf{X}(k)) = \sqrt{x^2(k) + y^2(k) + z^2(k)} \quad (3)$$

$$h_\theta(\mathbf{X}(k)) = \text{tg}^{-1}\left(\frac{y(k)}{x(k)}\right) \quad (4)$$

$$h_\phi(\mathbf{X}(k)) = \text{tg}^{-1}\left(\frac{z(k)}{\sqrt{x^2(k) + y^2(k)}}\right) \quad (5)$$

### 3 序贯无迹卡尔曼滤波

根据文献[7-9]的结论,雷达测量按方位角  $\theta$ 、俯仰角  $\phi$  和距离  $r$  的顺序进行序贯滤波,效果最好。采用序贯无迹卡尔曼滤波的算法步骤如下。

#### 3.1 时间更新

给定  $t_{k-1}$  时刻的系统状态  $\hat{\mathbf{X}}(k-1|k-1)$  和协方差阵  $\mathbf{P}(k-1|k-1)$ ,  $t_k$  时刻的时间更新为:

$$\hat{\mathbf{X}}(k|k-1) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{X}}(k-1|k-1) \quad (6)$$

$$\mathbf{P}(k|k-1) = \mathbf{F}\mathbf{P}(k-1|k-1)\mathbf{F}^T + \mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^T \quad (7)$$

#### 3.2 方位角测量更新

按下式在  $\hat{\mathbf{X}}(k|k-1)$  处构建  $2n+1$  个  $\sigma$  采样点  $\hat{\mathbf{X}}_i(k|k-1)$ :

$$\hat{\mathbf{X}}_0(k|k-1) = \hat{\mathbf{X}}(k|k-1) \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_i(k|k-1) = \hat{\mathbf{X}}(k|k-1) + (\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}(k|k-1)})_i \quad i=1, \dots, n \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_i(k|k-1) = \hat{\mathbf{X}}(k|k-1) - (\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}(k|k-1)})_{i-n} \quad i=n+1, \dots, 2n \quad (10)$$

其中,  $\lambda = \alpha^2(n+\kappa) - n$ , 常数  $\alpha$  为采样点相对于  $\bar{x}$  的散布程度,通常取一小的正值(如  $1e-4 \leq \alpha \leq 1$ ); 常数  $\kappa$  为影响分布的尺度因子,多维系统选择  $\kappa = 3-n$  可以使均方误差最小; $\beta$  为描述  $x$  的先验分布信息, 高斯分布的  $\beta$  最优值为 2;  $(\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}_x})_i$  表示矩阵  $(n+\lambda)\mathbf{P}_x$  平方根的第  $i$  列。

根据式(4)计算  $\sigma$  采样点的非线性映射:

$$\hat{\theta}_i^m(k|k-1) = h_\theta(\hat{\mathbf{X}}_i(k|k-1)) \quad i=0, 1, \dots, 2n \quad (11)$$

其均值为:

$$\hat{\theta}^m(k|k-1) = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} \hat{\theta}_i^m(k|k-1) \quad (12)$$

方差为:

$$P_{\hat{\theta}\hat{\theta}}^m = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} (\hat{\theta}_i^m(k|k-1) - \hat{\theta}^m(k|k-1))^2 + \sigma_\theta^2 \quad (13)$$

$$P_{\hat{x}\hat{\theta}}^m = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} (\hat{\theta}_i^m(k|k-1) - \hat{\theta}^m(k|k-1)) (\hat{\mathbf{X}}_i(k|k-1) - \hat{\mathbf{X}}(k|k-1)) \quad (14)$$

其中:

$$\tilde{\theta}^m(k|k-1) = \hat{\theta}_k^m - \hat{\theta}^m(k|k-1) \quad (15)$$

权值为:

$$W_0^{(m)} = \frac{\lambda}{n+\lambda} \quad (16)$$

$$W_0^{(c)} = \frac{\lambda}{n+\lambda} + (1-\alpha^2+\beta) \quad (17)$$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = \frac{1}{2(n+\lambda)} \quad i=1, 2, \dots, 2n \quad (18)$$

滤波器增益为:

$$\mathbf{K}_k^\theta = \frac{P_{\hat{x}\hat{\theta}}^\theta}{P_{\hat{\theta}\hat{\theta}}^\theta} \quad (19)$$

方位角测量更新为:

$$\hat{\mathbf{X}}^\theta(k|k) = \hat{\mathbf{X}}(k|k-1) + \mathbf{K}_k^\theta \tilde{\theta}^m(k|k-1) \quad (20)$$

$$\mathbf{P}^\theta(k|k) = \mathbf{P}(k|k-1) - \mathbf{K}_k^\theta P_{\hat{\theta}\hat{\theta}}^\theta (\mathbf{K}_k^\theta)^\top \quad (21)$$

### 3.3 俯仰角测量更新

同方位角测量更新相似,在方位角测量更新的基础上构建

$2n+1$  个  $\sigma$  采样点  $\hat{\mathbf{X}}_i^\phi(k|k)$ :

$$\hat{\mathbf{X}}_0^\phi(k|k) = \hat{\mathbf{X}}^\theta(k|k) \quad (22)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_i^\phi(k|k) = \hat{\mathbf{X}}^\theta(k|k) + (\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}^\theta(k|k)})_i \quad i=1, \dots, n \quad (23)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_i^\phi(k|k) = \hat{\mathbf{X}}^\theta(k|k) - (\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}^\theta(k|k)})_{i-n} \quad i=n+1, \dots, 2n \quad (24)$$

根据式(5)计算  $\sigma$  采样点的非线性映射:

$$\hat{\phi}_i^m(k|k) = h_\phi(\hat{\mathbf{X}}_i^\phi(k|k)) \quad i=0, 1, \dots, 2n \quad (25)$$

其均值为:

$$\hat{\phi}^m(k|k) = \sum_{i=1}^{2n} w_i^{(m)} \hat{\phi}_i^m(k|k) \quad (26)$$

方差为:

$$P_{\hat{\phi}\hat{\phi}}^m = \sum_{i=1}^{2n} w_i^{(c)} (\hat{\phi}_i^m(k|k) - \hat{\phi}^m(k|k))^2 + \sigma_\phi^2 \quad (27)$$

$$P_{\hat{x}\hat{\phi}}^m = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} (\hat{\phi}_i^m(k|k) - \hat{\phi}^m(k|k)) (\hat{\mathbf{X}}_i^\phi(k|k) - \hat{\mathbf{X}}^\theta(k|k)) \quad (28)$$

其中:

$$\tilde{\phi}^m(k|k) = \hat{\phi}_k^m - \hat{\phi}^m(k|k) \quad (29)$$

滤波器增益为:

$$\mathbf{K}_k^\phi = \frac{P_{\hat{x}\hat{\phi}}^\phi}{P_{\hat{\phi}\hat{\phi}}^\phi} \quad (30)$$

俯仰角测量更新为:

$$\hat{\mathbf{X}}^\phi(k|k) = \hat{\mathbf{X}}^\theta(k|k) + \mathbf{K}_k^\phi \tilde{\phi}^m(k|k) \quad (31)$$

$$\mathbf{P}^\phi(k|k) = \mathbf{P}^\theta(k|k) - \mathbf{K}_k^\phi P_{\hat{\phi}\hat{\phi}}^\phi (\mathbf{K}_k^\phi)^\top \quad (32)$$

### 3.4 距离测量更新

在俯仰角测量更新的基础上构建  $2n+1$  个  $\sigma$  采样点  $\hat{\mathbf{X}}_i^r(k|k)$ :

$$\hat{\mathbf{X}}_0^r(k|k) = \hat{\mathbf{X}}^\phi(k|k) \quad (33)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_i^r(k|k) = \hat{\mathbf{X}}^\phi(k|k) + (\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}^\phi(k|k)})_i \quad i=1, \dots, n \quad (34)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_i^r(k|k) = \hat{\mathbf{X}}^\phi(k|k) - (\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}^\phi(k|k)})_{i-n} \quad i=n+1, \dots, 2n \quad (35)$$

根据式(3)计算  $\sigma$  采样点的非线性映射:

$$\hat{r}_i^m(k|k) = h_r(\hat{\mathbf{X}}_i^r(k|k)) \quad i=0, 1, \dots, 2n \quad (36)$$

其均值为:

$$\hat{r}^m(k|k) = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} \hat{r}_i^m(k|k) \quad (37)$$

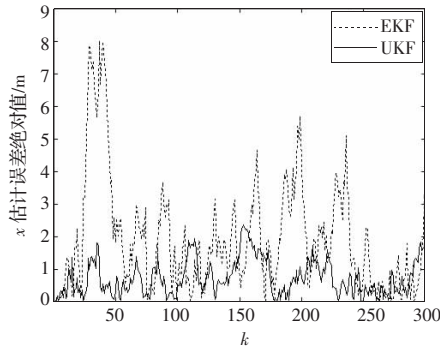


图1 x位置误差绝对值

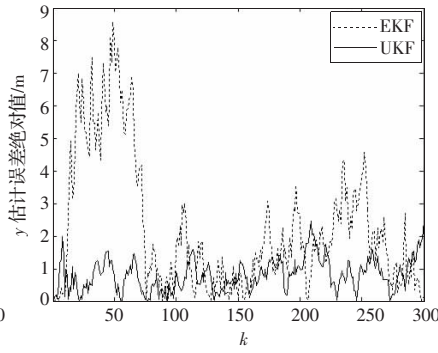


图2 y位置误差绝对值

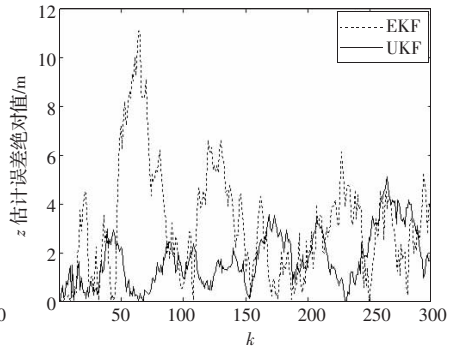


图3 z位置误差绝对值

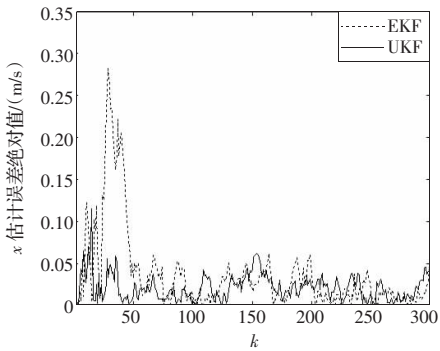


图4 x速度误差绝对值

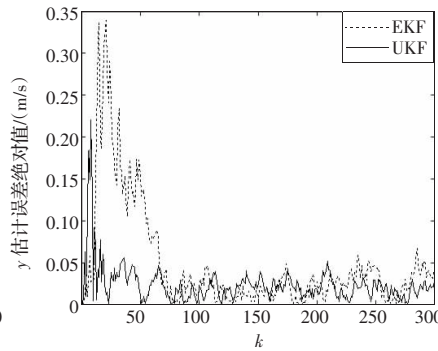


图5 y速度误差绝对值

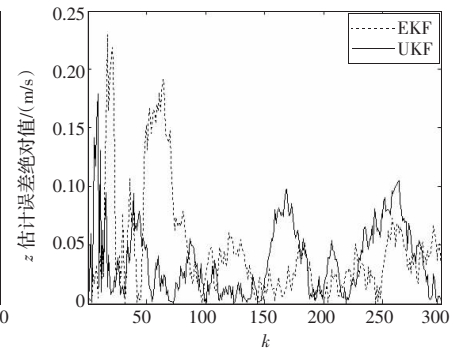


图6 z速度误差绝对值

方差为:

$$P_{rr} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} (\hat{r}_i^m(k|k) - \hat{r}^m(k|k))^2 + \sigma_r^2 \quad (38)$$

$$P_{\hat{x}_i} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} (\hat{r}_i^m(k|k) - \hat{r}^m(k|k)) (\hat{X}_i^\phi(k|k) - \hat{X}^\phi(k|k)) \quad (39)$$

其中:

$$\tilde{r}^m(k|k) = r_k^m - \hat{r}^m(k|k) \quad (40)$$

滤波器增益为:

$$K_k^r = \frac{P_{\hat{x}_i}}{P_{rr}} \quad (41)$$

距离测量更新为:

$$\hat{X}^r(k|k) = \hat{X}^\phi(k|k) + K_k^r \tilde{r}^m(k|k) \quad (42)$$

$$P^r(k|k) = P^\phi(k|k) - K_k^r P_{rr} (K_k^r)^T \quad (43)$$

### 3.5 最终滤波结果

$$\hat{X}(k|k) = \hat{X}^r(k|k) \quad (44)$$

$$P(k|k) = P^r(k|k) \quad (45)$$

## 4 仿真及分析

为验证提出的 SUKF 算法的性能,将其应用于雷达目标跟踪系统中,采用 Monte Carlo 仿真对其滤波性能进行评价。

仿真计算时,假设目标做匀速运动,采用雷达对其进行跟踪。采样周期  $T=1$  s,跟踪时间 300 s。跟踪开始时目标位于 (3 000, 3 000, 3 000) m 处,运行速度为 (10, 15, -5) m/s。雷达的观测噪声标准差分别为  $\sigma_r=50$  m,  $\sigma_\theta=10$  mrad,  $\sigma_\phi=10$  mrad。仿真观测数据由理想弹道按式(2)计算出理想数据  $T_r, T_\theta, T_\phi$  后,分别加上 0 均值、方差为 2 500、 $1e-4$ 、 $1e-4$  的伪随机数得到。过程噪声方差阵  $Q=0.01I_3$ , 观测噪声协方差阵为:

$$R = \begin{bmatrix} 2500 & 0 & 0 \\ 0 & 1e-4 & 0 \\ 0 & 0 & 1e-4 \end{bmatrix}$$

AUKF 的参数为  $\alpha=0.1, \beta=2, \kappa=-3$ 。初始化为:

$$\hat{X}(0) = [3\ 000\ 10\ 3\ 000\ 15\ 3\ 000\ -5]^T, P_0 = 10I_6$$

在上述条件下,采用 SUKF 经过 100 次 Monte Carlo 仿真,得到目标状态估计的误差,并与 EKF 的结果进行对比。

从以上仿真结果可以看出, SUKF 的跟踪精度明显优于传统的 EKF, 其滤波误差绝对值曲线基本包络在 EKF 的曲线内, 而且其收敛速度比 EKF 的快。

## 5 结论

推导了状态方程为线性、测量方程为非线性的无迹卡尔曼滤波器,提出一种基于序贯无迹卡尔曼滤波的雷达目标跟踪方法。仿真实验表明,序贯无迹卡尔曼滤波器同扩展卡尔曼滤波器相比,不仅具有较高的跟踪精度,还具有较高的计算效率。

## 参考文献:

- [1] Kameda H, Tsujimichi S, Kosuge Y. Target tracking under dense environment using range rate measurements[C]//Proceedings of the 37th SICE Annual Conference, Chiba, Japan, 1998:927-932.
- [2] Bizup D F, Brown D E. The over-extended Kalman filter-Don't use it! [C]//Proceedings of the 6th International Conference on Information Fusion, Cairns, Queensland, Australia, 2003:40-46.
- [3] Julier S J, Uhlmann J K. A new extension of the Kalman filter to nonlinear system[C]//The 11 Int Sym on AeroSense/Defence Sensing, Simulation and Controls, Orlando, Florida, USA, 1997.