

# 具有时延的网络控制系统控制器设计

王国敬, 穆志纯

WANG Guo-jing, MU Zhi-chun

北京科技大学 信息工程学院, 北京 100083

School of Information Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

WANG Guo-jing, MU Zhi-chun. Stability analysis of networked control systems with random time-delay. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(23): 127-129.

**Abstract:** According to the networked control systems with random time-delay problem, whose sensor node is time-driven, the controller and the actuator are event-driven, a new modeling method of Networked Control Systems-discrete fuzzy T-S model is proposed. And fuzzy controller by using parallel distributing compensation theory based on this model is designed. The stability of T-S model system by Lyapunov stability theory and linear matrix inequalities is analyzed. The controller design approach based on the LMI is presented. Finally a simulation example illustrating the proposed method is given.

**Key words:** networked control systems; fuzzy control; random time-delay; Parallel Distributing Compensation (CPDC)

**摘要:** 针对一类存在随机时延的网络控制系统, 传感器采用时间驱动, 控制器和执行器采用事件驱动, 提出了一种新的具有随机时延的网络控制系统的建模方法-离散模糊 T-S 模型, 在此模型的基础上应用并行分布补偿(PDC)原理设计了模糊控制器。应用 Lyapunov 定理和线性矩阵不等式(LMI)方法, 研究了系统的稳定性问题, 给出基于 LMI 的状态反馈模糊控制器的设计方法。通过仿真实例验证控制方法能够保证系统稳定。

**关键词:** 网络控制系统; 模糊控制; 随机时延; 并行分布补偿

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.23.035 文章编号: 1002-8331(2009)23-0127-03 文献标识码: A 中图分类号: TP393

## 1 引言

随着控制系统技术的不断发展, 系统规模的日益扩大, 越来越多的控制系统通过通信网络实现不同部件之间的信息共享和交换, 这就是网络控制系统(Networked Control Systems)。其优点是可以实现资源共享、具有较高的自诊断能力、安装与维护简单及增加了系统的灵活性和可配置性。但是将通讯网络引入控制系统使得系统的分析和设计变得非常困难<sup>[1-2]</sup>。NCS 各组件之间通过网络传输信息是必然会引起网络诱导时延(包括传感器-控制器时延和控制器-执行器时延), 时延的产生不但降低系统的实时性甚至引起系统不稳定。

目前已有的一些学者涉及网络控制系统建模和分析工作, 并且取得了一些成果。文献[3]通过设置缓存将时变时延转化为固定时延, 采用预测控制的方法设计控制器, 将 NCS 的随机时延转换为固定延时, 人为的增加了系统的延时。文献[4]建立了随机长时延网络控制系统的数学模型, 并设计了满足系统均方指数稳定和随机稳定的控制律。文献[5]针对线性、连续的网络控制系统状态向量无法直接测量的情况, 通过设立状态观测器, 并且给出了系统全局指数稳定的充要条件; 文献[6]通过建立具有参数不确定性的线性网络控制系统模型, 估计传输时延的最大界, 给出了网络控制系统渐进稳定的条件; 文献[8]考虑网络

时延小于一个采样的条件下, 提出了基于 T-S 模型的网络控制系统控制其设计方法, 并且给出了系统稳定的充分条件; 在文献[8]的研究基础上, 考虑具有随机时延的情况, 研究了基于模糊模型的离散时滞系统控制器设计与稳定性问题。与文献[8]相比, 随机时延可以大于一个采样周期, 这样更加符合实际的 NCS 系统, 最后给出一个仿真算例来验证该文方法的有效性。

## 2 系统描述及模型

### 2.1 网络诱导随机时延

由于时延受到网络所采用的通信协议、网络当时的负荷状况、网络的传输速率、网络带宽和信息包的大小等诸多因素的影响, 所以呈现出或固定或随机、有界或无界等特征。随机时延主要有以下几个部分组成:

(1) 采样计算时延  $\tau^s$ : 传感器节点包含 A/D 和采样器。经等周期采样后, 被控对象的输出经 A/D 转换后由传感器打包并发送给控制节点, 数据在传感器驻留的时间即为  $\tau^s$ ;

(2) 传感器到控制器的时延  $\tau^{sc}$ : 当传感器的测量数据通过网络发送给控制器时会产生该时延;

(3) 控制器执行运算产生的时延  $\tau^c$ : 在控制器节点, 传感数

基金项目: 北京邮电大学泛网无线通信教育部重点实验室资助(No.2007104); 北京市教育委员会重点学科共建项目(No.XK100080537)。

作者简介: 王国敬(1979-), 男, 博士研究生, 研究领域为网络控制系统、时滞系统。

收稿日期: 2008-05-07 修回日期: 2008-10-14

据包的解包、控制算法的执行、控制算法计算结果数据的打包等动作所消耗的时间即为  $\tau^c$ ;

(4) 控制器到执行器的时延  $\tau^{ca}$ : 该时延由控制器发送控制信号给执行器的过程产生;

(5) 执行器计算时延  $\tau^a$ : 执行器节点收到控制信号, 对控制数据包的解包、D/A 转换等动作所消耗的时间即为  $\tau^a$ 。

这样, 整个控制回路第  $k$  时刻总的时延可以表示为  $\tau_k = \tau_k^s + \tau_k^{sc} + \tau_k^c + \tau_k^{ca} + \tau_k^a$ , 其中  $k$  代表第  $k$  个采样时刻。计算时延 ( $\tau_k^s, \tau_k^c, \tau_k^a$ ) 取决于节点负荷、调度等, 并且远小于  $\tau_k^{sc}$  和  $\tau_k^{ca}$ , 所以经常并入  $\tau_k^{sc}$  及  $\tau_k^{ca}$  中。这对整个系统的分析是等价的<sup>[8]</sup>。

### 2.2 具有随机时延的 NCS 建模

设所要研究的具有随机时延的网络控制系统如图 1 所示, 被控对象由下列状态方程描述:

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u(t) \quad (1)$$

其中  $x_p(t) \in R^n$  是对象状态向量,  $u(t) \in R^m$  是对象输入。  $A_p, B_p, C_p$  是具有相应维数的常数矩阵。

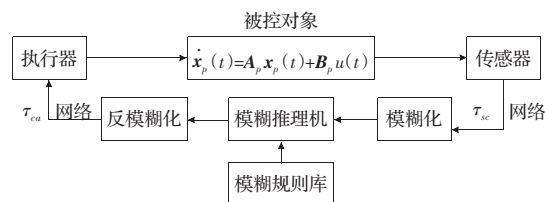


图 1 基于模糊控制器的网络控制系统的结构图

由 2.1 节可知时延具有不确定性, 设  $\tau_k = \tau_{sc} + \tau_{ca}$  为网络控制系统的总时延时, 并且最大时延为  $\tau_{max}$ , 最小时延为  $\tau_{min}$ , 并且  $\tau_{max} < NT$ , 其中  $T$  为传感器的采样周期,  $N = \tau_{max}/T + 1$ 。将系统(1)离散化并考虑随机时延的影响可得如下离散状态方程:

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_{d0} u_k + B_{d1} u_{k-1} \quad (2)$$

其中  $A_d = e^{A_p T}$ , 令  $m = \tau_k / T$  取整, 则  $B_{d0} = \int_0^{(m+1)T} e^{A_p t} dt B, B_{d1} = \int_0^{\tau_k} e^{A_p t} dt B$ 。

## 3 控制器设计及稳定性分析

### 3.1 模糊控制器设计

将时延区间  $[\tau_{min}, \tau_{max}]$  划分为  $L$  个模糊子区间  $[\tau_j, \tau_{j+1}]$ ,  $\tau_j = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{L} \times j$ , 取模糊集的隶属度函数为 Gauss 函数  $\omega_{\tau_i}(\tau_k^i) = e^{-\frac{|\tau_k - \tau_i|^2}{\sigma^2}}$ ,  $\tau_k^i$  为系统时延。基于 T-S 模糊模型的网络控制系统(2)可以描述如下:

$$R^i: \text{IF } \tau_k^i \text{ is } \tau_i, \text{ THEN } x_{k+1}^i = A_d x_k + B_{d0i} u_k + B_{d1i} u_{k-1}, i=1, 2, \dots, L$$

其中  $R^i$  为 T-S 模糊模型的第  $i$  条模糊规则,  $\tau_i$  是模糊集合,  $\tau_k^i$  是前件变量,  $L$  为规则的个数,  $x_k$  为  $k$  时刻的状态变量,  $u_k, u_{k-1}$  分别为  $k$  时刻和  $k-1$  时刻的控制输入,  $A_d, B_{d0i}, B_{d1i}$  为相应维数的常数矩阵, 应用单点模糊化, 乘积推理和中心加权反模糊

化推理方法, 可得网络控制系统被控对象的 T-S 模型为:

$$x_{k+1} = \sum_{i=1}^L \mu_i(\tau_k^i) (A_d x_k + B_{d0i} u_k + B_{d1i} u_{k-1}) \quad (3)$$

其中  $\mu_i(\tau_k^i) = \frac{\omega_{\tau_i}(\tau_k^i)}{\sum_{i=1}^L \omega_{\tau_i}(\tau_k^i)}$ , 显然有  $\sum_{i=1}^L \mu_i(\tau_k^i) = 1, \mu_i(\tau_k^i) > 0$ 。

利用并行分布补偿(PDC)原理, 其状态反馈模糊控制器规则描述如下:

$$R^i: \text{IF } \tau_k^i \text{ is } \tau_i, \text{ THEN } u_i(k) = K_i x_k, i=1, 2, \dots, L$$

应用单点模糊化, 乘积推理和中心加权反模糊化推理方法, 可得网络系统的模糊控制器方程为:

$$u_k = K x_k = \sum_{i=1}^L \mu_i(\tau_k^i) K_i x_k \quad (4)$$

将式(4)代入式(3)可得闭环系统的方程为:

$$x_{k+1} = \sum_{i=1}^L \mu_i(\tau_k) \left[ (A_d + B_{d0i} \sum_{j=1}^L \mu_j(\tau_k^j) K_j) x_k + B_{d1i} \sum_{j=1}^L \mu_j(\tau_k^j) K_j x_{k-1} \right] \quad (5)$$

由上式可得  $A_d, K_j$  和  $B_{d0i}$  及  $B_{d1i}$  是不相关的四个变量, 令:

$$\begin{aligned} A &= \sum_{i=1}^L \mu_i(\tau_k) A_d & K &= \sum_{j=1}^L \mu_j(\tau_k^j) K_j \\ M &= \sum_{i=1}^L \mu_i(\tau_k) B_{d0i} & N &= \sum_{i=1}^L \mu_i(\tau_k) B_{d1i} \end{aligned} \quad (6)$$

式(5)可用下式表示:

$$x_{k+1} = (A + MK) x_k + NK x_{k-1} \quad (7)$$

### 3.2 稳定性分析

引理 1<sup>[8]</sup> 给定适当维数的矩阵  $A, B, F$ , 且  $F^T F \leq I$  则对任意标量  $\varepsilon > 0$  有如下不等式成立:

$$A F B + B^T F^T A^T \leq \varepsilon A A^T + \varepsilon^{-1} B^T B$$

引理 2<sup>[9]</sup> (Schur 补性质) 对给定的对称矩阵  $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$ ,

其中  $S_{11} \in R^{r \times r}$ , 以下三个条件是等价的:

- (1)  $S < 0$ ;
- (2)  $S_{11} < 0, S_{11}^{-1} S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$ ;
- (3)  $S_{22} < 0, S_{22}^{-1} S_{12} S_{11}^{-1} S_{12}^T < 0$ 。

定理 1 如果存在一个对称正定矩阵  $P$  及矩阵  $K$  使得式(8)和式(9)成立, 则控制系统(5)是渐进稳定的。

$$\begin{bmatrix} -P & (A + MK)^T \\ A + MK & -(P + \varepsilon E) \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & (NK)^T \\ NK & -(\varepsilon^{-1} P^T P + P)^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

证明 取 Lyapunov 函数  $V(x_k) = x_k^T P x_k$ ,  $P$  是对称正定矩阵, 有  $x_k \neq 0, V(x_k) > 0$ 。则沿系统(7)的前向差分为:

$$\Delta V(x_k) = V(x_{k+1}) - V(x_k) = x_{k+1}^T P x_{k+1} - x_k^T P x_k$$

将式(7)代入上式得:

$$\begin{aligned} \Delta x_k &= ((A + MK) x_k + NK x_{k-1})^T P ((A + MK) x_k + NK x_{k-1}) - x_k^T P x_k = \\ & x_k^T ((A + MK)^T P (A + MK) - P) x_k + x_k^T ((A + MK)^T P N K x_{k-1} + \\ & x_{k-1}^T K^T N^T P (A + MK) x_k + x_{k-1}^T K^T N^T P N K x_{k-1} \end{aligned}$$

设增广向量

由引理 1 可得:

$$\begin{aligned} \Delta x_k \leq & x_k^T ((A+MK)^T P(A+MK) - P)x_k + \\ & \varepsilon x_k^T ((A+MK)^T (A+MK)x_k + \varepsilon^{-1} x_{k-1}^T K^T N^T P PNKx_{k-1} + \\ & x_{k-1}^T K^T N^T P PNKx_{k-1}) = x_k^T ((A+MK)^T P(A+MK) - P + \\ & \varepsilon(A+MK)^T (A+MK)x_k + \\ & x_{k-1}^T (\varepsilon^{-1} K^T N^T P PNK + K^T N^T P PNK)x_{k-1} \end{aligned} \quad (10)$$

由 Lyapunov 稳定性定理可得闭环系统稳定的充分条件是:

$$\Delta V(x_k) < 0 \quad (11)$$

即如果下面条件成立,系统(5)是 Lyapunov 稳定的。

$$(A+MK)^T P(A+MK) - P + \varepsilon(A+MK)^T P(A+MK) < 0 \quad (12)$$

$$\varepsilon^{-1} K^T N^T P PNK + K^T N^T P PNK < 0 \quad (13)$$

注意到式(12)是一个非线性矩阵不等式,由引理 2(Schur 补性质):可得式(12)的等价于下面的线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} -P & (A+MK)^T \\ A+MK & -(P+\varepsilon E)^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

同理式(13)等价的线性矩阵不等式为:

$$\begin{bmatrix} 0 & (NK)^T \\ NK & -(\varepsilon^{-1} P^T P + P)^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

则公式(9)成立。由以上可得基于 T-S 模糊模型的网络控制系统(5)是 Lyapunov 稳定的。

### 3.3 模糊控制器的设计步骤

下面给出针对系统(5)的模糊控制器设计步骤:

(1)首先确定网络控制系统的时延区间 $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$ ,模糊规则的个数 L;

(2)根据时延子空间求出  $B_{d0i}, B_{d1i}$  对应的值,得到模糊子空间的隶属度,根据公式(6)求出相应的 M、N;

(3)判断线性矩阵不等式方程组(8)、(9)是否存在可行性解,如果存在可行性解,则求解 LMI 不等式(8)、(9),得到控制向量  $K_i$  进入下一步,否则令  $\tau_{\max} = \tau_{\max} - \Delta\tau$  ( $\Delta\tau$  为任意小的正数),返回步骤(1);

(4)得到保证模糊系统稳定的最大时延  $\tau_{\max}$  和模糊反馈控制矩阵  $K$ 。最后模糊控制器为:

$$u_k = Kx_k = \sum_{i=1}^L \mu_i(\tau_k^i) K_i x_k$$

### 4 仿真示例

对一个网络伺服控制系统进行仿真研究,状态方程如下所示:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.3 \\ 0.25 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1.0 \end{bmatrix} u$$

取采样周期  $T=10$  ms,有实际系统得到最大时延  $\tau_{\max} < 3T$ ,所以对于文献[8]中的结论要求最大时延小于一个采样周期显然不适用,而对于该文所提到的方法,由公式(2)可得:

$$A_d = \begin{bmatrix} 1.705 & 10 & 0.432 & 67 \\ 0.360 & 56 & 1.272 & 50 \end{bmatrix}$$

模糊集合个数  $L=7$ ,由公式(3)可以求得相应的模糊集合的系数矩阵为:

$$\begin{aligned} B_{d00} &= \begin{bmatrix} 0.273 & 41 \\ 0.159 & 77 \end{bmatrix}, B_{d10} = \begin{bmatrix} 0.511 & 84 \\ 0.292 & 99 \end{bmatrix}, B_{d01} = \begin{bmatrix} 0.638 & 33 \\ 0.369 & 22 \end{bmatrix} \\ B_{d11} &= \begin{bmatrix} 0.146 & 920 \\ 0.083 & 532 \end{bmatrix}, B_{d02} = \begin{bmatrix} 1.124 & 80 \\ 0.644 & 63 \end{bmatrix}, B_{d12} = \begin{bmatrix} 1.195 & 30 \\ 0.667 & 37 \end{bmatrix} \\ B_{d03} &= \begin{bmatrix} 1.772 & 8 \\ 1.007 & 6 \end{bmatrix}, B_{d13} = \begin{bmatrix} 0.547 & 26 \\ 0.304 & 42 \end{bmatrix}, B_{d04} = \begin{bmatrix} 2.635 & 4 \\ 1.486 & 8 \end{bmatrix} \\ B_{d14} &= \begin{bmatrix} 2.673 & 6 \\ 1.472 & 0 \end{bmatrix}, B_{d05} = \begin{bmatrix} 3.782 & 9 \\ 2.120 & 3 \end{bmatrix}, B_{d15} = \begin{bmatrix} 1.526 & 10 \\ 0.838 & 47 \end{bmatrix} \\ B_{d06} &= \begin{bmatrix} 5.309 & 0 \\ 2.958 & 8 \end{bmatrix}, B_{d16} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由定理 1 和 Matlab 的 LMI 工具箱,可得:

$$P = \begin{bmatrix} 617.55 & 466.68 \\ 466.68 & 384.28 \end{bmatrix}, K = [-4.810 \ 5 \quad -3.372 \ 9]$$

假设系统的初始状态为 $[10 \ 10]^T$ ,在上述控制律的作用下,网络控制系统的状态运动轨迹如图 2、3 所示。从图中可以看出,在长时延的网络控制系统下,系统仍然能够快速达到稳定状态。

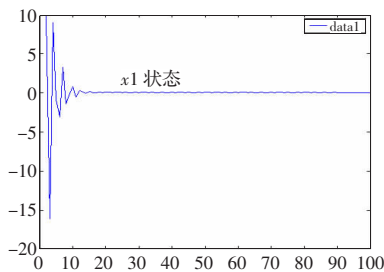


图 2 基于模糊控制器的  $x_1$  状态曲线

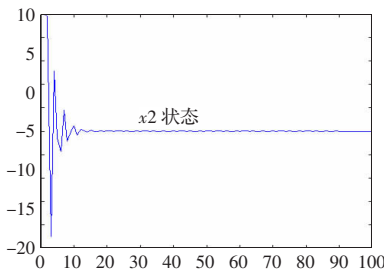


图 3 基于模糊控制器的  $x_2$  状态曲线

### 5 结语

针对传感器时钟驱动、控制器和执行器事件驱动、具有随机时延的网络控制系统,给出了一种新的基于 T-S 模型的模糊控制器设计方法,并且给出了控制器的设计步骤。通过仿真实例可以看出,采用该文给出的控制器依然能够短时间内达到稳定状态。由于该文没有考虑数据包丢失的情况,所以研究结果具有一定的保守性,如何考虑数据包丢失带来的影响是今后研究的重点。

### 参考文献:

[1] Bernhardsson N J, Wittenmark B. Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delay [J]. Automatica, 1998, 34 (1): 57-64.  
 [2] Walsh G C, Hong Y, Bushnell L. Stability analysis of networked control systems [C] // Proc of the American Control Conf, 1999: 2876-2880.