

线性规划在工业区资源配置中的应用

晏敬东, 简利君

(武汉理工大学 管理学院, 湖北 武汉 430070)

摘要:就工业区资源配置管理决策的问题,从经济学角度提出线性规划及其对偶模型,运用对偶理论的原理和影子价格建立求解工业区资源配置的最优解模式。通过实例分析,寻求工业区目标利润最大化的有效途径。

关键词:线性规划;对偶理论;影子价格;工业园区

中图分类号:F403.3

文献标识码:A

文章编号:1001-7348(2004)10-0087-02

0 前言

现代企业资源配置管理是一个错综复杂的问题,各个企业资源配置各不相同。在激烈的竞争中求生存、求发展,如何合理配置资源,以实现工业区目标利润的最大化是亟待解决的实际问题。早在1947年,丹捷格在运筹学基础上创立了解决美国空军军事规划的模型——线性规划模型;随后这一模型在市场运作、生产经营等各个管理领域得到广泛应用。在工业资源配置管理中,同样可以运用运筹学中的线性规划模型进行定量化分析,采用合理的动态资源配置,以获得工业区目标利润的最大化。

本文拟从以下几个步骤进行说明:①提出线性规划对偶问题模型;②依据线性规划对偶问题与引入的影子价格关系,求得对偶问题的最优解(工业区配置资源的影子价格),并阐明如何合理配置资源以获得工业区目标利润最大化,使工业区的决策管理者更合理有效地分配资源。

1 模型的提出

(1)一般线性规划模型为:目标函数 $\max Z = CX$;约束条件: $AX \leq b, X \geq 0$ 。

其中 $C=(C_1, C_2, \dots, C_n)$ 称为价值向量; $X=(X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ 为决策变量向量, $b=(b_1, b_2, \dots, b_n)$ 称为资源向量; $A=(a_{ij})_{m \times n}$ 的经济学含义可

以描述为:某工业区有 N 类企业,其利润用向量 X 表示,每类企业所需消耗的资源有 m 种,用 B 表示资源配置(或供应);若已知第 j 类企业需消耗第 i 种资源 a_{ij} ,那么在有限资源条件下如何配置工业区资源,实现工业区目标利润的最大化?

(2)上述问题的对偶问题模型为:目标函数: $\min \omega = Yb$; 约束条件: $Y_A \geq C, Y \geq 0, Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$ 。

其中 C 为边际经济收益向量; A 为消耗系数矩阵, b 为资源限制向量。其经济含义可以描述为一种资源定价模型,即假定工业区有 m 种资源,其单价分别用 Y_1, Y_2, \dots, Y_m 表示。如果工业区资源不是用来生产产品,而是出租或出售,那么管理决策者就要考虑如何给每种资源定价的问题,使得出租或出售资源获得的收入不小于资源用于企业生产产品的边际收入(即 $Y_A \geq C$);同时为了在市场上占据有利地位,要使资源的总价最小,即 $\min W = Yb$ 。

2 对偶理论及影子价格

上述原问题与对偶问题模型是密切联系的线性规划模型。对偶问题的提出不仅给出了对偶变量的经济意义,而且通过线性规划对偶问题最优解引出影子价格,有利于正确反映资源的稀缺程度,为工业区资源的合理配置及有效利用提供了正确的价格信号

和价值计量尺度。

对偶理论:原问题的任一可行基 B 所对应的检验数行对应于对偶问题的一个基解 Y_B ,即是说此时对偶变量的取值反映了在实施某行可行方案时,资源对目标函数的边际贡献,也就是资源在这种配置下所体现的价值,并且当原线性规划问题达到最优解 X^* 时,其对应的对偶问题也达到最优解 Y^* ,并且值相等,即 $CX^* = C_B B^{-1} b = Y^* b$ (其中 C_B 是基变量 X_B 的经济收益系数, B^{-1} 是可行基矩阵 B 的逆阵),此时的 $Y^* = C_B B^{-1}$ 是原线性规划的对偶问题的最优解,表示有限的资源在工业区企业现有的生产水平下得到了最优利用,在经济学上称为影子价格,即是针对收益最大的企业生产安排,对资源所作的一种价格估计;这是在一定技术条件下,单位资源所能获得的最大效用,反映了资源的稀缺性和效用价值。当影子价格大于零,表示资源稀缺,稀缺程度越大,影子价格越高,增加此种资源,经济收益将会增加;而当影子价格为零时,表示此种资源不稀缺,资源有剩余,增加此种资源投入并不能带来经济收益。同时企业资源允许的数量变化范围 Δb , 是:

$$\max \{-\Delta b_i / a_{ir}, a_{ir} > 0\} \leq \Delta b \leq \min \{-\Delta b_i / a_{ir}, a_{ir} < 0\}$$

上式可简单表示为: $\Delta b_{r1} \leq \Delta b \leq \Delta b_{rn}$

从经济意义上看, Δb_{rn} 为资源的最大机

收稿日期:2004-03-09

作者简介:晏敬东(1962-),男,湖北孝感人,武汉理工大学管理学院教授;简利君(1967-),女,湖北武汉人,武汉理工大学管理学院研究生。

会投入量,即当某种资源的影子价格高于市场价格时,这种资源的最大增加投入量;而 $\Delta b_i < 0$,表示当某种资源的影子价格低于市场价格时,工业区出售这种资源的最高限量不得超出 Δb_i 的绝对值。

3 应用实例

下面以实例分析线性规划在高新区资源配置管理决策中的应用。

表1 三类企业所消耗的资源、企业的利润及资源限量

| 企业 | 消耗资源 A(单位) | 消耗资源 B(单位) | 消耗资源 C(单位) | 企业利润 (千元/单位) |
|-----------|------------|------------|------------|--------------|
| X_1 | 8 | 10 | 2 | 3 |
| X_2 | 2 | 5 | 13 | 2 |
| X_3 | 10 | 8 | 10 | 2.9 |
| 资源限量 (单位) | 300 | 400 | 420 | |

表2 初始单纯形表

| C_j | 3 | 2 | 2.9 | 0 | 0 | 0 | | |
|--------------------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| C_B | X_B | b | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | X_6 |
| 0 | X_4 | 300 | 8 | 2 | 10 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | X_5 | 400 | 10 | 5 | 8 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | X_6 | 420 | 2 | 13 | 10 | 0 | 0 | 1 |
| $C_j - C_i a_{ij}$ | | | | | | | | |

表3 该企业资源配置管理最优解

| C_j | 3 | 2 | 2.9 | 0 | 0 | 0 | | |
|--------------------|-------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|---------|
| C_B | X_B | b | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | X_6 |
| 3 | X_1 | 338/15 | 1 | 0 | 0 | -9/100 | 11/60 | -17/300 |
| 2 | X_2 | 116/5 | 0 | 1 | 0 | -7/50 | 1/10 | 3/50 |
| 2.9 | X_3 | 22/3 | 0 | 0.3 | 1 | 1/5 | -1/6 | 1/30 |
| $C_j - C_i a_{ij}$ | | | 0 | 0 | 0 | -3/100 | -4/15 | -7/150 |

(1)现有一工业区有三类企业,其所消耗的资源、企业的利润及资源的限量如表1所示。

工业区利润最大化的线性规划模型是:

$$\max Z = 3x_1 + 2x_2 + 2.9x_3$$

$$\text{约束条件: } 8x_1 + 2x_2 + 10x_3 \leq 300$$

$$10x_1 + 5x_2 + 8x_3 \leq 400$$

$$2x_1 + 13x_2 + 10x_3 \leq 420 \quad (x_1, x_2, x_3 \geq 0)$$

其对偶模型是:目标函

$$\text{数 } \min \omega = 300Y_1 + 400Y_2 + 420Y_3$$

$$\text{约束条件: } 8y_1 + 10y_2 + 2y_3 \geq 3$$

$$2y_1 + 5y_2 + 13y_3 \geq 2$$

$$10y_1 + 8y_2 + 10y_3 \geq 2.9$$

$$(y_1, y_2, y_3 \geq 0)$$

对原问题模型,加入松弛变量转化为标准形式,列出其初始单纯形表如表2所示。

4 结论

通过求解线性规划模型的最优解,获得工业区资源的影子价格,反映了工业区配置资源的价值,给工业区经营管理者提供了相关的量化信息,为市场动态变化条件下的工业区资源管

理决策提供了重要依据。当然在工业区的实际运作过程中,配置资源涉及到技术、资金、能源、人力等诸多方面,有些资源的量化会有一定难度,这又会给定量化带来一些困难,但随着计算机技术的迅猛发展和企业ERP、MIS管理系统的广泛使用,针对不同行业的企业,采用一定的量化分析技术(如会计核算系统、专家系统等),根据此线性规划模型开发相应的应用软件功能将日益完善,为工业区资源的合理配置获得目标利润最大化,以提高工业区的运营绩效。

参考文献:

- [1] [加]钟彼德.管理科学(运筹学)战略角度的审视[M].韩伯棠等译.北京:机械工业出版社,2000.23-28.
- [2] 钱颂迪.运筹学[M].北京:清华大学出版社,2001.61-63.
- [3] 张耕,姜绪门.线性规划在企业价值最大化决策中的应用[J].河北科技大学学报,2002,(1):79-83.
- [4] 黄培清等.运筹学——管理中的定量方法[M].大连:大连理工大学出版社,2000.39-51.
- [5] 周起业等.区域经济学[M].北京:中国人民大学出版社,2001.452-460.
- [6] 王缉慈等.创新的空间——企业集群与区域发展[M].北京:北京大学出版社,2001.180-181.

(责任编辑:高建平)

Application of the Linear Programming in the Resource Distribution of Industrial Area

Abstract: This paper puts forward the linear programming and antithesis model in terms of economics on the question of resource distribution and management in the industrial area, and sets up the model of solving industrial resource distribution management problem. It explains the principle and theory of shade price. By the instance of the resource distribution management in the industrial area, it illustrates the application of the linear programming model in the resource management.