

一种柱-锥盘荷波导的色散关系*

徐福锴¹, 丁 武²

(1. 中国工程物理研究院 研究生部, 北京 100088; 2. 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

摘 要: 导出了柱-锥盘荷波导的色散方程, 并通过数值计算分析了这种慢波结构的几何参数对相对论行波管运行频率和通带的影响, 与柱形盘荷波导相比, 这种慢波结构的上截止频率高于柱形盘荷波导, 因此, 可以得到较高的运行频率和较大的通带, 为设计这种慢波器件提供了依据。

关键词: 相对论行波管; 色散关系; 柱-锥盘荷波导

中图分类号: TN32.2 **文献标识码:** A

相对论慢波器件是一种重要的高功率微波器件, 具有广泛的重要应用前景。柱形盘荷波导, 作为一种重要的慢波器件, 其色散关系已经有详细的推导^[1]。为了除掉聚焦磁场, 使器件小型化, 我们提出了柱-锥盘荷波导慢波结构^[2], 其结构如图 1 所示。本文试图研究这种慢波结构的色散关系。

1 柱-锥盘荷波导色散关系

轴对称柱-锥盘荷波导包括柱形盘荷波导和锥形盘荷波导两部分。在柱形区, 波导半径保持不变; 在锥形区, 波导半径随轴向距离的变化而变化, 即随着电子束的发散波导半径逐渐变大: $a(z) = a + l \times dr$, $b(z) = b + l \times dr$, 其中 dr 是半径变化长度, a, b 为柱形区内外半径, $l = 1, 2, \dots$ 为锥形区周期序号。周期性慢波结构只允许 TM 波通过, 根据麦克斯韦方程组和弗洛奎定理, 场分量可以表示为^[1-3]

在慢波区(I区), $0 < r < b(z)$

$$E_z^I(r, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} - \frac{2}{n} A_n I_0 \left(\frac{n}{b(z)} r \right) e^{-j n z} \quad (1)$$

$$H_\phi^I(r, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} - j \frac{2}{n} A_n I_1 \left(\frac{n}{b(z)} r \right) e^{-j n z} \quad (2)$$

其中

$$k_n = \sqrt{k_0^2 - \frac{n^2}{b(z)^2}}, \quad k_0 = \frac{\omega}{c} \quad (3)$$

在径向线区(II区), $b(z) < r < a(z)$, 在 $d = 0$ 的条件下 (λ_0 为空间波长)

$$E_z^{II}(r, z, t) = k^2 B \{ N_0 [ka(z)] J_0(kr) - J_0[ka(z)] N_0(kr) \} e^{-j \omega t + j n z} \quad (4)$$

$$H_\phi^{II}(r, z, t) = j \frac{2}{n} k B \{ N_0 [ka(z)] J_1(kr) - J_1[ka(z)] N_0(kr) \} e^{-j \omega t + j n z} \quad (5)$$

为确定未知常数 A_n, B , 我们在 $r = b(z)$ 的面上做近似场匹配, 假定在 $r = b(z)$ 的面上切向电场为轴向均匀场, 即

$$E_z(b(z)) = \begin{cases} E_0, & mp - d/2 < z < mp + d/2 \\ 0, & mp + d/2 < z < (m+1)p - d/2 \end{cases} \quad (6)$$

设柱形区慢波结构的周期数目为 μ , 锥形区为 ν , 令 $E_z^I(b(z)) = E_z(b(z))$, 有

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} - \frac{2}{n} A_n I_0 \left(\frac{n}{b(z)} r \right) e^{-j n z} = \begin{cases} E_0, & mp - d/2 < z < mp + d/2 \\ 0, & mp + d/2 < z < (m+1)p - d/2 \end{cases} \quad (7)$$

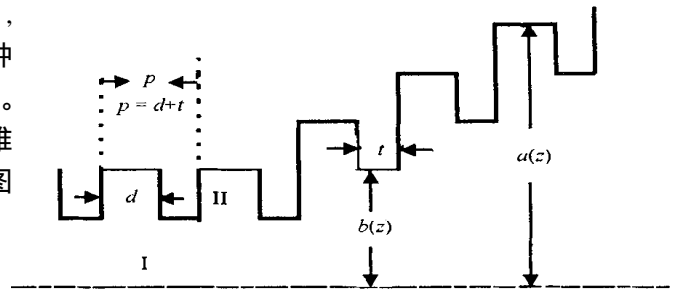


Fig. 1 Schematic picture of cylinder-cone disk-load waveguide structure

图 1 柱-锥盘荷波导结构示意图

* 收稿日期: 2002-08-18; 修订日期: 2002-12-26

基金项目: 国防科技基础研究基金资助课题

作者简介: 徐福锴(1969-), 男, 博士生, 主要从事高功率微波的理论研究; E-mail: xufukkay@hotmail.com.

对整个慢波结构存在以下关系

$$\mu p \left[- \frac{2}{n} A_n I_0(nb) \right] + \sum_{s=\mu+1}^{\mu+} p \left[- \frac{2}{n} A_n I_0 \left[n(b + (s - \mu) r) \right] \right] = (\mu +) d E_0 \frac{\sin(\frac{nd}{2})}{nd/2} \tag{8}$$

可以得到

$$A_n = - \frac{E_0 (\mu +)}{\sum_{s=\mu+1}^{\mu+} \left[\mu I_0(nb) + I_0 \left[n(b + (s - \mu) r) \right] \right]} \frac{d \sin(\frac{nd}{2})}{nd/2} \tag{9}$$

令 $E_z^{\text{II}}(b(z)) = E_z(b(z))$, 则有

$$k^2 B \{ N_0 [ka(z)] J_0[kb(z)] - J_0[ka(z)] N_0[kb(z)] \} = E_0 \tag{10}$$

于是,对整个慢波结构有

$$(\mu +) E_0 = k^2 B \left\{ \mu F_0(a, b) + \sum_{s=\mu+1}^{\mu+} F_0[a(z), b(z)] \right\} \tag{11a}$$

其中

$$F_0(a, b) = N_0(ka) J_0(kb) - J_0(ka) N_0(kb) \tag{11b}$$

$$F_0[a(z), b(z)] = N_0 \{ k[a + (s - \mu) r] J_0[kb + (s - \mu) r] - J_0[k[a + (s - \mu) r]] N_0[kb + (s - \mu) r] \} \tag{11c}$$

由(11a)式可以得到

$$B = \frac{(\mu +) E_0}{k^2 \left\{ \mu F_0(a, b) + \sum_{s=\mu+1}^{\mu+} F_0[a(z), b(z)] \right\}} \tag{12}$$

其次,让切向磁场在 $r(z) = b(z)$ 的面上满足近似边界条件

$$\int_{-d/2}^{d/2} H_{\phi}^{\text{I}}[b(z), z, t] dz = \int_{-d/2}^{d/2} H_{\phi}^{\text{II}}[b(z), z, t] dz \tag{13}$$

将(2)和(5)式代入(13)式,得到

$$\sum_{n=-}^{\mu+} \sum_{s=1}^{sp+d/2} e^{-j n z} dz \sum_{n=-}^{\mu+} A_n I_1 \left[n(b + s r) \right] = \sum_{s=1}^{\mu+} \sum_{sp-d/2}^{sp+d/2} j k B F_1[a(z), b(z)] dz \tag{14a}$$

其中

$$F_1(a, b) = N_0(ka) J_1(kb) - J_0(ka) N_1(kb) \tag{14b}$$

$$F_1[a(z), b(z)] = N_0 \{ k[a + (s - \mu) r] J_1[kb + (s - \mu) r] - J_0[k[a + (s - \mu) r]] N_1[kb + (s - \mu) r] \} \tag{14c}$$

将(9)和(12)式代入(14a)式,最后得到

$$\sum_{n=-}^{\mu+} \frac{d}{p} \left[\frac{\sin(\frac{nd}{2})}{nd/2} \right]^2 \frac{\sum_{s=\mu+1}^{\mu+} \left[\mu I_1(nb) + I_1 \left[n(b + (s - \mu) r) \right] \right]}{\sum_{s=\mu+1}^{\mu+} \left[\mu I_0(nb) + I_0 \left[n(b + (s - \mu) r) \right] \right]} = \frac{\sum_{s=\mu+1}^{\mu+} \left[\mu F_1(a, b) + F_1[a + (s - \mu) r, b + (s - \mu) r] \right]}{k \left\{ \mu F_0(a, b) + \sum_{s=\mu+1}^{\mu+} F_0[a + (s - \mu) r, b + (s - \mu) r] \right\}} \tag{15}$$

方程(15)就是轴对称柱-锥盘荷波导 TM 模的特征方程,也就是色散关系。

2 数值计算及讨论^[4,5]

对方程(15)进行数值计算,在计算中为保证级数的收敛性,求和阶数我们选取 9 阶,即 $n = -4, -3, \dots, 0, \dots, 3, 4$ 。对于周期性慢波结构,色散关系存在以下关系^[4]: $\omega_0 = \omega_0 + 2\pi n / \tau_0$, 其中 n 为整数。计算中我们首先验证了这一规律,于是可以只考虑 ω_0 在 $2 / p$ 宽度上的变化情况。通过数值计算可以得到各阶模的色散关系,如图 2 所示。本文主要讨论慢波结构对最低阶模 TM_{01} 的影响。我们分别计算了在不同周期

长度、盘高度、间隙、内外半径和半径增大量情形下的色散曲线,如图 3~7 所示。从计算结果可以看到:随着外半径的减小,曲线变陡,上截止频率升高;随着内半径的增大(即盘高度减小),曲线变陡,上截止频率升高,如图 3,4 所示;随着周期的减小,曲线变缓,但上截止频率升高,如图 5 所示;随着半径增大量的变大,曲线变陡,上截止频率升高,如图 6 所示;随着间隙的变大,曲线变陡,上截止频率升高,通带变宽,如图 7 所示。

我们还对柱-锥盘荷波导与柱形盘荷波导进行了比较,发现在柱-锥盘荷波导尺寸一定,柱形盘荷波导半径在较大范围变化的条件下,柱-锥盘荷波导的色散曲线更陡,通带更大,不同尺寸的慢波结构的截止频率如表 2 所示。计算发现,锥形区周期数目超过 4 以后,相同参量下,色散关系曲线几乎不再变化,可以认为慢波结构此时已经近似满足无限长边界条件。

表 1 运行频率($\beta = 0.8c$)
Table 1 Frequency with $\beta = 0.8c$

case	f / GHz
TM ₀₁	5.49
TM ₀₂	9.63

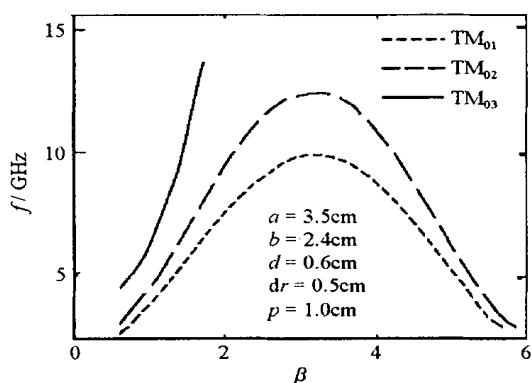


Fig. 2 TM curves for solution of (16), with $\mu = 3, \beta = 4$
图 2 色散关系曲线, $\mu = 3, \beta = 4$

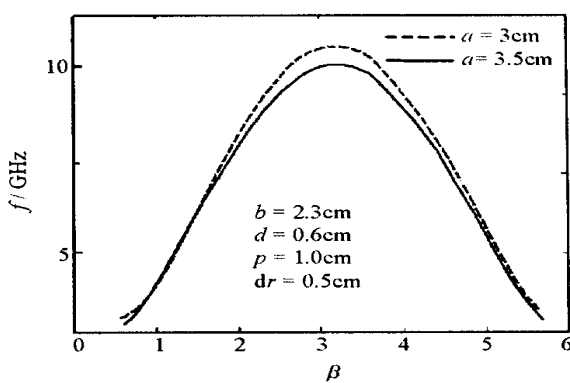


Fig. 3 TM₀₁ curves vs various external radius
图 3 不同外半径结构的色散曲线

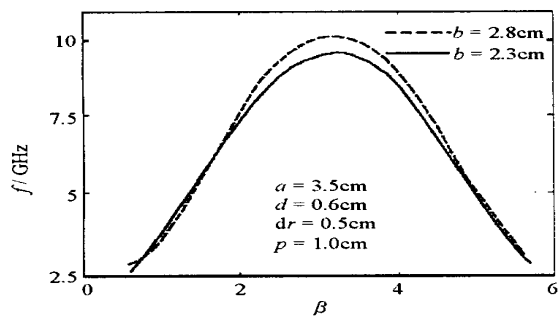


Fig. 4 TM₀₁ curves vs inner radius
图 4 不同内半径结构的色散曲线

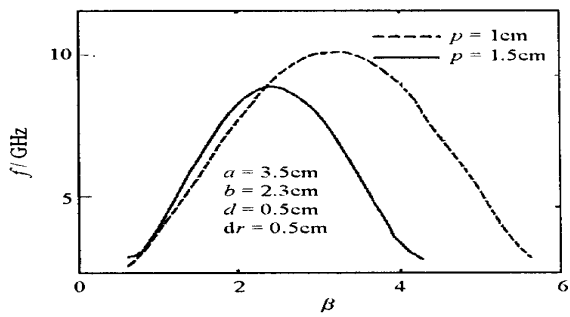


Fig. 5 TM₀₁ curves vs periodic length
图 5 不同周期长度结构的色散曲线

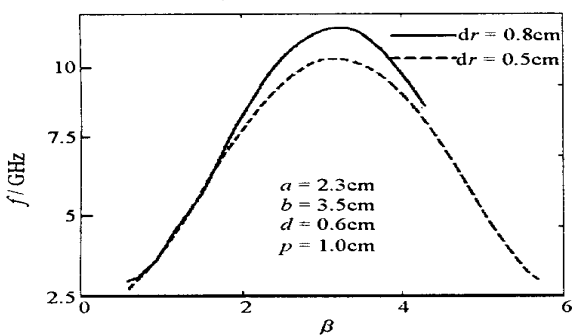


Fig. 6 TM₀₁ curves vs increased length of radius
图 6 不同半径增大量的色散曲线

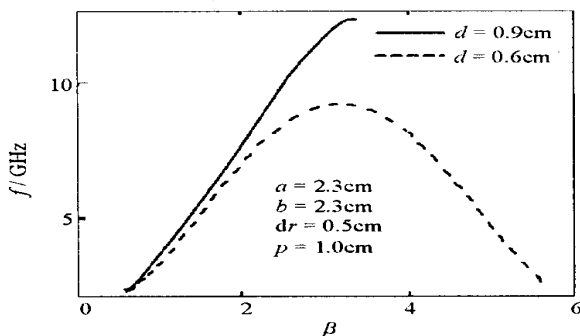


Fig. 7 TM₀₁ curves vs length of gap
图 7 不同间隙长度的色散曲线

表 2 不同结构的截止频率

Table 2 Frequency vs various structure

	cylinder-cone $a=2.3\text{cm}$, $d r=0.5\text{cm}$	cylinder $a=4.3\text{cm}$, $d r=0$	cylinder $a=3.3\text{cm}$, $d r=0$	cylinder $a=2.3\text{cm}$, $d r=0$
O-mode	2.627 GHz	2.388 GHz	2.241 GHz	1.976 GHz
-mode	11.465 GHz	10.03 GHz	8.75 GHz	7.82 GHz

3 结 论

由上面的数值计算与分析,我们得到如下结论:(1)柱-锥盘荷波导比柱形盘荷波导的通带要宽,有较大的频率可调范围和较高的运行频率;(2)调节锥形区的半径增量 $d r$,可以调节频率,特别是增加 $d r$,有可能提高器件的运行频率;(3)增大慢波结构的间隙和减小盘的高度,有可能提高器件的运行频率。

因此可以预期,柱-锥盘荷波导器件可以获得较大的频率调节范围和较高的运行频率。本文只对冷腔情形进行了分析,对于热腔情形,有待于进一步研究。

参考文献:

- [1] 张克潜,李德杰.微波与光电子学中的电磁理论[M].北京:电子工业出版社,1994.(Zhang K Q, Li D J. Electromagnetic theory in microwaves and optoelectronics. Beijing: Publishing House of Electronic Industry, 1994)
- [2] Wu D, You M, Jiang A. Cylinder-cone disk-loaded waveguide oscillator[J]. *SPIE Intense Microwave Pulses VIII*, 2001.
- [3] 丁武.磁绝缘线振荡器中空间电荷的调制[J].强激光与粒子束,2001,13(2):213—218.(Ding W. Modulation of the space charge in magnetically insulated transmission line oscillator. *High Power Laser and Particle Beams*, 2001, 13(2):213—218)
- [4] Carmel Y, Guo H, Lou W R, et al. Novel method for determining the electromagnetic dispersion relation of periodic slow wave structure[J]. *Appl Phys Lett*, 1990, 57(13):
- [5] 王炳武,胥琦. MATLAB 5.3 实用教程[M].北京:中国水利水电出版社,2000.(Wang B W, Xu X. The Course of MATLAB 5.3. Beijing: China WaterPower Press, 2000)

Dispersion relation of a cylinder-cone disk-loaded waveguide structure

XU Fu-kai¹, DING Wu²

(1. Graduate School of CAEP, P. O. Box 2101, Beijing 100088, China;

2. Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, P. O. Box 8009, Beijing 100088, China)

Abstract: This paper presents a comprehensive theoretical treatment for dispersion relation of cylinder-cone disk-loaded waveguide. The results of the numerical computation for various parameters of the devices are given, the TM mode is analyzed, and compared with the cylinder disk-loaded waveguide. It can be operated on higher frequency with broad band than cylinder disk-loaded waveguide.

Key words: RTWT; Dispersion relation; Cylinder-cone disk-load waveguide