

文章编号: 1001-4322(2002)04-0587-04

遗传算法在二维电磁成像病态方程求解中的应用研究

陈 星, 黄卡玛, 赵 翔

(四川大学 电子信息学院, 四川 成都 610064)

摘 要: 病态方程的计算是电磁成像中一个难以避免但又迄今未得到有效解决的难题。遗传算法以其强大的搜索寻优功能为该难题的解决提供了一种新的途径。分析了将遗传算法应用于电磁成像反演计算中的可能性和优势, 并通过两个数值计算举例, 一个用遗传算法计算病态线性方程组, 一个用遗传算法计算 TM 入射波下的二维微波成像, 证明遗传算法用于电磁成像中计算病态方程是可行和有效的。

关键词: 电磁成像; 病态方程; 遗传算法

中图分类号: TN 011

文献标识码: A

电磁成像是以电磁波作为信息载体的一种成像手段。具体来讲就是用电磁波照射被测物体, 然后通过对其周围的电磁场分布的测量来重构物体的内部介质特性。

目前电磁成像技术已广泛应用于各技术领域^[1]。例如, 在石油探测方面, 应用超低频电磁波开展井间层析成像获得剩余油的分布及监测残余油区或油水、油气边界的变化^[2]; 在城市建设中, 利用电磁脉冲, 特别是超宽带电磁脉冲对地下目标进行探测和成像已得到了广泛的实际应用^[1]; 军事上, 利用电磁波探测地雷或未爆弹药也得到了广泛的研究^[3]; 在生物医学方面, 利用高频电磁波-微波成像进行非接触式测量或诊断, 具有能较好区分生物体软组织、可获得温度分布、血液含量等生物组织重要信息、安全等独特优势^[1, 4]。

电磁成像实际上是电磁逆散射问题, 如同大多数物理逆问题一样, 存在病态方程求解的难题, 这个难题迄今未得到有效的解决, 极大地阻碍了电磁成像技术在工程上的广泛应用^[5]。遗传算法(Genetic Algorithm, 简称 GA), 是美国密执根大学 Holland 教授模拟生物进化方式而提出的一种搜索寻优算法, 具有搜索效率高和能够全局寻优等特点, 它的出现为解决电磁成像中病态方程的求解提供了新的途径。本文研究利用遗传算法来计算电磁成像中的病态方程, 并以遗传算法计算一病态线性方程组, 和计算入射波为 TM 波的二维微波成像这两例数值计算为例, 说明了遗传算法应用于电磁成像中病态方程求解的有效性。

1 电磁成像中的病态问题

不同条件下, 电磁成像计算采用的电磁场方程和成像算法各不相同。以图 1 所示的二维微波成像为例, 在 TM 入射波照射下, 成像区域内的散射场满足如下积分方程

$$\mathcal{Q}_{\text{scat}}(x, y) = j\omega\mu_0 \iint_V \mathbf{k}(x', y') \Gamma(x, y, x', y') dx' dy' \quad (1)$$

式中: $\mathcal{Q}_{\text{scat}}$ 为散射场场强; ω 为微波频率; $\Gamma(x, y, x', y')$ 是自由空间的格林函数; $\mathbf{k}(x, y)$ 为等效电流密度。

积分方程(1)式属于第一类 Fredholm 积分方程, 理论可以严格证明, 第一类 Fredholm 积分方程的求解是不稳定的, 测量数据或计算过程中的微小误差可能造成计算结果的巨大偏离, 是一个病态方程。而在电磁成像中, 误差不可避免, 若对病态不加以较好的处理, 将会使计算得不到正

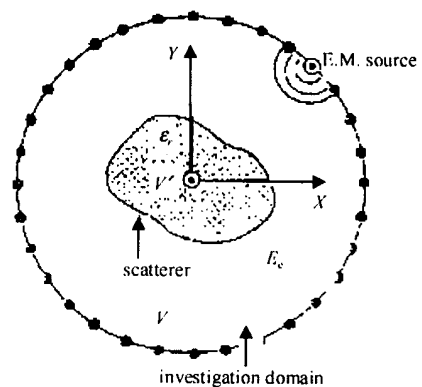


Fig 1 Geometry of a 2-D electromagnetic imaging system
图 1 二维微波成像原理图

确的结果。

常用的电磁场成像算法,如矩量法,都是采用特定数学处理手段,将积分方程(1)最终转换为一线性方程组。由于方程(1)是一个病态方程,因此转换所得到的线性方程组常常是一个病态线性方程组,求解相当困难。

病态方程的求解一直是应用数学研究的热点。目前,有许多解决病态的方法,例如:全主元高斯消元法、向量迭代方法、正则化方法、最佳摄动量法等。采用的原理可分为:改变解的定义,将要求解准确地满足已知条件改变为接近满足;改进求解方法;对方程组进行规范等几种^[5,6]。这些方法都可以不同程度地改善病态,提高解的稳定性,但这些方法无论是计算精度还是通用性都还存在不足之处。本文将尝试采用遗传算法这种新的搜索寻优方法解决电磁成像中病态方程的计算。

2 遗传算法应用于电磁成像的原理

遗传算法仿效生物的进化与遗传,根据“生存竞争”和“优胜劣汰”的原则,借助复制、交换、突变等操作,使所要解决的问题从初始解一步步地逼近最优解。目前,它已是一种成熟的搜索寻优算法,在科学研究、工程计算、企业经营和经济管理等诸多领域得到广泛应用。遗传算法也为电磁成像提供了一种新的计算方法,在近十年,得到了国内外的重视和广泛研究^[7-9]。

遗传算法应用于电磁成像计算的基本流程是:

(1)将电磁成像反演计算转换为一个搜索寻优过程,即在所有可能的散射体结构中,寻找与散射场测量值最吻合的散射体结构。再据此定义适应度函数,一般可定义为测量点上散射场的计算值与测量值之差。

(2)在解空间内,随机产生一定数量的个体(称为染色体)。每个个体代表一种可能的散射体结构,个体的适应度值越高,就说明该散射体结构能产生与测量数据更接近的散射场。

(3)利用散射正问题计算(假设散射体结构,计算测量点上的散射场值),得到每个个体的适应度。

(4)通过选择、交叉、突变等操作产生新一代个体,新一代个体具有更高的平均适应度。

(5)重复以上迭代过程,直到适应度值满足要求的个体出现或达到迭代次数。

从此基本流程可知,遗传算法应用于电磁成像中,是将电磁成像的逆散射计算转化为一个搜索寻优过程。与直接求解逆散射问题的传统成像算法相比,遗传算法具有相当大的优势:(1)计算正问题比计算逆问题要容易得多,有更多成熟和有效的方法可供采用。(2)无需将电磁场方程离散成线性方程组,这减轻了成像算法的难度。(3)各种先验信息都可方便地作为限制条件应用于遗传算法的适应度函数中,对提高成像结果正确性十分有利。(4)遗传算法是一种非常稳定的算法,不会在计算过程中扩大误差,同时它通过计算正问题来达到计算逆问题的目的,避开了直接求解病态方程的难题,这对求解病态方程是非常有利的。(5)对一些复杂条件下的电磁成像问题,如采用电磁脉冲辐射,难以得到如式(1)的散射场解析式。这时传统的成像算法将无能为力,但我们仍能采用 FDTD 等数值计算方法计算散射正问题,用遗传算法进行电磁成像计算,这在工程应用上是很有意义的。

3 数值计算举例

例(1):如前所述,传统的电磁成像算法常将散射场方程转换为一线性方程组,因此常常需要对病态线性方程组进行计算。考虑如下一个线性方程组

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.33 \\ 0.5 & 0.33 & 0.25 \\ 0.33 & 0.25 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.83 \\ 1.08 \\ 0.78 \end{bmatrix} \quad (2)$$

该方程的条件数为 744,因此是一个病态较严重的方程组。容易看出,方程的解为{1 1 1}。采用全主元高斯消元法,在计算机上编程计算结果为:{0.89 1.07 0.93},同正确结果相比,有较大误差。

采用遗传算法计算,计算中,遗传算法的部分参数选取如下:个体数量为 50,交叉算子的概率选取为 0.5,变异算子的初始概率选取为 0.02。计算结果如表 1 所示。

从表 1 可以看到,最后的计算结果与方程的正确解吻合很好。说明遗传算法求解病态线性方程组是可行的。

例(2):考虑一实际的二维微波成像问题,成像原理图如图 1 所示, TM 入射波波长为 3GHz,整个成像区

表 1 遗传算法求解病态线性方程组的计算结果

Table 1 Results of using GA to solve an ill- posed linear equation

generations	X_1	X_2	X_3	fitness
1	0.266 7	1.780 4	1.945 1	0.150 8
5	0.956 9	0.815 7	1.341 2	0.898 4
7	0.956 9	0.784 3	1.396 1	0.900 5
12	0.964 7	0.823 5	1.341 2	0.920 4
16	0.996 1	0.941 2	1.090 2	0.982 5
40	0.996 1	0.949 0	1.082 4	0.984 5
68	0.996 1	0.996 1	1.019 6	0.989 4
72	0.996 1	0.988 2	1.027 5	0.992 5

域被离散为 64 个填充均匀介质的网格, 32 个测量点均匀排列在区域外的圆周上, 本例中, 测量点上的散射场测量值是通过数值计算获得。

采用矩量法计算散射正问题, 遗传算法完成成像计算。适应度函数定义为测量点上散射场测量值和计算值的平均偏差。其它遗传算法的参数定义同例(1)。

图 2 为遗传算法在不同遗传代数时获得的介质体二维成像图。从图中可看出, 初始时, 由于成像数据是完全随机生成, 成像图偏离实际介质体结构很远。随着遗传代数的增加, 成像图背景逐渐清晰, 位置也逐渐准确, 遗传到第 65 代时, 算法已搜索到正确的介质体位置、形状和介电常数的数据。这表明遗传算法有较强的搜索寻优能力, 完全能够应用于电磁成像的计算中。

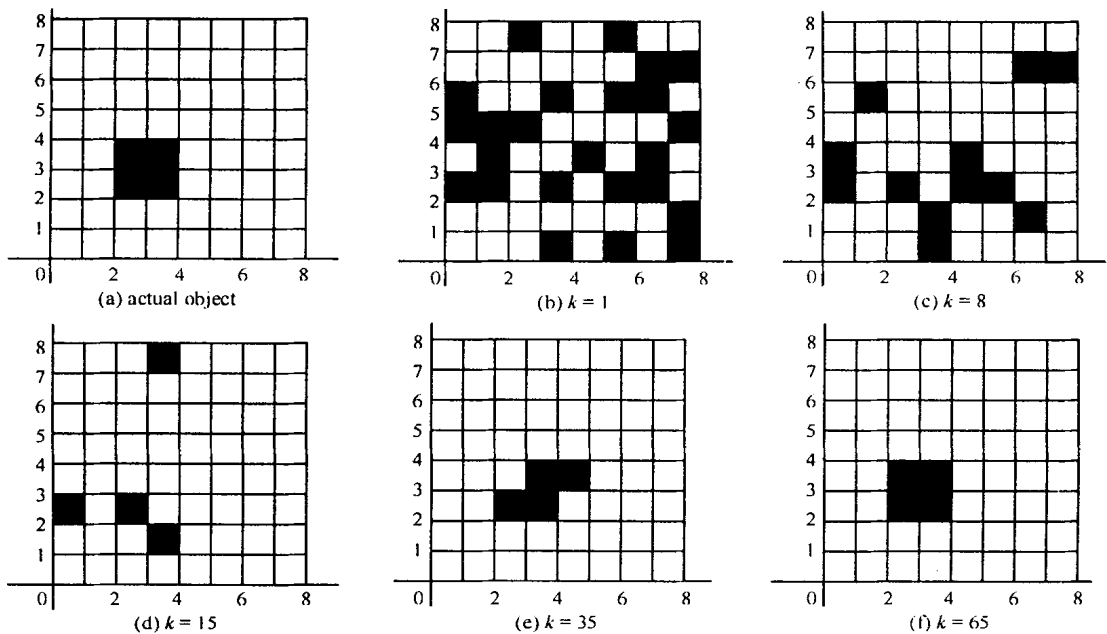


Fig. 2 Reconstruction images in different generations, k : number of generations

图 2 不同遗传代数时的介质二维成像图 (k : 遗传代数)

4 结 论

病态问题是困扰电磁成像的一个迄今尚未得到较好解决的难题, 遗传算法的出现, 为这个难题的解决提供了一种新的途径。两个数值计算举例的结果也证实了遗传算法的强大搜索寻优能力, 使它完全可以用于电磁成像中病态方程的计算中。但用遗传算法求解病态方程还存在需反复计算正问题, 耗时较多, 以及后期搜索慢等问题, 需要进一步研究和加以克服。

参考文献

[1] Bolomey J C. Recent European developments in active microwave imaging for industrial, scientific, and medical applications[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1989, 37(12): 2109—2117.
 [2] 魏宝君, 张庚骥. 用迭代反演算法进行井间电磁二次成像[J]. *测井技术*, 1999, 23(3): 163—167. (Wei B J, Zhang G J. Iterative inversion

- algorithm for crosshole electromagnetic re-imaging *Well Logging Technology*, 1999, **23**(3): 163—167
- [3] Cioni R, Sensani S, Bettini G. A new general purpose 1300 MHz radar sensor suitable for detection of abandoned land mines [C]. 1998, Conference Publication, **458**: 55—57.
- [4] Larsen L E, Jacobi J H. Medical applications of microwave imaging [M]. New York: IEEE Press, 1986.
- [5] 陈 星, 黄卡玛, 等. 微波生物医学成像算法中的病态及伪逆问题 [J]. 电波科学学报, 2000, **15**(1): 65—69. (Chen X, Huang KM, et al. The discussion of pseudo-inversion and ill-posedness in the calculation of microwave biomedical imaging. *Chinese Journal of Radio Science*, 2000, **15**(1): 65—69)
- [6] Tapan K S, Donald D W. Some mathematical considerations in dealing with the inverse problem [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1981, **29**(2): 373—379.
- [7] Haupt R L. An introduction to genetic algorithm for electromagnetics [J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 1995, **37**(2): 7—15.
- [8] Weile D S, Michielssen E. Genetic algorithm optimization applied to electromagnetics: A review [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1997, **45**(3): 343—353.
- [9] Chiu C C, Chen W T. Electromagnetic imaging for an imperfectly conducting cylinder by the genetic algorithm [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2000, **48**(11): 1901—1905.

Genetic algorithm in solving ill-posed equations of 2D electromagnetic imaging

CHEN Xing, HUANG Karma, ZHAO Xiang

(Electronic Information College, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract In electromagnetic imaging, ill-posed equations are unavoidable, which are very difficult to solve. The Genetic Algorithm (GA) is a numerical optimization method. This paper analyzes the GA method and advantages in solving ill-posed equations of electromagnetic imaging. Two numeric simulations are presented. One is using GA to solve an ill-posed linear equation, and the other is using GA in 2D microwave imaging. Results of numeric simulations show that GA is effective in solving ill-posed equations and it is able to obtain good image reconstruction.

Key words electromagnetic imaging; ill-posed equation; genetic algorithm