

有界域轴向流动棒束流致振动 附加质量力模型*

蒋莉 王建立 孙成海 沈孟育

(清华大学工程力学系, 北京, 100084)

基于 Chen 有界域静止流体中棒束流致振动数学模型, 给出了有界域轴向流动中棒束流致振动的过程中附加质量力的具体表达式, 并分析了棒束几何参数对流体力系数的影响。

关键词 棒束 有界域轴向流动 流致振动 附加质量力

中图分类号 TL334

反应堆堆芯内的燃料棒、控制棒、控制棒导向管等柱状结构物长期承受高速轴向流体冲击。提高热交换性能或减小部件尺寸, 希望提高流体的流动速度; 减小压力损失, 又需尽量缩小支撑和约束的尺寸。流动速度的提高及结构支撑尺寸的减小均可导致流致振动加剧甚至失稳。研究正常工况下堆内柱状结构的流致振动问题可为设计提供理论依据, 以减小流致振动及系统失稳带来的损失。

轴向流动中棒束流致振动和稳定性研究始于 70 年代。S. S. Chen 基于细长体假设和二维位势流理论得到了无界域轴向流动中棒束流致振动的数学模型^[1]及有界域静止流体中棒束流致振动模型^[2]。Chen 模型在棒束流致振动和稳定性分析中得到了广泛应用。本工作总结并依据上述数学模型的基本思想, 研究给出有界域轴向流动中棒束流致振动过程中附加质量力系数的具体表达式, 并分析棒束几何参数对流体力系数的影响。

1 数学模型

圆柱形容器内平行排列着若干圆柱组成的棒束(图 1), 容器内充满沿轴向流动的流体, 流速为 W 。假定: 圆柱为细长体, 小振幅振动, 流体为不可压缩流体, 则由 Lighthill 的细长体理论^[3], 假定流动为二维位势流。设: N 根圆柱, 标号为 j , 半径为 R_j , 外容器标号为 0, 半径为 R_0 。与各圆柱相关的局部坐标系为 (r_j, θ_j) , 总体坐标为 (x, y) 。由各圆柱运动产生的速度势则可用局部坐标系下的速度势方程确定:

$$\nabla^2 \phi_j = 0 \quad j = 0, 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

* 科学与工程计算国家重点实验室资助课题

蒋莉: 女, 32 岁, 计算流体专业, 博士, 助理研究员

收稿日期: 1999-01-12

棒在 x 和 y 方向的位移分别为 $u_k(z), v_k(z)$, 则流体在棒表面的法向速度可表达为:

$$u_k^k \Big|_{r=R_k} = \frac{\partial \phi^k}{\partial r_k} \Big|_{r=R_k} = \left(\frac{\partial u_k}{\partial t} + W \frac{\partial u_k}{\partial z} \right) \cos \theta_k + \left(\frac{\partial v_k}{\partial t} + W \frac{\partial v_k}{\partial z} \right) \sin \theta_k \quad (5)$$

令

$$a_{kn} = \sum_{l=0}^N \left[\alpha_{knl} \left(\frac{\partial u_l}{\partial t} + W \frac{\partial u_l}{\partial z} \right) + \gamma_{knl} \left(\frac{\partial v_l}{\partial t} + W \frac{\partial v_l}{\partial z} \right) \right] \quad (6a)$$

$$b_{kn} = \sum_{l=0}^N \left[\delta_{knl} \left(\frac{\partial u_l}{\partial t} + W \frac{\partial u_l}{\partial z} \right) + \beta_{knl} \left(\frac{\partial v_l}{\partial t} + W \frac{\partial v_l}{\partial z} \right) \right] \quad (6b)$$

由式(3)~(6)可导出:

$$(-n) \alpha_{knl} + \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{(m+n-1)! R_k^{n-1} R_j^{m+1}}{(m-1)! (n-1)! R_k^{m+n}} \left[\alpha_{jml} \cos(m+n) \Psi_{kj} + \delta_{jml} \sin(m+n) \Psi_{kj} \right] + \sum_{m=n}^{\infty} (-1)^{m-n} \frac{m! R_k^{n-1} R_{k0}^{m-n}}{(m-n)! (n-1)! R_0^{m-1}} \left[\alpha_{0ml} \cos(m-n) \Psi_{k0} + \delta_{0ml} \sin(m-n) \Psi_{k0} \right] = \delta_{nl} \delta_{ik} \quad (7a)$$

$$(-n) \gamma_{knl} + \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{(m+n-1)! R_k^{n-1} R_j^{m+1}}{(m-1)! (n-1)! R_k^{m+n}} \left[\gamma_{jml} \cos(m+n) \Psi_{kj} + \beta_{jml} \sin(m+n) \Psi_{kj} \right] + \sum_{m=n}^{\infty} (-1)^{m-n} \frac{m! R_k^{n-1} R_{k0}^{m-n}}{(m-n)! (n-1)! R_0^{m-1}} \left[\gamma_{0ml} \cos(m-n) \Psi_{k0} + \beta_{0ml} \sin(m-n) \Psi_{k0} \right] = 0 \quad (7b)$$

$$(-n) \delta_{knl} + \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{(m+n-1)! R_k^{n-1} R_j^{m+1}}{(m-1)! (n-1)! R_k^{m+n}} \left[\alpha_{jml} \sin(m+n) \Psi_{kj} - \delta_{jml} \cos(m+n) \Psi_{kj} \right] + \sum_{m=n}^{\infty} (-1)^{m-n} \frac{m! R_k^{n-1} R_{k0}^{m-n}}{(m-n)! (n-1)! R_0^{m-1}} \left[-\alpha_{0ml} \sin(m-n) \Psi_{k0} + \delta_{0ml} \cos(m-n) \Psi_{k0} \right] = 0 \quad (7c)$$

$$(-n) \beta_{knl} + \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{(m+n-1)! R_k^{n-1} R_j^{m+1}}{(n-1)! (m-1)! R_k^{m+n}} \left[\gamma_{jml} \sin(m+n) \Psi_{kj} - \beta_{jml} \cos(m+n) \Psi_{kj} \right] + \sum_{m=n}^{\infty} (-1)^{m-n} \frac{m! R_k^{n-1} R_{k0}^{m-n}}{(m-n)! (n-1)! R_0^{m-1}} \left[-\gamma_{0ml} \sin(m-n) \Psi_{k0} + \beta_{0ml} \cos(m-n) \Psi_{k0} \right] = \delta_{nl} \delta_{ik} \quad (7d)$$

$$n \alpha_{0nl} + \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^n \frac{-n! R_{0j}^{n-m} R_j^{m+1}}{(m-1)! (n-m)! R_0^{n+1}} \left[\alpha_{jml} \cos(n-m) \Psi_{0j} - \delta_{jml} \sin(n-m) \Psi_{0j} \right] = \delta_{nl} \delta_{i0} \quad (7e)$$

$$n \gamma_{0nl} + \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^n \frac{-n! R_{0j}^{n-m} R_j^{m+1}}{(m-1)! (n-m)! R_0^{n+1}} \left[\gamma_{jml} \cos(n-m) \Psi_{0j} - \beta_{jml} \sin(n-m) \Psi_{0j} \right] = 0 \quad (7f)$$

$$n \delta_{0nl} + \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^n \frac{-n! R_{0j}^{n-m} R_j^{m+1}}{(m-1)! (n-m)! R_0^{n+1}} \left[\alpha_{jml} \sin(n-m) \Psi_{0j} + \delta_{jml} \cos(n-m) \Psi_{0j} \right] = 0 \quad (7g)$$

$$n \beta_{0nl} + \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^n \frac{-n! R_{0j}^{n-m} R_j^{m+1}}{(m-1)! (n-m)! R_0^{n+1}} \left[\gamma_{jml} \sin(n-m) \Psi_{0j} + \beta_{jml} \cos(n-m) \Psi_{0j} \right] = \delta_{nl} \delta_{i0} \quad (7h)$$

在式(7a)~(7d)中, $k=0, 1, 2, \dots, N$ 。当 $R_{k0}=0$ 时, 含 R_{k0} 的求和项仅取 $m=n$ 。在式(7e)~(7h)中, 当 $R_{0j}=0$ 时, 含 R_{0j} 的求和项仅取 $m=n$ 。由小扰动线性理论可得流体压力的表达式:

$$p^k = -\rho \left(\frac{\partial \phi^k}{\partial t} + W \frac{\partial \phi^k}{\partial z} \right) \quad (8)$$

则 k 棒所受流体力在 x 和 y 方向的分量分别为:

$$g_k = \rho \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial \phi^k}{\partial t} + W \frac{\partial \phi^k}{\partial z} \right) \Big|_{r_k=R_k} \cdot R_k \cos \theta_k d\theta_k \quad (9a)$$

$$h_k = \rho \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial \phi^k}{\partial t} + W \frac{\partial \phi^k}{\partial z} \right) \Big|_{r_k=R_k} \cdot R_k \sin \theta_k d\theta_k \quad (9b)$$

将式(3)、(4)、(6)代入式(9)可得:

$$g_k = -\rho\pi R_k^2 \sum_{l=1}^N \left[\alpha_{kl} \left(\frac{\partial}{\partial t} + W \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 u_l + \sigma_{kl} \left(\frac{\partial}{\partial t} + W \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 v_l \right] \quad (10a)$$

$$h_k = -\rho\pi R_k^2 \sum_{l=1}^N \left[\tau_{kl} \left(\frac{\partial}{\partial t} + W \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 u_l + \beta_{kl} \left(\frac{\partial}{\partial t} + W \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 v_l \right] \quad (10b)$$

$$\alpha_{kl} = -\alpha_{k1l} - \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \left(\frac{R_j}{R_{kj}} \right)^{n-1} \left\{ \alpha_{jn} \cos[(n+1)\Psi_{kj}] + \delta_{jn} \sin[(n+1)\Psi_{kj}] \right\} - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n \left(\frac{R_{k0}}{R_0} \right)^{n-1} \left\{ \alpha_{0n} \cos[(n-1)\Psi_{k0}] + \delta_{0n} \sin[(n-1)\Psi_{k0}] \right\} \quad (11a)$$

$$\sigma_{kl} = -\gamma_{k1l} - \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \left(\frac{R_j}{R_{kj}} \right)^{n+1} \left\{ \gamma_{jn} \cos[(n+1)\Psi_{kj}] + \beta_{jn} \sin[(n+1)\Psi_{kj}] \right\} - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n \left(\frac{R_{k0}}{R_0} \right)^{n-1} \left\{ \gamma_{0n} \cos[(n-1)\Psi_{k0}] + \beta_{0n} \sin[(n-1)\Psi_{k0}] \right\} \quad (11b)$$

$$\tau_{kl} = -\delta_{k1l} - \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \left(\frac{R_j}{R_{kj}} \right)^{n+1} \left\{ \alpha_{jn} \sin[(n+1)\Psi_{kj}] - \delta_{jn} \cos[(n+1)\Psi_{kj}] \right\} - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n \left(\frac{R_{k0}}{R_0} \right)^{n-1} \left\{ -\alpha_{0n} \sin[(n-1)\Psi_{k0}] + \delta_{0n} \cos[(n-1)\Psi_{k0}] \right\} \quad (11c)$$

$$\beta_{kl} = -\beta_{k1l} - \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \left(\frac{R_j}{R_{kj}} \right)^{n+1} \left\{ \gamma_{jn} \sin[(n+1)\Psi_{kj}] - \beta_{jn} \cos[(n+1)\Psi_{kj}] \right\} - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n \left(\frac{R_{k0}}{R_0} \right)^{n-1} \left\{ -\gamma_{0n} \sin[(n-1)\Psi_{k0}] + \beta_{0n} \cos[(n-1)\Psi_{k0}] \right\} \quad (11d)$$

在式(11a)~(11d)中,当 $R_{k0}=0$ 时,含 R_{k0} 的求和项仅取 $n=1$ 。 α_{kl} 、 σ_{kl} 、 τ_{kl} 、 β_{kl} 即为附加质量力系数。

2 算例和讨论

作为算例,图2为7根棒棒束示意图。图中, P 为相邻棒中心距, W 为棒与外壁面的最小间隙。图3(a)示出了附加质量力系数表达式中求和的阶数 n 对结果的影响。由图可见: $n \geq 9$ 时,附加质量力系数值基本保持不变。计算中取 $n=11$ 。图3(b)和(c)示出了棒束的几何参数对附加质量力系数的影响。由图3(b)可见:随着 P/D 增大,棒棒排列变得稀疏,附加质量力系数减小, α_i 逐渐趋向于一固定的值,它实际上即是单棒存在时的附加质量力系数; α_{ij} ($i \neq j$) 则趋向于0,这表明棒间相互影响减小。由图3(c)可见:随着 W/D 增大,附加质量力系数减小,并趋向于不变的值。与文献[1]中关于无界域中7根棒棒束的附加质量力系数比较表明:当 W/D 增大时,外壁的影响逐渐减小,最终将趋向于无界域的结果。由此可证实本工作所得结论的正确性和合理性。

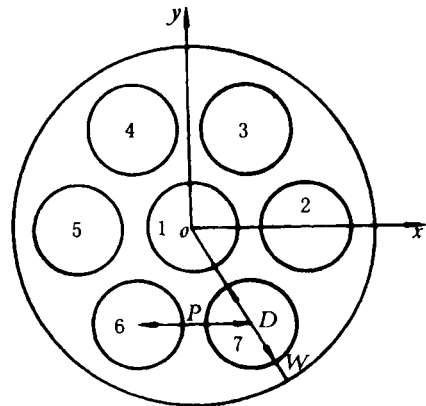


图2 棒棒束示意图

Fig. 2 Diagram of rod bundle

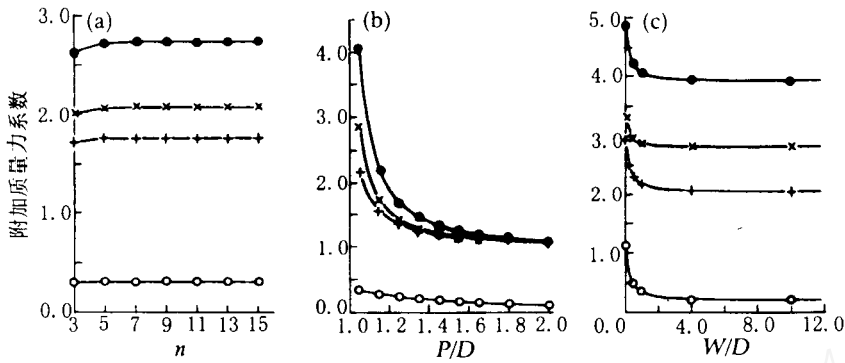


图3 附加质量力系数随求和阶数 n (a)及棒束几何参数 P/D (b)、 W/D (c)的变化

Fig. 3 Variations of inertial force coefficients with n (a), P/D (b) and W/D (c)

● a_{11} ; — a_{22} ; × a_{44} ; + a_{12}

3 结语

本工作给出了有界域轴向流动中棒束流致振动过程中流体附加质量力的表达式。计算了7根棒束的附加质量力系数。比较了棒束排列的几何参数 P/D 和 W/D 对系数的影响。结果的合理性和正确性得以验证,为进一步分析棒束流致振动问题打下了基础。

参 考 文 献

- 1 Chen SS. Vibration of Nuclear Fuel Bundles. Nucl Eng Des, 1975, 35: 399
- 2 Chung H, Chen SS. Vibration of a Group of Circular Cylinders in Confined Fluid. J Appl Mech, 1977, 9: 213
- 3 Lighthill MJ. Note on the Swimming of Slender Fish. J Fluid Mech, 1960, 9: 305

MATHEMATICAL MODELS FOR FLUID INERTIAL FORCES ADDED ON THE ROD BUNDLE VIBRATING IN THE BOUNDED AXIAL FLOW

Jiang Li Wang Jianli Sun Chenghai Shen Mengyu

(Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing, 100084)

ABSTRACT

Mathematical models for fluid inertial forces acting on the rod bundle vibrating in the bounded axial flow are presented. The effects of rod bundle geometry on the inertial force coefficients are studied.

Key words Rod bundle Bounded axial flow Flow-induced-vibration Inertial force