

# 基于六角形节块法的快堆燃耗 计算程序 NDHEXB\*

王侃

张玉山

(清华大学工程物理系, 北京, 100084)

(中国原子能科学研究院, 北京, 102413)

描述了快堆燃耗计算程序 NDHEXB 的理论模型, 并给出了中国实验快堆 (CEFR) 的计算结果。结果表明 NDHEXB 具有良好的计算效率与精度。在 NDHEXB 程序中, 采用六角形几何下的节块展开法求解中子扩散方程, 利用常微分方程的一种数值方法——梯形法求解燃耗方程。

**关键词** 快堆 燃耗方程 六角形组件 节块法 扩散方程

燃耗分析是反应堆设计与计算中的一个十分重要的方面, 它常常需要多次求解中子扩散方程, 这就对研究快速而精确地求解中子扩散方程的方法提出了要求。目前以节块方法发展得最为广泛而成熟, 特别是国外, 一些正方形节块法程序在压水堆的设计与分析的工程应用中获得了成功。由于快堆设计计算的需要, 国外已展开关于六角形节块方法的研究。目前我国快堆已经起步, 我们在中子扩散方程六角形节块法程序 NDHEX<sup>[1,2]</sup> 的基础上, 研制了快堆燃耗计算程序 NDHEXB, 并与 CITATION 程序作了比较。

## 1 理论模型

燃耗计算的核心可分为两部分: 中子扩散方程的求解和燃耗方程的求解。

### 1.1 求解六角形几何下中子扩散方程的节块法

这里以二维情况 (即六角形平面) 为例来说明, 三维情况可参见文献 [1]。

将系统按组件分为  $N$  个六角形节块, 即每一个六角形组件为一个节块, 并假定在节块内核参数为常数。这样, 对第  $k$  个节块  $V^k (k=1, 2, \dots, N)$ , 中子扩散方程为

$$-\nabla D_g^k \nabla \Phi_g^k(\mathbf{r}) + \Sigma_g^{r,k} \Phi_g^k(\mathbf{r}) = Q_g^k(\mathbf{r}) \quad (1)$$

其中:  $D_g^k$  为扩散系数;  $g$  为能群序号,  $g=1, 2, \dots, G$ ;  $\Phi_g^k(\mathbf{r})$  为中子注量率,  $\mathbf{r}$  为空间矢量,  $\mathbf{r} \in V^k$ ;  $\Sigma_g^{r,k}$  为移出截面;  $Q_g^k(\mathbf{r})$  为源项。

对式 (1) 在节块  $V^k$  上进行积分, 可得节块内的中子平衡方程:

$$\frac{2}{3h} [\bar{L}_{r,k}^k + \bar{L}_{u,k}^k + \bar{L}_{v,k}^k] + \Sigma_g^{r,k} \bar{\Phi}_g^k = \bar{Q}_g^k \quad (3)$$

\* 清华大学青年科学基金资助项目

收稿日期: 1993-12-30 收到修改稿日期: 1994-04-04

式中:  $h$  为六角形节块的对边距;下角标  $x$ 、 $u$  和  $v$  分别表示与六角形节块三组对边相垂直的三个方向;  $\bar{\Phi}$  和  $\bar{Q}$  分别为节块内的平均中子注量率和源项;  $\bar{L}_x$ 、 $\bar{L}_u$  和  $\bar{L}_v$  依次为  $x$ 、 $u$  和  $v$  方向上节块表面的平均泄漏率,可由节块表面平均净中子流表示如下:

$$\bar{L}_{x,g}^k = \bar{J}_{x,g}^k(+h/2) - \bar{J}_{x,g}^k(-h/2) \quad (4)$$

其它两个方向可同理写出。

欲求解式(3),就必须找出节块平均注量率和表面的平均泄漏率之间的关系,从而构成一些附加方程。本节块法的出发点是:用表面平均偏流(入射流和出射流)表示节块的表面平均泄漏率,然后求出平均偏流与平均注量率的相互关系。为此,对式(1)进行横向积分,可得到三个关于偏积分中子注量率  $\Phi_x(x)$  的一维中子扩散方程(分别对应于  $x$ 、 $u$  和  $v$  三个方向)。对所得一维方程采用权重剩余法,而且一维偏中子注量率采用多项式展开近似<sup>[1]</sup>,即可得到注量率矩方程:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{x1,g}^k \\ \Phi_{u1,g}^k \\ \Phi_{v1,g}^k \end{bmatrix} = \frac{h}{\alpha_{1,g}^k} \begin{bmatrix} Q_{x1,g}^k \\ Q_{u1,g}^k \\ Q_{v1,g}^k \end{bmatrix} - \frac{2}{3\alpha_{1,g}^k} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{T}_{x,g}^k \\ \bar{T}_{u,g}^k \\ \bar{T}_{v,g}^k \end{bmatrix} + \frac{40D_g^k}{9\alpha_{1,g}^k h} \begin{bmatrix} a_{x1,g}^k \\ a_{u1,g}^k \\ a_{v1,g}^k \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中,  $\Phi_{x1}$  为注量率在  $x$  方向上的一次矩(平均注量率  $\bar{\Phi}$  为注量率的零次矩),即  $\Phi_n = \langle \omega_n(x), \Phi_x(x) \rangle$ ,  $n=0,1$ ,  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  表示内积,  $\omega_n(x)$  为权函数;式(5)中其它各量的表达式为:

$$\alpha_{1,g}^k = h\Sigma_{g1}^k + 32D_g^k/h \quad (6)$$

$$\bar{T}_{x,g}^k = \bar{J}_{x,g}^k(+h/2) + \bar{J}_{x,g}^k(-h/2) \quad (7)$$

$$a_{x1,g}^k = \bar{\Phi}_{x,g}^k(+h/2) - \bar{\Phi}_{x,g}^k(-h/2) \quad (8)$$

同理可写出其它两个方向上与式(7)和(8)类似的表达式。

式(4)和(7)中的表面平均净流可由平均偏流定义,以此为出发点,可以推导得到将出射偏流同入射偏流和源矩联系在一起的响应矩阵方程:

$$J_g^{\text{out},k} = [P_g^k]Q_g^k + [R_g^k]J_g^{\text{in},k} \quad (9)$$

其中,  $J^{\text{out}}$  和  $J^{\text{in}}$  分别为包含节块六个表面平均出射偏流和平均入射偏流的列向量;  $Q$  为包含节块内零次源矩和一次源矩的列向量;  $[P]$  为  $6 \times 4$  的源矩阵,  $[R]$  为  $6 \times 6$  的响应矩阵,  $[P]$  和  $[R]$  中的元素仅与核参数 ( $D_g^k, \Sigma_{g1}^k$ ) 和节块尺寸有关<sup>[2,3]</sup>。

观察式(3)、(5)(含3个方程)和(9)(含6个方程),从左端可以看出共有10个未知量,它们分别是4个注量率矩(一个零次矩和三个一次矩)和6个表面平均出射偏流,所以结合节块之间的连续边界条件和系统的外边界条件,这10个方程可正好求出10个未知量。

在求解上述方程时,应用源迭代法,并采用粗网再平衡和渐近源外推两种加速技术<sup>[2]</sup>。

## 1.2 燃耗方程及其求解方法

在作燃耗计算时,将反应堆划分为若干个燃耗区。在某个燃耗区内,若采用按能谱平均的单群核参数,可写出燃耗方程的一般形式:

$$\begin{aligned} \frac{dN_i(t)}{dt} = & \lambda_j N_j(t) - \sigma_{a,i} \Phi N_i(t) - \lambda_i N_i(t) + \sum_{l=1}^L \sigma_{c,l} \Phi N_l(t) \\ & + \sum_{m=1}^M Y_{m,i} \sigma_{f,m} \Phi N_m(t) \end{aligned} \quad (10)$$

上式中各量的物理意义与反应堆物理分析中常规隐含的相同,这里不再赘述。

在求解燃耗方程时,将时间划分为若干个小的燃耗步长,在每个小的燃耗步长内假定注量

率不随时间变化,即为常数。在计算了若干个小的时间步长后,就需要重新求解一次中子扩散方程,以得到新的注量率分布。

式(10)为一阶常微分方程,它可简单表示如下:

$$\frac{dN}{dt} = f(N, t) \quad (11)$$

式中: $N$  为所有可燃核素构成的核密度; $f(N, t)$  为式(10)右端函数构成的向量。根据梯形法,可写出式(11)的差分格式

$$N_{b+1} = N_b + \frac{\Delta t}{2}(f_b + f_{b+1}) \quad (12)$$

其中: $b$  为小燃耗步长序号, $b=0,1,2,\dots$ ;  $N_b$  表示第  $b$  个燃耗步长末的核密度向量。式(12)为一隐形差分格式,故采用如下形式的迭代方式求解:

$$\begin{cases} N_{b+1}^{(v+1)} = N_b + \frac{\Delta t}{2}(f_b + f_{b+1}^{(v)}) \\ N_{b+1}^{(0)} = N_b, f_{b+1}^{(0)} = f_b \end{cases} \quad (13)$$

其中: $v$  为迭代次数序号, $v=0,1,2,\dots$ 。

在每个小的燃耗步长末,为了保证反应堆功率恒定,均进行一次注量率归一<sup>[2]</sup>,然后用所求得的注量率,进行下一燃耗步长的计算。

## 2 数值结果

根据上述理论模型,编制了计算机程序 NDHEXB,在 NDHEXB 中另外还有模拟控制棒调节的功能<sup>[2]</sup>。针对 CEFR<sup>[4]</sup>,运用 NDHEXB 进行了燃耗计算,并与 CITATION 的结果(6Δ/HEX)作了比较。

在燃耗分析中,用于燃耗方程求解的计算时间只占总时间中很小的份额,因此,程序的计算效率主要取决于迭代求解中子扩散方程的计算时间。与 CITATION 程序相比,在相同精度下,NDHEXB 程序可节省计算时间<sup>[1,2]</sup>。由于快堆设计中的常规计算通常采用 6Δ/HEX 剖分<sup>[3]</sup>,故这里着重说明 NDHEXB 与 CITATION(6Δ/HEX)计算结果的比较。

在该计算模型中,将 CEFR 堆本体(如图 1 所示)由内向外划分为七个区,一至三区为堆芯活性区,四区为再生层区,五、六区为反射层和屏蔽区,七区为钠腔区(控制棒组件处)。其中,一至四区称为燃耗区,因为它们含有可燃核素。从堆中心算起,第 1、2、3 圈组件组成第一区,共 16 个燃料组件;第 4、5 圈组件组成第二区,共 39 个;第 6 圈组件组成第三区,共 27 个燃料组件;所有再生层组件组成第四区。对各个区和各个能群(共为六群),设轴向曲率均相同,取为  $0.001580 \text{ cm}^{-2}$ 。堆的热功率为 65MW,堆芯轴向高度为 50cm,所以单位高度的平均热功率为 1.3MW,这一数值将用于燃耗计算。六角形组件的对边距为 6.15cm。现选取 CEFR 的初装堆芯作第一循环的燃耗计算。

表 1 给出了第一循环末(60 d)各种可燃核素的核密度计算结果。表 2 给出了第一循环燃耗计算结果,在表 2 中,核燃料的质量变化是对于单位高度(1 cm)而言。从表 1 和 2 可以看出:两个程序 NDHEXB 和 CITATION 的计算结果(尤其在堆芯部分)符合良好。

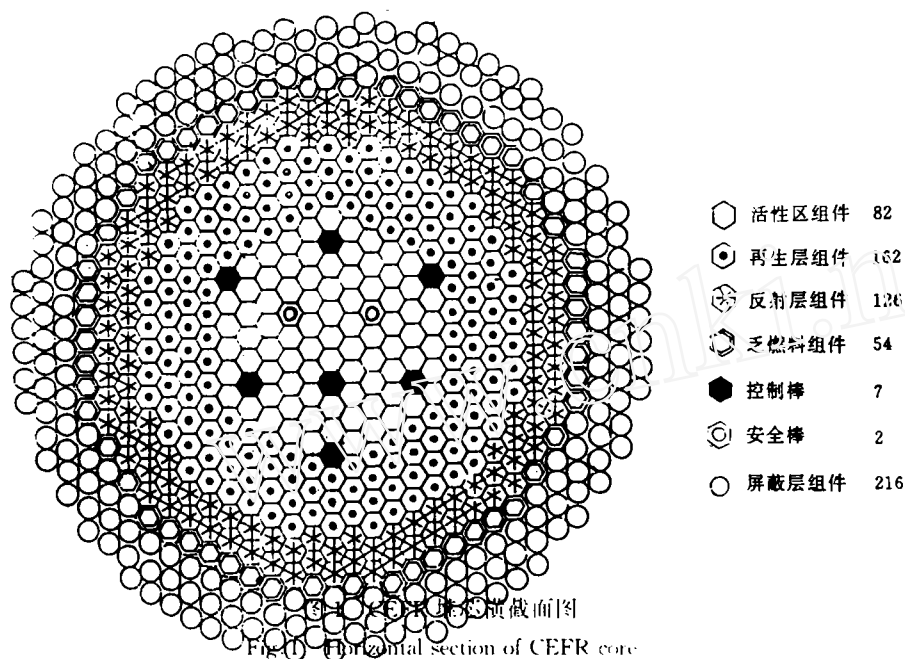


表 1 CEFR 第一循环末的可燃核素核密度

Table 1 Nuclear densities of burnable isotoped at EOCI of CEFR

核素名称	核密度/ $10^{24}\text{cm}^{-3}(\text{cm}^{-1}\cdot\text{b}^{-1})$			
	1 区	2 区	3 区	4 区
$^{239}\text{Pu}$	$1.6675 \times 10^{-31}$	$1.6752 \times 10^{-3}$	$1.6823 \times 10^{-3}$	$1.3694 \times 10^{-5}$
	$1.6674 \times 10^{-32}$	$1.6750 \times 10^{-3}$	$1.6822 \times 10^{-3}$	$1.3753 \times 10^{-5}$
$^{240}\text{Pu}$	$4.4727 \times 10^{-4}$	$4.4752 \times 10^{-4}$	$4.4825 \times 10^{-4}$	$2.2427 \times 10^{-8}$
	$4.4729 \times 10^{-4}$	$4.4753 \times 10^{-4}$	$4.4824 \times 10^{-4}$	$2.2635 \times 10^{-8}$
$^{241}\text{Pu}$	$6.1425 \times 10^{-5}$	$6.1514 \times 10^{-5}$	$6.1672 \times 10^{-5}$	$3.1462 \times 10^{-11}$
	$6.1426 \times 10^{-5}$	$6.1514 \times 10^{-5}$	$6.1670 \times 10^{-5}$	$3.1759 \times 10^{-11}$
$^{235}\text{U}$	$1.7675 \times 10^{-3}$	$1.7770 \times 10^{-3}$	$1.7851 \times 10^{-3}$	$3.0816 \times 10^{-5}$
	$1.7673 \times 10^{-3}$	$1.7767 \times 10^{-3}$	$1.7849 \times 10^{-3}$	$3.0815 \times 10^{-5}$
$^{236}\text{U}$	$9.0496 \times 10^{-6}$	$7.4730 \times 10^{-6}$	$6.3744 \times 10^{-6}$	$9.4364 \times 10^{-8}$
	$4.0890 \times 10^{-6}$	$7.5339 \times 10^{-6}$	$6.4106 \times 10^{-6}$	$9.4585 \times 10^{-8}$

核素名称	核密度/ $10^{24}\text{cm}^{-3}(\text{cm}^{-1}\cdot\text{b}^{-1})$			
	1区	2区	3区	4区
$^{238}\text{U}$	$4.2589 \times 10^{-3}$	$4.2624 \times 10^{-3}$	$4.2655 \times 10^{-3}$	$1.0340 \times 10^{-2}$
	$4.2588 \times 10^{-3}$	$4.2623 \times 10^{-3}$	$4.2654 \times 10^{-3}$	$1.0340 \times 10^{-2}$
FP25S	$1.7513 \times 10^{-5}$	$1.4023 \times 10^{-5}$	$1.0849 \times 10^{-5}$	$6.5681 \times 10^{-7}$
	$1.7576 \times 10^{-5}$	$1.4131 \times 10^{-5}$	$1.0926 \times 10^{-5}$	$6.5862 \times 10^{-7}$
FP25N	$7.1991 \times 10^{-5}$	$5.7629 \times 10^{-5}$	$4.4580 \times 10^{-5}$	$2.6990 \times 10^{-6}$
	$7.2250 \times 10^{-5}$	$5.8074 \times 10^{-5}$	$4.4893 \times 10^{-5}$	$2.7065 \times 10^{-6}$
FP29S	$1.9702 \times 10^{-5}$	$1.5649 \times 10^{-5}$	$1.1798 \times 10^{-5}$	$2.3867 \times 10^{-8}$
	$1.9769 \times 10^{-5}$	$1.5766 \times 10^{-5}$	$1.1885 \times 10^{-5}$	$2.1887 \times 10^{-8}$
FP29N	$7.3859 \times 10^{-5}$	$5.8649 \times 10^{-5}$	$4.4210 \times 10^{-5}$	$8.9412 \times 10^{-8}$
	$7.4111 \times 10^{-5}$	$5.9088 \times 10^{-5}$	$4.4537 \times 10^{-5}$	$8.1992 \times 10^{-8}$

1)此为 NDHEXB 计算结果;2)CITATION 的结果

表 2 CEFR 第一循环燃耗计算结果

Table 2 Results of burnup calculations for CEFR cycle 1

项目	NDHEXB	CITATION
$K_{\text{eff}}^{\text{EOC}}$	1.0380	1.0391
$K_{\text{eff}}^{\text{EOC}}$	1.0276	1.0281
$\Delta K_{\text{eff}}$	-0.0104	-0.0110
$\Delta^{239}\text{Pu}_c^{1)}/\text{kg}$	-0.0315	-0.0317
$\Delta^{240}\text{Pu}_c/\text{kg}$	$9.90 \times 10^{-4}$	$9.90 \times 10^{-4}$
$\Delta^{241}\text{Pu}_c/\text{kg}$	$-7.28 \times 10^{-4}$	$-7.24 \times 10^{-4}$
$\Delta^{235}\text{U}_c/\text{kg}$	-0.0426	-0.0430
$\Delta^{238}\text{U}_c/\text{kg}$	-0.0154	-0.0156
$\Delta^{239}\text{Pu}_b^{2)}/\text{kg}$	0.0289	0.0290
$\Delta^{235}\text{U}_b/\text{kg}$	$-8.11 \times 10^{-4}$	$-7.94 \times 10^{-4}$
$\Delta^{238}\text{U}_b/\text{kg}$	-0.0325	-0.0295

1)角标 c 表示芯区;2)角标 b 表示再生层区

### 3 结束语

研制了一个基于六角形几何下节块方法的快堆燃耗计算程序 NDHEXB。数值计算结果表明:它与有限差分程序 CITATION 的结果符合良好,而且计算效率有所提高,所需存贮空间大为减少,故可应用于快堆的设计与计算。以该程序为基础,研究发展一个可用于多循环计算的燃料管理程序无疑是很有意义的工作。

中国原子能科学研究院徐承德研究员对本工作给予了很大帮助,在此谨致谢意。

### 参 考 文 献

- 1 王侃,谢仲生,陈学俊. 三维六角形节块多群中子扩散程序 NDHEX. 核动力工程, 1993, 14(4):326-334.
- 2 王侃. 中子扩散方程六角形节块数值解法及快堆燃耗计算[博士论文]. 陕西:西安交通大学, 1993.
- 3 Lawrence RD. The DIF3D Nodal Neutronics Option for Two-and Three-Dimensional Diffusion Theory Calculations in Hexagonal Geometry, ANL-83-1, 1983.
- 4 张玉山,唐忠梁,徐承德,等. 堆芯中子物理. 核科学与工程(快堆专辑), 1991, 11(3):38-49.

**NDHEXB——A PROGRAM FOR FAST REACTOR  
BURNUP CALCULATIONS BASED ON  
A HEXAGONAL NODAL METHOD**

WANG KAN

ZHANG YUSHAN

(*Tsinghua University, Beijing, 100084*)

(*China Institute of Atomic Energy, Beijing, 102413*)

ABSTRACT

The theoretical models of a program NDHEXB for fast reactor burnup calculations is described. The numerical results of China Experimental Fast Reactor (CEFR) are given and compared with the results of the code CITATION. They are about same. In the program NDHEXB, the neutron diffusion equation is solved by a nodal expansion method in hexagonal geometry and the burnup equation by a kind of numerical methods for differential equations.

**Key words** Fast reactor Burnup equation Hexagonal assembly Nodal method Diffusion equation