

直接斜率法波前拟合和复原误差的仿真分析

王英俭 吴毅 龚知本

(中科院安徽光机所, 合肥 1125 信箱, 230031)

摘 要 报道了利用数值仿真方法对自适应光学系统补偿激光传输湍流效应中的波前拟合和复原误差的计算分析。计算结果表明, 在利用波前斜率进行波前复原的实际自适应光学系统中, 波前复原误差是利用波前最小方差法计算的波前拟合误差的1.24倍。

关键词 自适应光学 波前复原误差

ABSTRACT Using numerical simulation, the fitting error is calculated in the adaptive optics phase compensation for turbulent effect of laser propagation in the atmosphere. The results show that the fitting error of the adaptive optics system is 1.24 times of that calculated using the least-squares-fit method.

KEY WORDS adaptive optics, fitting error

0 引言

在利用自适应光学系统对光波大气传输湍流效应进行相位补偿中存在着许多误差^[1], 波前复原误差是其中最为重要的误差之一。所谓波前复原误差是指利用波前传感器探测到的波前信息进行波前复原计算, 并由变形镜进行重建波前与实际光束畸变波前之间的误差, 通常用方差来描述。文献[1]、[2]在已知光束波前畸变的情况下, 利用变形镜对光束波前畸变进行最小方差拟合, 对所谓波前拟合误差进行了理论分析, 并直接将波前拟合误差当作波前复原误差。文献[1]的分析结果表明, 对于驱动器均匀分布的变形镜, 在大气湍流满足Kolmogorv谱情况下, 波前拟合误差为

$$\sigma_{\text{fit}}^2 = K(d/r_0)^{5/3} \quad (1)$$

式中, d 为变形镜驱动器平均间距, r_0 为大气湍流横向相干长度, K 为波前拟合系数。对于高斯型影响函数, 耦合系数为 0.15 时, K 为 0.349^[1]。但是, 在实际光波大气传输自适应光学相位补偿中, 不可能直接得到光束相位, 而是通过测量光束波前斜率(或者曲率)后间接地进行波前复原。在模式法波前复原计算中, 首先要利用波前斜率最小方差进行波前 Zernike 多项拟合, 然后再通过波前最小方差计算复原波前, 其波前复原误差显然要比文献[1]中用波前拟合误差估计的值要大^[3]。本文利用数值仿真方法进一步对直接斜率波前复原算法中的波前复原误差进行定量的计算分析。

1 直接斜率波前复原的仿真

文献[3]详细地讨论了自适应光学系统的数值模型, 包括 Hartmann 波前探测的仿真,

1995年7月17日收到来稿, 1995年11月27日收到修改稿。

模式法波前复原的算法等等。本文采用直接斜率波前复原算法。令 Hartmann 波前传感器第 l 个子孔径上的信标光波前 x 、 y 方向上的斜率为 $T_{sx}(l)$ 、 $T_{sy}(l)$ ，变形镜复原波前在相应子孔径上的斜率为 $T_x(l)$ 、 $T_y(l)$ ，即

$$T_x(l) = \sum_{n=1}^{N_d} d_n \iint R'_x(n, x, y) dx dy / A_l, \quad T_y(l) = \sum_{n=1}^{N_d} d_n \iint R'_y(n, x, y) dx dy / A_l \quad (2)$$

式中， R'_x 、 R'_y 表示影响函数 $R(n, x, y)$ 对 x 和 y 的微分， N_d 、 d_n 分别为变形镜驱动器数和驱动器驱动量，积分区域为第 l 个子孔径镜面， A_l 为子孔径面积。探测波前斜率和复原波前斜率之间的方差为

$$\sigma_T^2 = \sum_{l=1}^{N_h} [T_{sx}(l) - T_x(l)]^2 + \sum_{l=1}^{N_h} [T_{sy}(l) - T_y(l)]^2 \quad (3)$$

N_h 为 Hartmann 波前传感器子孔径数。以驱动器驱动量 d_n 为变量，分别求 σ_T 对 $d_n (n=1, \dots, N_d)$ 的微分并令其等于零即最小方差条件，可得到 N_d 个方程，用矩阵形式表示

$$\{ [R_n]_{lx} [R_l]_{nx} + [R_n]_{ly} [R_l]_{ny} \} [d_n] = [R_n]_{lx} [T_{sx}(l)] + [R_n]_{ly} [T_{sy}(l)] \quad (4)$$

其中，

$$[R_n]_{lx} = \iint R'_x(n, x, y) dx dy / A_l, \quad [R_n]_{ly} = \iint R'_y(n, x, y) dx dy / A_l$$

$[R_l]_{nx}$ 、 $[R_l]_{ny}$ 为 $[R_n]_{lx}$ 、 $[R_n]_{ly}$ 的转置矩阵， $[T_{sx}(l)]$ 、 $[T_{sy}(l)]$ 为探测斜率矩阵。这样通过求解线性方程组即可得到变形镜驱动器的驱动量。

2 讨论

用激光大气传输及其自适应光学相位补偿的数值模拟程序，对激光大气湍流效应自适应光学相位补偿进行了计算，并分析直接斜率波前复原法的波前复原误差及其对激光远场 Strehl 比的影响。激光传输计算采用相屏法，湍流相屏利用谱反演算法^[9]。计算参数为：主激光和信标光均为有限平面波，波长 $\lambda = 1.315 \mu\text{m}$ ，发射孔径 $D = 0.5\text{m}$ ，传输距离为 3km ；湍流谱为 Von-Karman 谱，外尺度 $L_0 = 10\text{m}$ ，内尺度 $l_0 = 5\text{mm}$ ；自适应光学系统单元数为 37，变形镜驱动器均匀排布，为便于比较，影响函数也采用高斯型，耦合系数为 0.15，自由变形镜边缘。在数值计算中，计算激光传输 3km 后再用 Fraunhofer 积分公式计算光束远场分布，从而得到激光远场 Strehl 比。

图 1 所示为直接斜率波前复原误差随 d/r_0 变化关系的数值计算结果。“+”为数值计算结果，实线为利用 (1) 式的拟合线， $K = 0.432$ 。由图 1 可见，直接斜率波前复原误差同样可由 (1) 式描述，其拟合系数是利用波前最小方差法计算的波前拟合误差拟合系数的 1.24 倍。由于模式波前复原计算也需要用斜率最小方差进行波前模式拟合，所以其波前复原误差与直接斜率法基本相同^[9]。由此可以看到，实际系统中的间接波前复原误差比基于波前最小方差方法得到的波前拟合误差要大。

根据文献[1]，在对湍流效应进行自适应光学相位补偿情况下，光束 Strehl 比与光束剩余波前方差 σ_ϕ 满足

$$S = \exp(-\sigma_x^2 + \sigma_\phi^2), \quad \sigma_\phi^2 = \sigma_{\text{sen}}^2 + \sigma_F^2 + \sigma_{\text{temp}}^2 + \sigma_{\text{so}}^2 \quad (6)$$

σ_x^2 为振幅起伏方差； σ_F^2 为波前复原误差；在本文计算条件下，系统有限带误差 σ_{temp}^2 、非等晕性误差 σ_{so}^2 、波前探测误差 σ_{sen}^2 均等于零，因此，对 Strehl 比的影响主要来自波前复原误差，

即 $\sigma_{\phi}^2 = \sigma_F^2$ 。振幅起伏误差可由文献[1]给出的公式进行计算。图2所示为相位补偿情况下激光传输远场Strehl比与湍流相干长度关系的数值仿真结果与利用(6)式计算的结果比较。图中,“□”表示数值计算结果,实线、点线为 $K=0.432$ 和 0.349 利用(1)、(6)式的计算结果。由图2可以看到,在 $K=0.432$ 情况下,分析结果与数值计算结果吻合得非常好,而波前最小方差得到的波前拟合误差显然过低地估计了波前复原误差,由此计算得到的Strehl比要比数值计算结果高。

由以上计算结果可知,在利用波前斜率进行波前复原的自适应光学系统中,对大气湍流引起的波前畸变的复原误差是利用波前最小方差法计算的波前拟合误差的1.24倍

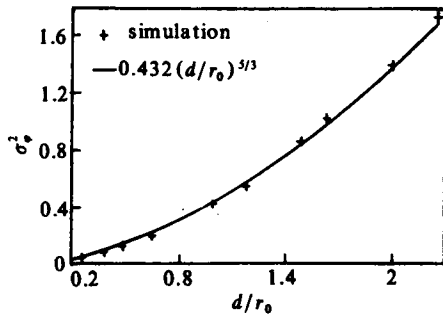


Fig.1 The residual wavefront variance vs d/r_0

图1 剩余波前方差与 d/r_0 的关系

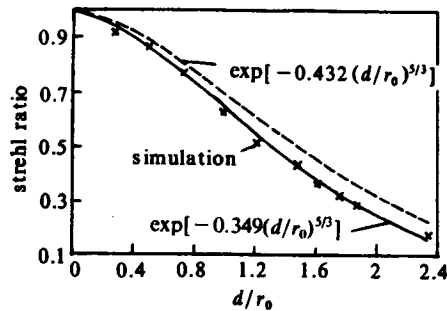


Fig.2 The far field Strehl ratio of laser beam vs d/r_0

图2 光束远场斯特列尔比与 d/r_0 的关系

参考文献

- 1 Tyson RK. Principles of Adaptive Optics. 1991, Academic Press, INC.
- 2 Hudgin RH. *J Opt Soc Am*, 1977, 67(3): 393~395
- 3 王英俭, 吴毅, 龚知本. 强激光与粒子束, 1994, 6(1): 59

THE FITTING ERROR OF THE DIRECT-TILT WAVFRONT RECONSTRUCTION

Wang Yingjian, Wu Yi, and Gong Zhiben

Anhui Institute of Optics and Fine Mechanism, Academia Sinica, Hefei 230031

The fitting error is one of the most important errors of adaptive optics system for compensating wavefront distortion due to turbulent effects of light propagation in the atmosphere. Hudgin[1] and Tyson[2] analysed the fitting error by least-squares-fit between the distorted wavefront and the deformable mirror surface, which turns out that the fitting error is $0.349(d/r_0)^{5/3}$. However, the wavefront distortion of the laser beam can not be obtained directly, besides some kind of wavefront sensing technique used. Wavefront reconstruction in real adaptive optics system is usually based on the wavefront information sensed, e.g., the wavefront tilts by Hartmann sensor. In this paper, the fitting error of the direct-tilt wavefront reconstruction of the adaptive optics system is considered and laser beam Strehl ratio is studied using numerical simulation. The results show, in Fig.1, that the fitting error of the adaptive optics system is 1.24 times of that calculated using the least-squares-fit method.