# MoM 全波分析微带线馈电的缝隙天线

## 雷 娟,傅 光,杨 林,傅德民

(西安电子科技大学 天线与微波技术国家重点实验室,陕西 西安 710071)

摘要:给出了一种分析微带线馈电的缝隙天线的有效数值方法.首先利用等效原理将原问题转化为不同区域的等效问题,然后采用 RWG 基函数结合离散复镜像法在空域对等效问题进行全波分析.闭式格林函数不仅考虑了各种辐射、表面波和互耦效应,而且避免了费时的数值积分.三角形剖分也使得文中方法适合分析任意形状的复杂结构.

关键词: 等效原理;离散复镜像;格林函数

中图分类号:TN821 文献标识码:A 文章编号:1001-2400(2006)06-0960-05

# Full-wave analysis of slot antennas fed by the microstrip using MoM

LEI Juan, FU Guang, YANG Lin, FU De-min

(State Key Lab. of Antennas and Microwave Technology, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** An effective numerical method is presented for modeling slot antennas fed by the microstrip. The equivalence principle is applied so that an original problem can be divided into two isolated equivalence problems. With the discrete complex images method (DCIM) and RWG basis functions, we can give a full-wave analysis of equivalence problems in the spatial domain without the Sommerfeld integrals. These closed-form Green's functions account for all radiation, surface-wave, and mutual-coupling effects. Triangular facets are used so that our method is suitable for analyzing a complex structure. Numerical results of two typical examples are given which validate this method. **Key Words:** equivalence principle; DCIM; Green's functions

微带和缝隙混合结构广泛应用于微带电路、缝隙耦合的微带天线、微带线或者带状线馈电的缝隙天线等领域<sup>[1~6]</sup>.与微分方法相比,积分方程的矩量法只需模型微带和口径结构,所需未知量较少,是分析这类结构的有效数值方法.对于不规则的结构,标准的谱域方法很难给出精确的分析<sup>[4]</sup>.为此,笔者发展了空域 MoM 分析任意形状微带和缝隙混合结构的通用数值软件包.此外,屋顶基函数结合离散复镜像方法也被提出<sup>[7]</sup>,用于分析口径耦合的微带天线.然而屋顶基函数需要较多的单元才能精确模拟任意形状复杂结构,而且旋度算子的微分也是在空域进行的.笔者采用 RWG 基函数和考虑微带与口径间互耦的混合位积分方程来分析 任意形状印制口径天线.采用离散复镜像法<sup>[8,9]</sup>来获得空域闭式格林函数,避免了费时的 Sommerfeld 积分. 旋度算子的 微分在 谱域进行,并可给出它们的解析表达式,其对应的空域格林函数可通过高阶的 Sommerfeld 恒等式获得,避免了数值微分.

### 1 基本理论

为了说明微带和缝隙混合结构的分析方法,这里以带状线馈电的任意形状口径天线为例作以介绍,其结构如图1所示,馈线位于上下接地板之间的均匀媒质中,在上接地板上印制任意口径作为辐射单元.采用

收稿日期:2005-12-30

作者简介: 雷 娟(1979-), 女, 西安电子科技大学博士研究生.

MoM 结合等效原理分析,此时馈线和口径上分别存在电流和磁流,为了模型的通用性,对馈线和口径采用 三角形面片剖分,可应用 RWG 基函数来模拟馈线上电流分布和口径上磁流分布.最后根据馈线和口径上的 边界条件建立积分方程,进而利用 MoM 就可求解出这些电流和磁流,而口径天线的回波损耗,辐射方向图 等也就随之求出.



图 1 带状线馈电的口径天线(原问题)



图 2 带状线馈电的口径天线(等效问题)

1.1 边界条件

原问题可以利用等效原理转化为图 2 所示的等效问题.此时,口径被理想导体板所替代,并假设馈线和 原口径处分别存在电流和等效磁流,它们满足如下边界条件<sup>[6]</sup>.

1) 口径上切向电场分量连续即此时口径上下区域磁流应数值相等,流向相反;

2) 口径上切向磁场分量连续即  $\hat{n} \times (\mathbf{H}_{m}^{L} + \mathbf{H}_{e}^{L} - \mathbf{H}_{m}^{U}) = 0$  , (1)

式中  $H_m^U$  表示上半空间口径上磁流  $-M_2$  在口径处产生的磁场;  $H_m^L$  表示下半空间口径上磁流  $M_2$  在口径处产 生的磁场;  $H_m^L$  表示下半空间馈线上电流  $J_1$  在口径处产生的磁场;

3) 馈线上切向电场分量连续即  $\hat{n} \times (E^{in} + E^L_m + E^L_e) = 0$  , (2) 式中  $E^{in}$  表示激励电场; $E^L_m$  表示下半空间口径上磁流 $M_2$  在馈线处产生的电场; $E^L_e$  表示下半空间馈线上电流  $J_1$  在馈线处产生的电场.

1.2 场的求解

1) 电流产生的电磁场

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}_{e} = -j\omega \int_{S} \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}') \cdot \overline{K}_{A}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \, ds' - \nabla \int_{S} \rho(\boldsymbol{r}') \, K_{\Phi}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \, ds' &, \\ \boldsymbol{H}_{e} = \int_{S} \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}') \cdot \overline{K}_{HJ}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \, ds' &, \end{cases}$$
(3)

式中 $\overline{K}_A$ 和 $K_{\phi}$ 分别为电流源和电荷产生电矢位和电标位格林函数, $\overline{K}_{HJ}$ 为电流源产生磁矢位格林函数.

2) 磁流产生的电磁场

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}_{m} = \int_{S} \boldsymbol{M}(\boldsymbol{r}') \cdot \overline{K}_{\text{EM}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') \, \mathrm{d}s' &, \\ \boldsymbol{H}_{m} = -j\omega \int_{S} \boldsymbol{M}(\boldsymbol{r}') \cdot \overline{K}_{F}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') \, \mathrm{d}s' - \nabla \int_{S} \rho_{m}(\boldsymbol{r}') \, K_{\Phi m}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') \, \mathrm{d}s' &, \end{cases}$$

$$\tag{4}$$

式中 $\overline{K}_F$ 和 $K_{\Phi m}$ 分别为磁流源和磁荷产生磁矢位和磁标位格林函数, $\overline{K}_{EM}$ 为磁流源产生电矢位格林函数. 1.3 混合位积分方程

采用 RWG 基函数和 Gerkain 法, 对式(1)和式(2)测试可得

$$< \mathbf{H}_{m}^{\mathrm{L}} + \mathbf{H}_{e}^{\mathrm{L}} - \mathbf{H}_{m}^{\mathrm{U}}, \mathbf{f}_{m} >= 0$$
 , (5)

$$\langle \mathbf{E}^{\mathrm{in}} + \mathbf{E}_{m}^{\mathrm{L}} + \mathbf{E}_{e}^{\mathrm{L}}, \mathbf{f}_{m} \rangle = 0$$
 (6)

将式(3),(4)代入式(5),(6)并整理可得矩阵方程为

$$\begin{bmatrix} Z & W \\ U & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_e \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_e \\ 0 \end{bmatrix} , \qquad (7)$$

式中矩阵元素分别为

$$Z_{nm} = j\omega \int_{Sm} \left[ \int_{Sn} \boldsymbol{f}_{n}(\boldsymbol{r}') \cdot \overline{K}_{A}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \, ds' \right] \cdot \boldsymbol{f}_{m}(\boldsymbol{r}) \, ds + \frac{1}{j\omega} \int_{Sm} \left[ \int_{Sn} \rho_{n}(\boldsymbol{r}') K_{\Phi}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \, ds' \right] \rho_{m}(\boldsymbol{r}) \, ds$$
$$W_{nm} = \int_{Sm} \left[ \int_{Sn} \boldsymbol{f}_{n}(\boldsymbol{r}') \cdot \overline{K}_{EM}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \, ds' \right] \cdot \boldsymbol{f}_{m}(\boldsymbol{r}) \, ds \quad ,$$

$$\begin{aligned} U_{mn} &= \int_{Sm} \left[ \int_{Sn} \boldsymbol{f}_{n}(\boldsymbol{r}') \cdot \overline{K}_{HJ}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \, ds' \right] \cdot \boldsymbol{f}_{m}(\boldsymbol{r}) \, ds \quad , \\ Y_{mn} &= j\omega \int_{Sm} \left[ \int_{Sn} \boldsymbol{f}_{n}(\boldsymbol{r}') \cdot \overline{K}_{F}^{L}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \, ds' \right] \cdot \boldsymbol{f}_{m}(\boldsymbol{r}) \, ds + \frac{1}{j\omega} \int_{Sm} \left[ \int_{Sn} \rho_{n}(\boldsymbol{r}') \cdot K_{\Phi m}^{L}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \, ds' \right] \cdot \rho_{m}(\boldsymbol{r}) \, ds - \\ & \left\{ j\omega \int_{Sm} \left[ \int_{Sn} \boldsymbol{f}_{n}(\boldsymbol{r}') \cdot \overline{K}_{F}^{U}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \, ds' \right] \cdot \boldsymbol{f}_{m}(\boldsymbol{r}) \, ds + \frac{1}{j\omega} \int_{Sm} \left[ \int_{Sn} \rho_{n}(\boldsymbol{r}') \cdot K_{\Phi m}^{U}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \, ds' \right] \cdot \rho_{m}(\boldsymbol{r}) \, ds \right\} \end{aligned}$$

有关式中格林函数和 $\overline{K}_A, K_{\Phi}, \overline{K}_F, K_{\Phi m}, \overline{K}_{HJ}$ 和 $\overline{K}_{EM}$ 的谱域具体表达式参见文献[10],其空域格林函数采用 离散复镜像(DCIM)求解.

#### 1.4 DCIM 求解空域格林函数

空域格林函数的计算是 MoM 在空域分析微带结构的关键. 空域格林函数有着 Sommerfeld 积分的形式,具有高振荡、收敛慢的特点,因此数值积分非常耗时. DCIM 克服了数值积分的这一缺点. 对于平面多层 媒质中的三维目标,利用传输线格林函数和 C 类公式<sup>[11]</sup>,可以给出谱域格林函数的通用表达式<sup>[12]</sup>

$$\widetilde{K}(m,z \mid n,z') = \frac{1}{j2k_{zm}} \begin{cases} \sum_{i=1}^{5} K_{mms} \exp(-jk_{zm}\delta_{ms}) &, m = n \\ \sum_{i=1}^{2} K_{mms} \exp(-jk_{zm}\gamma_{ms}) &, m < n \\ \sum_{i=1}^{2} K_{mms} \exp(-jk_{zm}\gamma_{ms}) &, m > n \\ \sum_{i=1}^{2} K_{mms} \exp(-jk_{zm}\gamma_{ms}) &, m > n \\ \end{cases}$$
(8)

式中  $\delta_{ms} = \begin{cases} \gamma_{ms}, & s = 1 \sim 4 \\ |z - z'|, & s = 5 \end{cases}$ ,  $\begin{pmatrix} \gamma_{m1} = z - z_{m+1}, \\ \gamma_{m2} = d_m + z_m - z \end{cases}$ ,  $\begin{pmatrix} \gamma_{m1} = z_m - z \\ \gamma_{m2} = d_m + z - z_{m+1} \end{pmatrix}$ 

DCIM 方法可非常有效地给出空域闭式格林函数. 值得指出的是:对于电流源产生磁矢位格林函数  $\overline{K}_{HJ}$  和磁流源产生电矢位格林函数  $\overline{K}_{EM}$ ,求导在谱域进行,利用高阶的 Sommerfeld 恒等式<sup>[13]</sup>,可得到它们对应的空域闭式格林函数,避免了数值微分.

现在求解式(7)矩阵方程,就可以求解出馈线上的电流分布和口径上的磁流分布,进而可得回波损耗和 辐射方向图.

## 2 数值结果

首先考察一个宽缝天线,设计工作在 5.5 GHz,带宽为 10% (回波损耗小于 -10 dB). 媒质和天线结构 参数分别为: $\varepsilon_r$ =2.2,h=0.79 mm, $W_f$ =2.4 mm,L=17 mm,W=4 mm和t=0.25 mm,如图 3 所示.图 4 给 出了文中的计算结果,并与文献[14]的计算结果和文献[15]测量结果比较,3 者吻合良好.此外,文中方法计 算的带宽和谐振频率也被出示在表 1 中,并与文献[14]计算结果、Ansoft HFSS 仿真结果和测量结果比较, 可以看出笔者所提出的方法无论是在带宽的预见还是在谐振频率的预见方面,都是比较有效的.





表 1 不同方法计算带宽和谐振频率的比较

方法	带宽/MHz	谐振频率/GHz	方法	带宽/MHz	谐振频率/GHz
<b>文献</b> [14]	590 (10.7%)	5.50 (1.3%)	笔者方法	620 (11.3%)	5.610 (0.7%)
HFSS	494 (9.0%)	5.54 (0.6%)	测量结果	609 (11.1%)	5.573





图 6 矩形口径天线回波损耗频带响应

图 5 矩形口径天线结构示意图



图7 方向图

接着利用文中方法分析了圆环缝隙天线,结构如图 5 所示. 尺寸分别为 $R=9.2 \text{ mm}, W=4 \text{ mm}, W_0=2.6 \text{ mm} D=10 \text{ mm}.$ 介质参数分别为 $h_1=1.57 \text{ mm}, h_2=3.14 \text{ mm}$ 以及 $\varepsilon_r=2.2.2$ 、文中方法计算的 S 参数如图 6 所示,与文献[6]测量结果吻合良好. 对于窄缝,它类似于环天线,谐振发生近似在同宽度缝隙内导波长的整数倍处. 然而,随着宽度的增加,这种简单模型的误差也随之加大. 主要原因是沿内环和外环的电场分布过于不对称. 只有全波分析才能给出更为精确的解. 同时,调节馈线匹配枝节的长度 D 可以控制谐振频率. 如图 6 所示,在  $3\sim15$  GHz之间共有 3 个谐振频率,称之为 TE<sub>n1</sub>模. 显然,调节合适的枝节长度可使得同一副天线谐振在不同的频率上. 当天线同时工作在 TE<sub>11</sub>模和 TE<sub>21</sub>模时,在 TE<sub>11</sub>模时可产生和方向图;在 TE<sub>21</sub>模时可产生差方向图,如图 7 所示. 如果圆环缝隙工作在 TE<sub>11</sub>模,则它类似于单缝天线. 然而,当圆环天线直径约单缝天线长度 63%时,就能够给出相似的辐射特性,可作为相控阵天线单元. 如果圆环缝隙工作在 TE<sub>21</sub>

模,其峰值增益出现在极角45°处,并几乎保持到水平面,这在实际中也有着非常重要的应用.

### 3 结束语

利用等效原理,采用 RWG 基函数结合离散复镜像在空域对微带和缝隙混合结构进行了全波分析,克服 了已有数值方法的缺点.闭式格林函数考虑了各种辐射、表面波和互耦效应,且避免了费时的数值积分.修正 传输线格林函数,提高了计算效率.实例的数值结果验证了文中方法的有效性.

#### 参考文献:

- [1] Yoshimura Y. A Microstrip Slot Antenna[J]. IEEE Trans on Microwave Theory Tech, 1972,20(11):760-762.
- [2] Pozar D M. A Reciprocity Method of Analysis for Printed Slot and Slot-coupled Microstrip Antennas[J]. IEEE Trans on Antennas Propagat, 1986,34(12): 1439-1446.
- [3] Yang H Y, Alexopoulos N G. A Dynamic Model for Microstripslotline Transition and Related Structures[J]. IEEE Trans on Microwave Theory Tech, 1988, 36(2): 286-293.
- [4] Chen C, McKinzie W E, Alexopoulos N G. Spectral Domain Analysis of Microstripline Fed Arbitrarily-shaped Aperture Antennas[J]. IEEE AP-S Symp Dig, 1994, 1(6): 158-161.
- [5] Rao S M, Wilton D R, Glisson A W. Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape[J]. IEEE Trans on Antennas Propagat, 1982,30(5): 409-418.
- [6] Chen Chinglung, McKinzie III W E, Alexopoulos N G. Stripline-fed Aarbitrarily Shaped Printed-Aperture Antennas[J]. IEEE Trans on Antennas Propagat, 1997, 45(7): 1186-1188.
- [7] Yau D, Shuley N V. Numerical Analysis of an Aperture Coupled Microstrip Patch Antenna Using Mixed Potential Integral Equations and Complex Images[J]. Progress in Electromagnetics Research, 1998, 18(5): 229-244.
- [8] Chow Y L, Yang J J, Fang D G, et al. A Closed-form Spatial Green's Function for the Thick Microstrip Substrate[J]. IEEE Microwave Theory Tech, 1991, 39(3):588-592.
- [9] He Xiulian, Gong Shuxi, Ji Yicai, et al. Computation of the Closed-form Spatial Green's Function for the Thick Microstrip Substrate by the Two-level Discrete Complex Image Method[J]. Journal of Xidian University, 2004, 31(3): 426-430.
- [10] 万继响. 多层微带结构的 MoM 及其快速算法研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2004.
- [11] Michalski K A, Mosig J R. Multilayered Media Green's Functions in Integral Equation Formulations[J]. IEEE Trans on Antennas Propagat, 1997, 45(5): 593-603.
- [12] Liu Yaxun, Li Lewei, Yeo T S, et al. Application of DCIM to MPIE-MoM Analysis of 3-D PEC Objects in Multilayered Media[J]. IEEE Trans on Antennas Propagat, 2002, 50(2):157-162.
- [13] Pasi Y O, Taskinen M. Efficient Formulation of Closed-Form Green's Functions for General Electric and Magnetic Sources in Multilayered Media[J]. IEEE Trans on Antennas Propagat, 2003, 51(8): 2106-2115.
- [14] Ge Yuehe, Esselle K P. A Closed-form Analysis of Printed Wide-slot Antennas [J]. Int J RF and Microwave CAE, 2003,13(3): 389-397.
- [15] Sze J, Wong K. Bandwidth Enhancement of a Microstrip-line-fed Printed Wide-slot Antenna [J]. IEEE Trans on Antennas Propagat, 2001, 49(7):1020-1024.

(编辑:齐淑娟)