

# 合成孔径声纳运动估计的鲁棒 Kalman 滤波方法

朱沛胜<sup>1,2</sup>, 黄 勇<sup>1</sup>, 张春华<sup>1</sup>

(1. 中国科学院声学研究所, 北京 100080;

2. 中国科学院研究生院, 北京 100080)

**摘要:** 针对存在观测野值影响的合成孔径声纳运动测量难题, 提出利用 M-估计原理进行参数最优估计, 使得估计误差在一类 Huber 函数下最小, 而不像 Kalman 滤波那样, 寻求估计误差在二范数下的最小, 并构造了鲁棒 Kalman 滤波算法, 用来处理合成孔径声纳姿态、运动估计问题. 由于 Huber 函数对大的估计误差不敏感, 可以有效地克服观测野值的影响, 同时计算机仿真结果表明, 该方法在系统存在野值的情况下, 仍能对合成孔径声纳运动参数进行估计.

**关键词:** 合成孔径声纳; 姿态及运动估计; 鲁棒 Kalman 滤波; M-估计

**中图分类号:** U675.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2400(2007)03-0490-05

## Synthetic aperture sonar movement estimation using the robust kalman filter

ZHU Pei-sheng<sup>1,2</sup>, HUANG Yong<sup>1</sup>, ZHANG Chun-hua<sup>1</sup>

(1. Inst. of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China;

2. Graduate School, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** In the synthetic aperture sonar (SAS) movement measurement system, a movement estimation algorithm based on the M-estimator in the Kalman filter is introduced to improve its robustness against the external sensors data containing outliers with unbounded errors. Using the M-estimator to optimize parameters estimation, estimation errors are minimized under a class of Huber function, and unlike kalman filter estimation errors under norm-2 are minimized. Since the M-estimator is not sensitive to unbounded errors, it can effectively overcome the effect of unbounded errors, and numerical experiments illustrate that the proposed method can solve this problem of the estimation of the SAS' movement.

**Key Words:** synthetic aperture sonar; movement estimation; robust Kalman filter; M-estimate

合成孔径声纳以基阵在不同时刻、不同位置使用同一波形进行信号收发, 来模拟一个大孔径声纳在同一时刻、同一位置进行的信号收发, 靠相位重构来实现相干成像<sup>[1]</sup>. 重构相位依据的是解几何关系得到的各次收发的声程差, 因此, 需对声纳基阵运动过程中位置变化进行精确的测量<sup>[2,3]</sup>. 国内外对水下载体的姿态及位移估计的惯导系统及处理方法大都集中在自治式水下机器人(AUV)及遥控式水下机器人(ROV)系统上<sup>[4]</sup>. 对水下拖体的姿态及位移测量系统的文献较多, 但对拖体姿态及位移估计进行深入分析的文献却很少. 合成孔径声纳基阵安装在拖体上, 拖体由水面舰船利用拖缆拖曳航行, 其运动受海流扰动及拖船机动的影 响, 海流的估计是必须要考虑的, 这是合成孔径声纳基阵运动估计的比较特殊的地方. 传统的 Kalman 滤波器不能直接应用于合成孔径声纳姿态、运动估计. 因此, 将 M-估计原理应用到 Kalman 滤波算法中, 利用鲁棒 Kalman 滤波算法来处理合成孔径声纳姿态、运动估计问题.

## 1 合成孔径声纳动态完整线性化状态方程

合成孔径声纳基阵安装在拖体上, 由水面舰船利用拖缆拖曳航行, 水下拖体的运动可以看成是以拖船的

收稿日期: 2006-11-09

基金项目: 国家 863 资助项目(2005AA604200); 国家部委科技重点实验室资助项目(51446070204ZK0204)

作者简介: 朱沛胜(1970-), 男, 高级工程师, 中国科学院博士研究生.

航向、航速为标称值的随机运动,其运动还要受海流扰动及拖船机动的影 响,未知的机动输入估计及海流的估计是必须要考虑的,这也是合成孔径声纳基阵运动方程的比较特殊的地方.考虑上述因素,合成孔径声纳按估计值展开的状态方程为<sup>[5]</sup>

$$\begin{cases} \dot{\varphi}(t) = v_N(t) - \hat{v}(t) \sin \hat{\theta}(t)\theta(t) + \cos \hat{\theta}(t)v(t) + U_1(t) + w_1(t) \quad , \\ \dot{\lambda}(t) = v_E(t) + \hat{v}(t) \cos \hat{\theta}(t)\theta(t) + \sin \hat{\theta}(t)v(t) + U_2(t) + w_2(t) \quad , \\ \dot{v}_N(t) = -\beta v_N(t) + w_3(t) \quad , \\ \dot{v}_E(t) = -\beta v_E(t) + w_4(t) \quad , \\ \dot{\theta}(t) = \dot{\hat{\theta}}(t) + w_5(t) \quad , \\ \dot{v}(t) = \dot{\hat{v}}(t) + w_6(t) \quad , \end{cases} \quad (1)$$

其中  $\varphi(t)$  为纬度,  $\lambda(t)$  为经度,  $\theta(t)$  为航向,  $v(t)$  为航速,  $v_N(t)$  为北向流速,  $v_E(t)$  为东向流速. 海流分量  $v_N(t)$ ,  $v_E(t)$  是一对随机过程, 经验和实际数据表明, 可将其视为负指数相关的马尔可夫过程.

其相关函数为  $R_{VV}(t_1, t_2) = \sigma^2 \exp(-\beta|t_1 - t_2|)$  , (2)

其中  $\sigma$  为随机过程  $v$  在  $t_1$  时刻的方差,  $\beta$  称为反相关时间. 上述 6 式可用矩阵形式表示为<sup>[3]</sup>

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{U}u(t) + \mathbf{W}(t) \quad , \quad (3)$$

该式即为经线性化之后的拖体动态方程. 式中  $\mathbf{A}(t)$  为 6 乘 6 维友阵, 相当于控制项的  $u(t)$  为 4 维向量, 其向量维数要不大于测量维数.  $\mathbf{U}u = [Uu_1, Uu_2, 0, \dots, 0]$ ,  $Uu_1(t) = \hat{v}(t) \sin(\hat{\theta}(t))\hat{\theta}(t)$ ,  $Uu_2(t) = \hat{v}(t) \cos(\hat{\theta}(t))\hat{\theta}(t)$ . 状态噪声向量  $\mathbf{W}(t)$  为  $v$  混合正态分布<sup>[6]</sup>. 由以上分析可得

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & -\hat{v}(t) \sin \hat{\theta}(t) & \cos \hat{\theta}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \hat{v}(t) \cos \hat{\theta}(t) & \sin \hat{\theta}(t) \\ 0 & 0 & -\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} . \quad (4)$$

离散化得状态方程为  $\mathbf{X}(k+1) = \Phi(k+1, k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{U}u(k) + \mathbf{W}(k)$  , (5)

其中, 转移矩阵  $\Phi(k+1, k) = \exp(\mathbf{A}(k)T)$ , 二次展开为

$$\Phi(k+1, k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T - \beta T^2/2 & 0 & -\hat{v}(k)T \sin \hat{\theta}(k) & T \cos \hat{\theta}(k) \\ 0 & 1 & 0 & T - \beta T^2/2 & \hat{v}(k)T \cos \hat{\theta}(k) & T \sin \hat{\theta}(k) \\ 0 & 0 & 1 - \beta T + \beta^2 T^2/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \beta T + \beta^2 T^2/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \quad (6)$$

测量方程为  $\mathbf{Z}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{V}(k)$  , (7)

其中, 观测矩阵 
$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \quad (8)$$

而测量噪声  $\mathbf{V}(k)$  为  $v$  混合正态分布<sup>[6]</sup>. 这里, 经纬度  $\varphi$  和  $\lambda$  用惯性测量单元(IMU)测量; 航向  $\theta$  和航速  $v$  利用声多普勒计程仪(DVL)或差分全球定位系统(DGPS)来测量; 若有声多普勒流速剖面仪(ADCP), 北向、东向流速  $v_N$  和  $v_E$  可以用 ADCP 测量, 这里考虑仅在 DVL 状态下工作的情况, 即  $v_N$  和  $v_E$  不可测的情况.

## 2 合成孔径声纳姿态、运动估计的鲁棒 Kalman 滤波算法

由于合成孔径声纳安装在拖体中, 利用水面拖船的拖行在水下移动. 由于姿态及运动监测系统的传感器较多, 系统受外界扰动影响比较严重, 即观测野值比较严重. 因此, 采用文献[6]提出的鲁棒 Kalman 滤波算法来减少野值对状态估计精度的影响. 所谓鲁棒 Kalman 滤波算法就是将 M-估计原理<sup>[7]</sup>与普通 Kalman 滤

波算法相结合的一类算法.

具体算法如下:

$$\hat{\mathbf{X}}(k | k-1) = \Phi \hat{\mathbf{X}}(k-1 | k-1) \quad , \quad (9a)$$

$$\mathbf{P}(k | k-1) = \Phi \mathbf{P}(k-1 | k-1) \Phi^T + \mathbf{Q} \quad , \quad (9b)$$

$$\mathbf{s}(k) = \mathbf{H} \mathbf{P}(k | k-1) \mathbf{H}^T + \mathbf{R} \quad , \quad (9c)$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k | k-1) \mathbf{H}^T \mathbf{s}^{-1}(k) \quad , \quad (9d)$$

$$\mathbf{P}(k | k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}] \mathbf{P}(k | k-1) \quad , \quad (9e)$$

$$\hat{\mathbf{Z}}(k) = \mathbf{Z}(k) - \mathbf{H} \hat{\mathbf{X}}(k | k-1) \quad , \quad (9f)$$

$$\hat{\mathbf{X}}(k | k) = \hat{\mathbf{X}}(k | k-1) + \mathbf{K}(k) \hat{\mathbf{Z}}(k) \quad . \quad (9g)$$

这里,  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{R}$  分别为噪声向量  $\mathbf{W}$  和  $\mathbf{V}$  的方差矩阵. 由式(9g)可以看到, 依据观测值  $\mathbf{Z}(1), \dots, \mathbf{Z}(k-1)$ ,  $k$  时刻的状态  $\mathbf{X}(k | k)$  可以由  $k-1$  时刻的预测值  $\mathbf{X}(k | k-1)$  得到. 即  $\mathbf{X}(k | k)$  为如下最小化问题的解

$$\hat{\mathbf{X}}(k | k) = \operatorname{argmin} \{ (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}(k | k-1))' \mathbf{P}(k | k-1)^{-1} (\hat{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{X}}(k | k-1)) + (\mathbf{H} \mathbf{X} - \mathbf{Z}(k))' \mathbf{R}(k)^{-1} (\mathbf{H} \mathbf{X} - \mathbf{Z}(k)) \} \quad . \quad (10)$$

最优化问题(10)可以看成是加权最小二乘问题, 可以看成是如下线性回归模型的最小二乘问题.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{P}(k | k-1)^{-1/2} \hat{\mathbf{X}}(k | k-1) \\ \mathbf{R}(k)^{-1/2} \mathbf{Z}(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}(k | k-1)^{-1/2} \\ \mathbf{R}(k)^{-1/2} \mathbf{H}(k) \end{pmatrix} \hat{\mathbf{X}}(k | k-1) + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}(k) \\ \boldsymbol{\eta}(k) \end{pmatrix} \quad , \quad (11)$$

进而

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}(k) &= (\mathbf{P}(k | k-1))^{-1/2} (\hat{\mathbf{X}}(k | k-1) - \Phi(k) \mathbf{X}(k-1) - \mathbf{W}(k)) \quad , \\ \boldsymbol{\eta}(k) &= \mathbf{R}(k)^{-1/2} \mathbf{V}(k) \quad . \end{aligned} \quad (12)$$

这样, 噪声  $\mathbf{W}(k)$  的混合随机特性只对  $\boldsymbol{\varepsilon}(k)$  有影响, 而对  $\boldsymbol{\eta}(k)$  没有影响, 同样  $\mathbf{V}(k)$  的混合随机特性只对  $\boldsymbol{\eta}(k)$  有影响, 而对  $\boldsymbol{\varepsilon}(k)$  没有影响. 按行重新将式(11)写为

$$\begin{aligned} p_i(k) &= a_i(k) \mathbf{X}(k) + e_i(k) \quad , \quad i = 1, \dots, n \quad , \\ s_j(k) &= b_j(k) \mathbf{X}(k) + h_j(k) \quad , \quad j = 1, \dots, m \quad , \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{这里, } \begin{pmatrix} p_1(k) \\ \vdots \\ p_n(k) \end{pmatrix} = \mathbf{P}(k | k-1)^{-1/2} \hat{\mathbf{X}}(k | k-1), \quad \begin{pmatrix} s_1(k) \\ \vdots \\ s_m(k) \end{pmatrix} = \mathbf{R}(k)^{-1/2} \mathbf{Z}(k), \quad \begin{pmatrix} a_1(k) \\ \vdots \\ a_n(k) \end{pmatrix} = \mathbf{P}(k | k-1)^{-1/2},$$

$$\begin{pmatrix} b_1(k) \\ \vdots \\ b_m(k) \end{pmatrix} = \mathbf{R}(k)^{-1/2} \mathbf{H}(k), \quad \begin{pmatrix} \varepsilon_1(k) \\ \vdots \\ \varepsilon_m(k) \end{pmatrix} = \boldsymbol{\varepsilon}(k), \quad \begin{pmatrix} \eta_1(k) \\ \vdots \\ \eta_m(k) \end{pmatrix} = \boldsymbol{\eta}(k) \quad .$$

对于模型(11)相应的最小二乘算法为

$$\hat{\mathbf{X}}(k | k) = \operatorname{argmin} \left\{ \sum_{i=1}^n (p_i(k) - a_i(k) \mathbf{X}(k))^2 + \sum_{j=1}^m (s_j(k) - b_j(k) \mathbf{X}(k))^2 \right\} \quad . \quad (14)$$

该算法鲁棒化为

$$\hat{\mathbf{X}}(k | k) = \operatorname{argmin} \left\{ \sum_{i=1}^n \rho_{1i} (p_i(k) - a_i(k) \mathbf{X}(k)) + \sum_{j=1}^m \rho_{2j} (s_j(k) - b_j(k) \mathbf{X}(k)) \right\} \quad . \quad (15)$$

这里, 依据鲁棒 M-估计原理,  $\rho_{1i}$  和  $\rho_{2j}$  分别为某鲁棒函数, 其微分函数分别为  $\psi_{1i}$  ( $i=1, \dots, n$ ),  $\psi_{2j}$  ( $j=1, \dots, m$ ). 式(15)的正规化方程为

$$\sum_{i=1}^n a'_i(k) \psi_{1i} (p_i(k) - a_i(k) \hat{\mathbf{X}}(k | k)) + \sum_{j=1}^m b'_j(k) \psi_{2j} (s_j(k) - b_j(k) \hat{\mathbf{X}}(k | k)) = 0 \quad . \quad (16)$$

式(16)只有在很特殊的情况下有精确解. 一般, 可以得到近似的正规方程

$$\sum_{i=1}^n w_{1i}(k) a'_i(k) (p_i(k) - a_i(k) \hat{\mathbf{X}}(k | k)) + \sum_{j=1}^m w_{2j}(k) b'_j(k) (s_j(k) - b_j(k) \hat{\mathbf{X}}(k | k)) = 0 \quad . \quad (17)$$

这里, 权向量  $w_{1i}(k)$  ( $i=1, \dots, n$ ),  $w_{2j}(k)$  ( $j=1, \dots, m$ ) 满足

$$w_{1i}(k) = \frac{\psi_{1i}(p_i(k) - a_i(k) \hat{\mathbf{X}}(k | k-1))}{p_i(k) - a_i(k) \hat{\mathbf{X}}(k | k-1)} \quad , \quad w_{2j}(k) = \frac{\psi_{2j}(s_j(k) - b_j(k) \hat{\mathbf{X}}(k | k-1))}{s_j(k) - b_j(k) \hat{\mathbf{X}}(k | k-1)} \quad . \quad (18)$$

表达式(17)为表达式(16)中用  $\hat{\mathbf{X}}(k | k-1)$  作为  $\hat{\mathbf{X}}(k | k)$  的近似后得到的. 可以认为是递推加权最小二乘 (IWLS) 的一种形式. 利用简单的代数运算, 可以得到如下的鲁棒 Kalman 滤波算法:

$$\hat{\mathbf{X}}(k | k-1) = \Phi \hat{\mathbf{X}}(k-1 | k-1) \quad , \quad (19a)$$

$$P(k | k - 1) = \Phi P(k - 1 | k - 1) \Phi^T + Q \quad , \quad (19b)$$

$$s(k) = H P(k | k - 1)^{1/2} W_1^{-1}(k) P(k | k - 1)^{1/2} H^T + R^{1/2} W_2^{-1}(k) R^{1/2} \quad , \quad (19c)$$

$$K(k) = P(k | k - 1)^{1/2} W_1^{-1}(k) P(k | k - 1)^{1/2} H^T s^{-1}(k) \quad , \quad (19d)$$

$$P(k | k) = [I - K(k)H] P(k | k - 1)^{1/2} W_1^{-1}(k) P(k | k - 1)^{1/2} \quad , \quad (19e)$$

$$\hat{Z}(k) = Z(k) - H \hat{X}(k | k - 1) \quad , \quad (19f)$$

$$\hat{X}(k | k) = \hat{X}(k | k - 1) + K(k) \hat{Z}(k) \quad . \quad (19g)$$

这里  $W_1(k) = \text{diag}\{w_{11}(k), \dots, w_{1n}(k)\}$ ,  $W_2(k) = \text{diag}\{w_{21}(k), \dots, w_{2n}(k)\}$ . 这样就得到了合成孔径声纳姿态、运动估计的鲁棒 Kalman 滤波算法。

### 3 合成孔径声纳姿态、运动估计的数据融合算法

由于惯性姿态传感器是通过加速度计测量拖体的瞬时加速度后,再双重积分得到的升沉/横摆/纵摆体的升沉/横摆/纵摆的大小,为了避免发散,惯性测量系统的积分时间较短,一般当加速度为零时位移归零.因此单独的惯性测量不能给出长时间的位移信息.而 DVL 需要 IMU 测量的高精度的姿态测量结果.这里,利用鲁棒 Kalman 滤波器,将 DVL 的测量结果(水下)或 GPS 的测量信息(水面)对惯性测量系统给出的位置误差进行实时修正,实现对拖体姿态、位移的高精度监测.算法框图如图 1 所示.

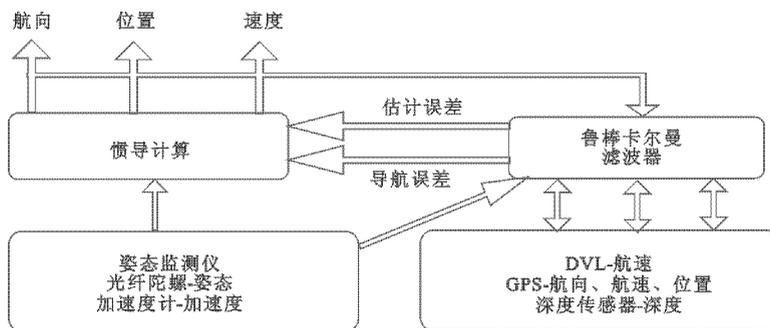


图 1 合成孔径声纳姿态、运动估计的数据融合算法框图

### 4 仿真结果

拖体由拖船通过拖缆在水下航行,拖体上装有速度传感器 DVL 和姿态传感器(比如 OCTANS),可以分别用来测量拖体的航行速度、姿态以及侧移.

图 2 为测量噪声有野值时的位置、运动估计结果,图 2(a),(b)所示为 GPS 观测噪声有野值时的拖体的经度、纬度数值实验结果,图 2(c),(d)所示为观测噪声有野值时的拖体的航向、航速数值实验结果;从图中可以看出,当观测噪声存在野值时,文中的鲁棒 Kalman 滤波算法可以较好地给出合成孔径声纳的运动及位置估计.

### 5 结束语

合成孔径声纳姿态及运动估计系统由于姿态及运动监测系统的传感器较多,系统受外界扰动影响比较严重,即观测野值比较严重;通过理论分析和数值实验表明,将 M-估计原理应用到 Kalman 滤波算法中,利用鲁棒 Kalman 滤波算法来处理,适合这类估计问题.该方法将 IMU 测量结果与差分 DGPS 或 DVL 测量结果进行数据融合,较好地解决了合成孔径声纳姿态、运动估计问题.因此,在观测野值比较严重的情况下,该方法可以很有效地处理合成孔径声纳运动估计问题.

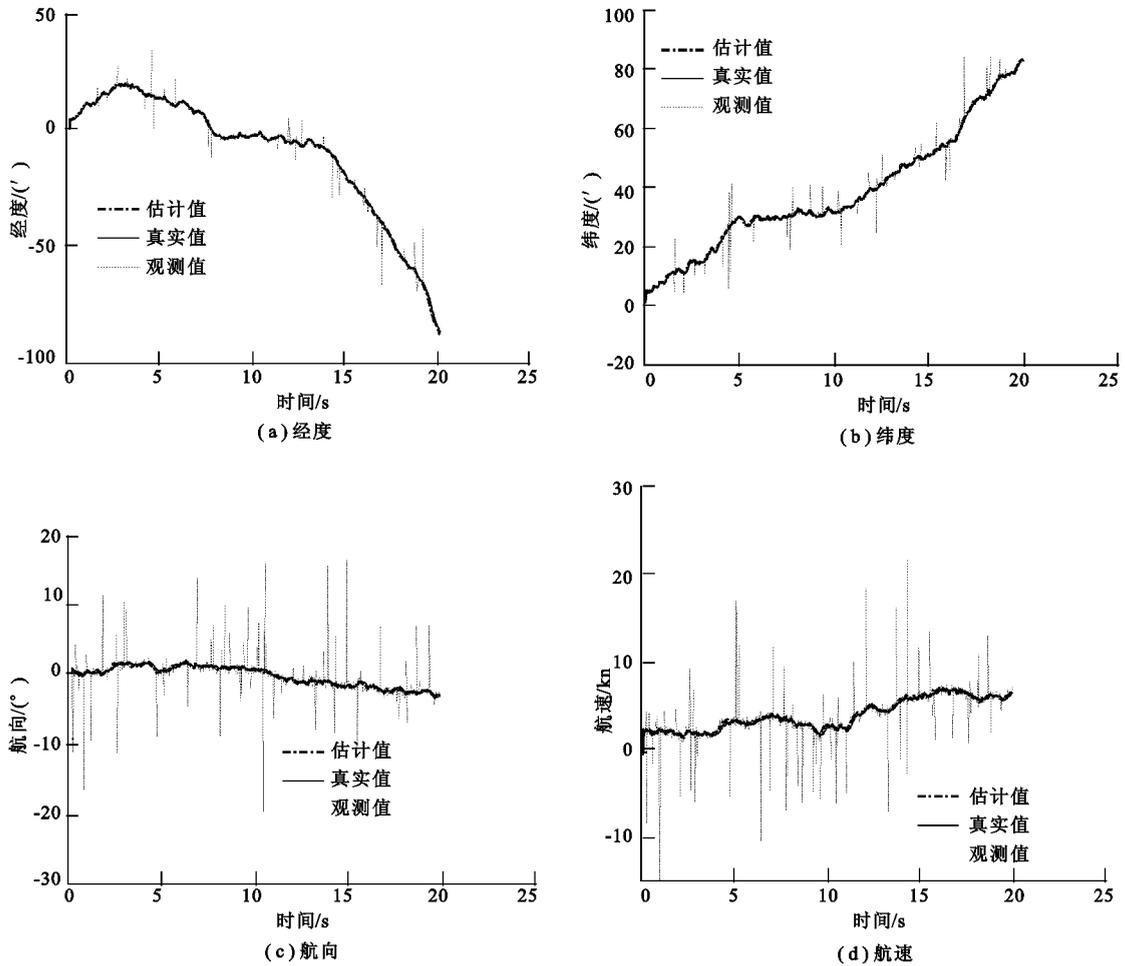


图 2 合成孔径声纳姿态、运动的鲁棒 Kalman 算法估计结果

### 参考文献:

- [1] Hawkins D W. Synthetic Aperture Imaging Algorithms [D]. New Zealand: University of Canterbury, 1996.
- [2] Zehner W J, Thompson R L. Methods of Estimating Allowable Motion Perturbations in Side-scan Sonar Systems [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1996, 21(3): 245-255.
- [3] Gough P T, Hawkins D W. Imaging Algorithms for a Strip-map Synthetic Aperture Sonar: Minimizing the Effects of Aperture Errors and Aperture Undersampling [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1997, 22(1): 27-39.
- [4] Smallwood D A, Whitcomb L L. Adaptive Identification of Dynamically Positioned Underwater Robotic Vehicles [J]. IEEE Trans on Control Systems Tech, 2003, 11(4): 505-515.
- [5] 朱海, 莫军. 水下导航信息融合技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
- [6] Cipra T, Romera R. Robust Kalman Filter and Its Application in Time Series Analysis [J]. Kybernetika, 1991, 27(6): 481-494.
- [7] Huber P J. Robust Statistics [M]. New York: Wiley, 1981.

(编辑: 齐淑娟)