

# 全球定位系统动态定位误差分析与建模

徐 琨<sup>1</sup>, 贺昱曜<sup>2</sup>, 闫茂德<sup>2</sup>

(1. 长安大学 信息工程学院, 陕西 西安 710064;

2. 长安大学 电子与控制工程学院, 陕西 西安 710064)

**摘要:** 针对全球定位系统动态定位精度差的缺陷,采用时间序列分析方法建立了全球定位系统动态单点定位误差模型.首先采用逆序检验法检验误差序列的平稳性,然后依据样本数据的偏相关函数、自相关函数的统计特性确定误差序列为 AR(10)模型,最后使用矩估计方法完成参数估计.模型适应性验证表明,全球定位系统动态单点定位误差序列可用 AR(10)模型表示.将这种全球定位系统动态误差模型应用于60 km/h车速的车载全球定位系统接收机输出数据的滤波处理,实验结果表明,经纬度定位数据的均方误差减少了27%左右.

**关键词:** 全球定位系统定位;误差模型;AR模型;均方误差

**中图分类号:** TN911.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2400(2008)04-0749-05

## Analysis and modeling of the GPS dynamic position error

XU Kun<sup>1</sup>, HE Yu-yao<sup>2</sup>, YAN Mao-de<sup>2</sup>

(1. School of Information Eng., Chang'an Univ., Xi'an 710064, China;

2. School of Electronic and Control Eng., Chang'an Univ., Xi'an 710064, China)

**Abstract:** In order to improve GPS dynamic position precision, the model of the GPS dynamic position error is presented by using time series analysis. The stationarity of error series is verified through inverse serial verification firstly. The error series can be described as AR(10) based on the fact that the auto correlation function is tail-dragged and that the partial correlation is tail-truncated. The parameters are calculated using moment estimation. Adaptive verification proves that the dynamic position error can be presented by AR(10). Applying the model to filter the output data of the GPS receiver with 60 km/h, experimental results show the mean square error can be deduced about 27%.

**Key Words:** GPS position; error model; AR model; mean square error

由于存在卫星的星历误差、卫星钟差及大气折射误差等系统误差和偶然误差,手持式全球定位系统(GPS)接收机动态单点定位方式即使在取消有选择可用性(SA)政策后,其循环误差概率(CEP)定位精度在理想情况下一般为20 m左右.但在实际应用中,由于受到天气情况、卫星的分布情况、地理位置等因素的影响都可能产生更大的误差值,无法满足高精度定位要求.目前提高动态定位精度的途径主要有两类:一类是借助其他设备或手段,这其中以差分GPS技术<sup>[1]</sup>、多传感器的数据融合方法<sup>[2]</sup>、与地理信息系统(GIS)结合为主要代表<sup>[3]</sup>.另一类是基于单个GPS接收机输出信息的数据处理方法.现代GPS接收机的输出信息已经越来越多,用户的数据处理已不仅限于GPS输出的位置信息,而且可以根据用户需要,自行研究定位解算方法.文献[4]提出一种动态椭球中心偏移插值算法以提高动态单点GPS的定位精度.但在实际使用中,其定位精度随着运行矢量曲线的曲率增大而降低.卡尔曼滤波器是消除GPS动态定位数据中随机误差的主要方法.文献[5]将各种误差因素的影响等效为某一方向上的总误差,采用卡尔曼滤波器实现对GPS载体的位置和速度信息的估计.但是这种方法的滤波效果依赖于系统模型和观测模型的准确性.基于误差模型的误差补

收稿日期:2008-01-07

基金项目:陕西省自然科学基金资助(2007E<sub>2</sub>29);长安大学特殊地区公路工程教育部重点实验室资助(KLP200501)

作者简介:徐 琨(1974-),女,讲师,长安大学博士研究生,E-mail: xkun@chd.edu.cn.

偿是另一主要方法.应用时间序列分析、神经网络等方法建立误差模型,然后采用 Kalman 滤波、鲁棒滤波等滤波技术对其进行估计与补偿.文献[6]设计出一种 BP 网络来模拟 GPS 误差信号,为 GPS 误差补偿提供依据.但随着神经元数目的增加,这种方法会出现数据量急剧膨胀,收敛速度慢的问题.时间序列分析方法通过建立序列近似的、简化的数学模型,并将其应用于系统动态特性的描述、预测分析、系统干扰和误差补偿等方面.文献[7]以大量观测数据为基础,分析研究了 GPS 误差产生原因,采用时间序列分析方法建立了 GPS 静态单点定位误差模型.文献[8]对 SA 政策下动态定位误差数据进行建模,根据所建模型消除了 GPS 数据的误差,同时给出了具有自适应能力的变参变阶在线数据处理方法.

笔者以路面裂缝检测系统中的裂缝图像定位问题为应用背景,采用时间序列分析方法,建立了取消 SA 政策后车载 GPS 动态单点定位误差模型,为高精度的裂缝定位提供了理论支持.

## 1 平稳性检验

时间序列分析建模的假设条件是样本数据来自于平稳序列,即首先检验序列的平稳性,包括判断序列的均值、方差是否为常数,自相关函数是否只与时间间隔有关.这里采用逆序检验法.首先将整个序列分成  $M$  段,然后求出每段数据的均值,记为  $y_1, y_2, \dots, y_M$ .  $y_i$  的逆序数  $A_i$  等于  $y_j (y_j > y_i (j > i))$  个数.逆序总数等于  $\sum_{i=1}^{M-1} A_i$ , 记为  $A$ .  $A$  的期望为

$$E(A) = M(M-1)/4 \quad (1)$$

方差为 
$$D(A) = M(2M^2 + 3M - 5)/72 \quad (2)$$

统计量 
$$Z = [A + 0.5 - E(A)] / (D(A))^{1/2} \quad (3)$$

渐进服从于  $N(0, 1)$  分布.在显著性水平  $\alpha = 0.05$  情况下,若  $|Z| < 1.96$ , 则认为该序列为平稳序列,否则认为是非平稳序列.

本次建模数据源自 2007 年 8 月 8 日车辆以 60 km/h 的行驶速度,在西安市车流量较小的某路段采集得到的 2 640 个定位数据.采用 12 阶正交多项式拟合测量数据的方法获得经纬度误差数据,误差数据各分段均值见表 1,按照逆序检验法计算  $Z$  分别为  $-0.5367$  和  $1.0733$ .因此可认为经纬度误差序列是平稳序列.

## 2 模型识别

对一个平稳时间序列  $f(x_i)$ , 给出其参数化模型的第一步就是模型识别,即判断该序列所适合的模型类型.根据时间序列的相关理论可知,自回归(AR)模型的自相关函数具有拖尾性,偏相关函数具有截尾性;移动平均(MA)模型的自相关函数具有截尾性,偏相关函数具有拖尾性;自回归移动平均(ARMA)模型的自相关函数和偏相关函数均具有拖尾性.如果一个时间序列是由某一类模型所生成,理论上它就应该具有相应的统计特征.因此,可以计算出平稳时间序列的样本自相关函数和偏相关函数,将其特性与不同类型序列的理论自相关函数和偏相关函数的特性进行比较,进而判断出序列所适合的模型类型.

$$\text{样本自相关函数 } \hat{\rho}_k \text{ 为 } \hat{\rho}_k = \hat{\gamma}_k / \hat{\gamma}_0 \quad (4)$$

表 1 分段均值数据

序号	1	2	3	4	5
经度/( $^{\circ}$ )	$-1.363 \times 10^{-2}$	$-0.490 \times 10^{-2}$	$0.393 \times 10^{-2}$	$3.600 \times 10^{-2}$	$2.224 \times 10^{-2}$
纬度/( $^{\circ}$ )	$0.369 \times 10^{-2}$	$-2.451 \times 10^{-2}$	$3.267 \times 10^{-2}$	$5.427 \times 10^{-2}$	$-1.037 \times 10^{-2}$
序号	6	7	8	9	10
经度/( $^{\circ}$ )	$-1.292 \times 10^{-2}$	$-3.604 \times 10^{-2}$	$-3.759 \times 10^{-2}$	$-2.860 \times 10^{-2}$	$1.014 \times 10^{-2}$
纬度/( $^{\circ}$ )	$-10.719 \times 10^{-2}$	$-3.241 \times 10^{-2}$	$3.824 \times 10^{-2}$	$6.028 \times 10^{-2}$	$5.311 \times 10^{-2}$

其中  $\hat{\gamma}_k, k = 0, 1, \dots$  为自协方差函数的估计值,计算方法为

$$\hat{\gamma}_k = \frac{1}{N} \sum_{t=k+1}^N (x_{t-k} - \bar{x})(x_t - \bar{x}) \quad , \quad (5)$$

$\bar{x}$  为样本均值.

偏相关函数  $\hat{\varphi}_{k,k}$  可用 L-D 的递推算法得到:

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_{1,1} &= \hat{\gamma}_1 / \hat{\gamma}_0 \quad , \\ \hat{\varphi}_{k+1,k+1} &= (\hat{\gamma}_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\gamma}_{k-j+1} \hat{\varphi}_{k,j}) / (\hat{\gamma}_0 - \sum_{j=1}^k \hat{\gamma}_j \hat{\varphi}_{k,j}) \quad , \\ \hat{\varphi}_{k+1,j} &= \hat{\varphi}_{k,j} - \hat{\varphi}_{k+1,k+1} \hat{\varphi}_{k,k+1-j} \quad , \quad 1 \leq j \leq k \quad . \end{aligned} \quad (6)$$

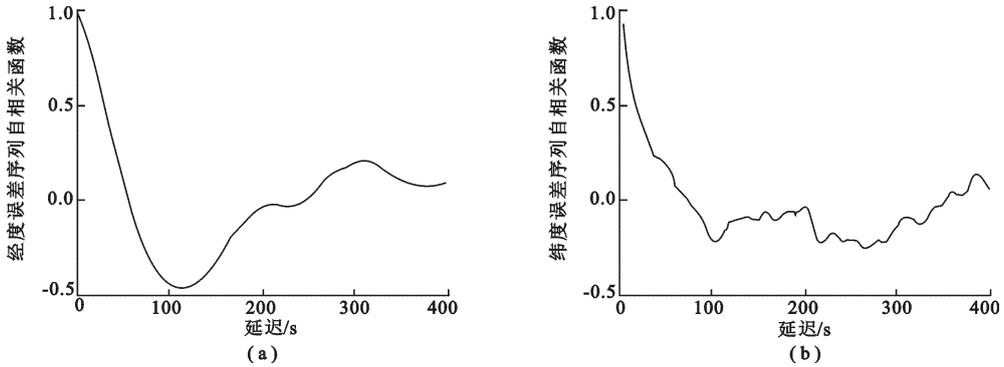


图 1 误差序列的自相关函数曲线

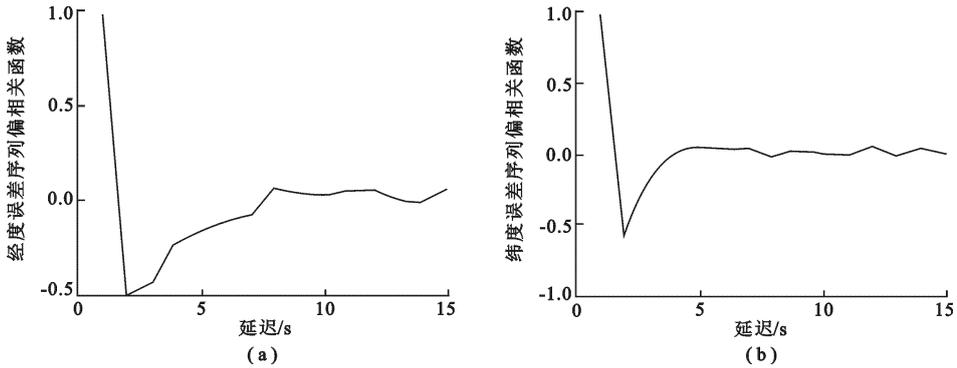


图 2 误差序列的偏相关函数曲线

图 1 分别是经度和纬度误差序列的自相关函数,图 2 分别是经度和纬度误差序列的偏相关函数.可以看出经、纬度误差序列的自相关函数均呈现出拖尾性,偏相关函数均呈现出截尾性.因此,初步判断经纬度误差序列均可用 AR 模型表示.可以证明,  $k > n$  时,  $\hat{\varphi}_{k,k}$  的分布接近于  $N(0, 1/N)$ . 因此对于每个  $k > 0$ , 分别考查  $\hat{\varphi}_{k+1,k+1}, \hat{\varphi}_{k+2,k+2}, \dots, \hat{\varphi}_{k+M,k+M}$  (通常取  $M = \lfloor N^{1/2} \rfloor$ ) 中满足  $|\hat{\varphi}_{k,k}| > 2/N^{1/2}$  的个数所占的百分比是否大于 4.5%. 若  $k = 1, 2, \dots, n-1$  时都超过了, 而  $k = n$  时没有超过, 则可以认为  $\hat{\varphi}_{k,k}$  在  $n$  步截尾. 计算结果表明, GPS 经纬度误差数据的偏相关函数均为 10 步截尾. 所以 GPS 经纬度误差数据可用 AR(10) 模型建模, 即

$$x(t) = \sum_{i=1}^{10} \phi_i x(t-i) + a(t) \quad , \quad (7)$$

其中  $\phi_i$  为自回归系数,  $a(t)$  是均值为 0、方差为  $\sigma^2$  的白噪声.

### 3 参数估计与适应性检验

建立 GPS 经纬度误差序列的 AR 模型就是要依据样本序列确定  $\phi_i (i = 1, 2, \dots, p)$  和  $\sigma^2$ . 矩估计是一种参数初估计方法, 其基本思想是, AR 模型的自相关函数可以表示为未知的模型参数的函数. 反过来, 模型参数原则上也可由自相关函数来表示. 用计算出的样本自相关函数代替理论自相关函数, 就可得到参数的估计

值.  $\phi_i (i = 1, 2, \dots, p)$  的矩估计由 Yule-Walker 方程

$$\begin{bmatrix} \hat{\gamma}_1 \\ \hat{\gamma}_2 \\ \vdots \\ \hat{\gamma}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_0 & \hat{\gamma}_1 & \cdots & \hat{\gamma}_{p-1} \\ \hat{\gamma}_1 & \hat{\gamma}_0 & \cdots & \hat{\gamma}_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\gamma}_{p-1} & \hat{\gamma}_{p-2} & \cdots & \hat{\gamma}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} \tag{8}$$

决定,  $\sigma^2$  的矩估计由式  $\hat{\sigma}^2 = \hat{\gamma}_0 - (\hat{\phi}_1 \hat{\gamma}_1 + \hat{\phi}_2 \hat{\gamma}_2 + \dots + \hat{\phi}_p \hat{\gamma}_p)$  (9)

决定. 依据上述方法得纬度自回归系数依次为: 1.377, -0.990, -0.1243, -0.1077, -0.1584, -0.263, -0.5769, -0.301, 0.1746, -0.617; 白噪声方差为  $6.07993e-006$ . 经度自回归系数依次为: 1.10, 0.2917, -0.1763, -0.6027, -0.496, -0.5225, -0.2353, 0.2709, 0.5301, 0.5171; 白噪声方差为  $8.18983e-006$ .

模型的适应性检验实质上就是检验  $\{a(t)\}$  是否为白噪声序列, 其中最主要的是序列的独立性检验. 若样本个数充分大时, 残差序列的自相关函数

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} \hat{a}_t \hat{a}_{t+k}}{\sum_{t=1}^n \hat{a}_t^2} \tag{10}$$

互不相关, 且近似于正态分布, 即  $\hat{\rho}_k \sim N(0, 1/N)$ . 图 3 是残差序列的自相关函数. 可以看出, 在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下,  $|\hat{\rho}_k| \leq 1.96/N^{1/2}$ , 可以接受  $\rho_k = 0$  的假设, 认为  $\{a(t)\}$  独立. 因此 AR(10) 模型适用于 GPS 经纬度误差时间序列.

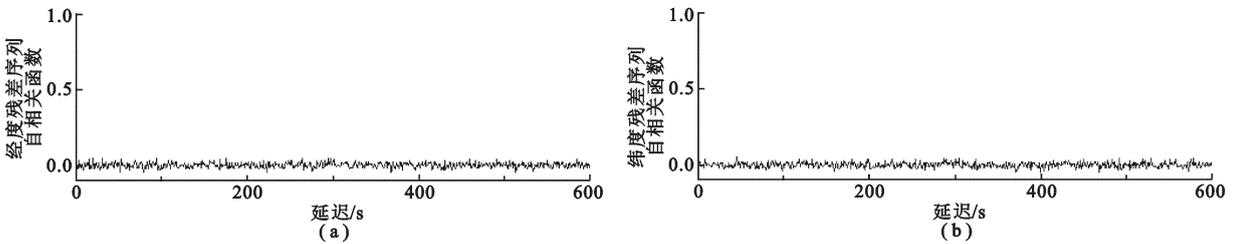


图 3 残差序列的自相关函数

### 4 误差模型的应用

使用上述的 GPS 动态误差模型对建模数据进行 Kalman 滤波, 经纬度误差滤波结果如图 4 所示. 表 2 是原始误差序列和滤波后误差序列的统计参数. 滤波后的经、纬度的最大绝对误差均减少了 30%, 经、纬度的均方误差分别减少了 28.18% 和 25.22%. 经纬度的平均绝对误差分别减少了 27.20% 和 25.13%.

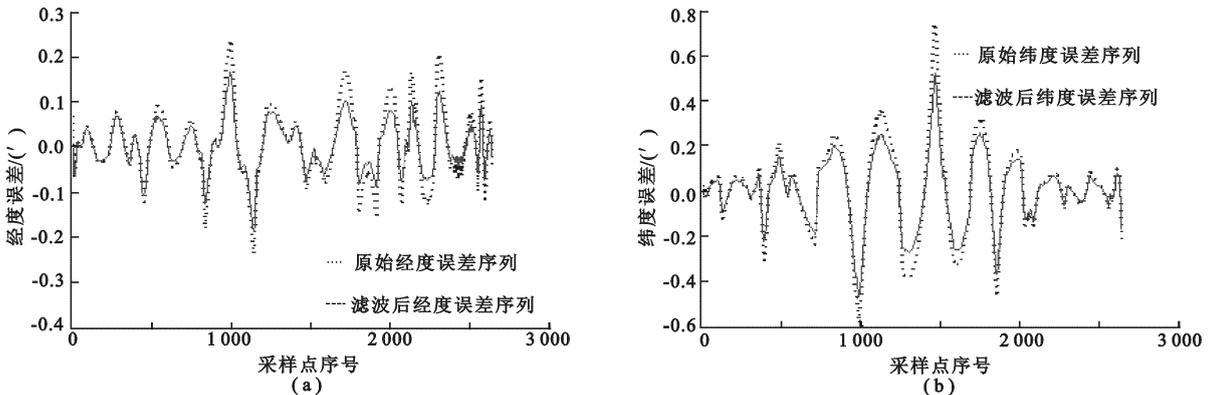


图 4 经纬度误差滤波曲线

使用该模型对 80 km/h, 70 km/h, 50 km/h 车速的动态定位误差数据进行 Kalman 滤波, 经纬度误差滤波前后的均方误差如表 3 所示. 可以看出, 滤波后均方误差减少 26% 左右. 统计结果表明笔者给出的模型基

本可用于上述各车速的误差校正。

表2 经纬度误差序列的统计参数

	最大绝对误差/(′)	均方误差/(′)	平均绝对误差/(′)
经度原始误差序列	0.2410	0.0802	0.0636
经度滤波后误差序列	0.1687	0.0576	0.0463
纬度原始误差序列	0.7407	0.2018	0.1500
纬度滤波后误差序列	0.5185	0.1509	0.1123

表3 不同车速经纬度误差序列的均方误差

	车速/(km·h <sup>-1</sup> )				车速/(km·h <sup>-1</sup> )		
	80	70	50		80	70	50
经度原始误差序列	0.0832	0.0825	0.0800	纬度原始误差序列	0.3754	0.2953	0.1943
经度滤波后误差序列	0.0603	0.0594	0.0578	纬度滤波后误差序列	0.2861	0.2241	0.1470

最后使用该模型对车流量较大的市区多组测量数据进行滤波,经纬度数据滤波前后的均方误差无较大改善.这主要是由于电磁波干扰、多路径效应、天气状况和车辆行驶速度等因素变化,使得笔者给出的模型滤波效果不明显。

## 5 结束语

鉴于样本数据的自相关函数具有拖尾性,偏相关函数具有截尾性这一事实,得出误差序列可用AR(10)模型表示,进而给出了GPS动态定位误差模型,残差序列独立性检验表明AR(10)模型适用于GPS经纬度误差时间序列.将笔者的研究成果分别应用于80 km/h,70 km/h,60 km/h,50 km/h车速,GPS接收机输出数据的滤波处理结果是:纬度的均方误差减少了24.37%左右,经度的均方误差减少了27.86%左右。

### 参考文献:

- [1] Huang J, Tan H S. A Low-Order DGPS-Based Vehicle Positioning System under Urban Environment[J]. IEEE/ASME Trans on Mechatronics, 2006, 11(5): 567-575.
- [2] Yang Yanjuan, Tian Weifeng, Jin Zhihua. Study on a Novel Marine INS/GPS Integrated Navigation Technology: Vol 3 [C]//IEEE Int Conf on ICARCV. Washington: IEEE, 2002: 1563-1567.
- [3] Xue Yong, Cracknell A P, Guo H D. Telegeoprocessing the Integration of Remote Sensing, Geographic Information System(GIS), Global Positioning System(GPS) and Telecommunication[J]. International Journal of Remote Sensing, 2002, 23(9): 1851-1893.
- [4] Xu Kebao, Zeng Qingliang, Wang Zongsheng. Using the Interpolation of Ellipse Center Offsetting to Advance the Precision of Single GPS Receiver [C]//Proceedings of the ISIST'2004(3). Harbin: Harbin Institute of Technology, 2004: 1175-1178.
- [5] Ramjattan A N, Gross P A. A Kalman Filter Model for an Integrated Land Vehicle Navigation System[J]. Journal of Navigation, 1995, 48(2): 293-302.
- [6] 刘瑞华, 刘建业, 姜长生. 利用人工神经网络仿真GPS误差信号[J]. 南京航空航天大学学报, 2001, 33(2): 175-178.  
Liu Ruihua, Liu Jianye, Jiang Changsheng. Using ANN as GPS Measurement Error Simulator[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2001, 33(2): 175-178.
- [7] 曹力, 黄圣国. GPS误差的时间序列分析建模研究[J]. 计算机工程与应用, 2005, (35): 213-216.  
Cao Li, Huang Shengguo. Studying on GPS Errors Modeling by Time Series Analysis[J]. Computer Engineering and Applications, 2005, (35): 213-216.
- [8] 张淑芳, 袁安存. 一种以自主方式提高GPS定位精度的方法[J]. 电子学报, 1999, 27(8): 25-28.  
Zhang Shufang, Yuan Ancun. A New Method of Improving GPS Position Precision with Data Processing[J]. Acta Electronica Sinica, 1999, 27(8): 25-28.