文章编号:1001-8166(2008)10-1020-07

地震激发地球自由振荡过程的数值模拟初步探索

严珍珍^{1,2},张 怀²,杨长春¹,石耀霖²

(1. 中国科学院地质与地球物理研究所,北京 100029;2. 中国科学院研究生院,北京 100049)

摘 要:地球自由振荡的固有频率与地球内部结构密切相关,研究地球自由振荡可以深入研究地 球内部结构。传统的解析方法侧重于本征频率的确定,但对从地震发生到地球自由振荡被激发的 全过程难以研究。从弹性波动理论基础出发,试采用谱元法结合高性能并行计算数值模拟特大地 震激发的弹性波在地球内部传播过程。在不考虑地球重力情况下,对数值模拟激发地球自由振荡 的结果进行功率谱密度分析,通过对谱结果的观察并与理论值进行对比分析,认识到环型振型数值 模拟结果可以准确重现其长周期理论频率值,地球重力对球型振型有重要影响。探讨了是否可以 通过这种方法真实重现地球自由振荡激发的过程。以期利用此方法深入探讨地球横向不均匀性对 地球自由振荡的影响。

关 键 词:地球自由振荡;地球内部结构;环型振荡;球型振荡;谱元法;并行计算 中图分类号:P315.4 文献标志码:A

1 引 言

长周期地震仪^[1]、超导重力仪^[2]、钻孔差应变 仪^[3]等观测技术的发展,以及理论分析和科学计算 能力的提高,极大地推进了地球自由振荡研究。对 地球内部结构研究的面波层析成像研究,难以探测 地球深部结构;体波层析成像虽然可以研究深部构 造,但对射线没有覆盖的地方仍难以探测。研究各 种振型不同频率的地球自由振荡,虽然目前在分辨 率上还不如地震波层析成像方法,但是它能够反演 整个地球内部三维结构,不会存在采样不均匀或者 信号达不到的问题^[4],因此地球自由振荡已成为研 究地球内部结构的重要手段之一。

影响地球自由振荡谱的因素有很多,如地球介质物性参数的不均匀性,包括地球的横向不均匀性和径向不均匀性^[5]、地球旋转及椭率^[6,7]、地球内部各向异性^[8,9]、地球非完全弹性^[10]等,这些因素会导

致地球自由振荡谱出现复杂的频谱特性:如谱峰变 宽、频谱分裂及耦合^[11,12]等很多效应。此外,地球 自身结构以外的一些自然现象也会影响并引起地球 自由振荡,如潮汐及大气压波动等。对地球自由振 荡这些问题的研究,以往主要侧重研究地球指菌 标征值问题,基于解析方法,如球谐展开等数学分析 手段。其优点是简单高效,能研究地球自由振荡谱 的种种特征,但是只能够研究结构比较简单的地球 模型,且无法研究地震激发地球自由振荡的全过程, 不能深入揭示该激发过程中形成自由振荡特征的物 理原因。

高性能并行计算技术的迅速发展提供了一个新的研究途径,本文试利用谱元法数值模拟研究特大 地震激发的弹性波在地球内的传播,并探讨是否可 以通过这种数值模拟真实重现地球自由振荡被激发 的全过程。考虑到地球的尺度和振荡频率范围,小 规模的低精度数值模型无法满足需求。因此,在本

^{*} 收稿日期:2008-05-30;修回日期:2008-08-21.

^{*} 基金项目:国家重点基础研究发展计划项目"区域强震活动演化的物理模型和预测模型试验"(编号:2004CB418406);国家自然科学基金项目"不充分混合模型地幔对流模型的大规模数值模拟"(编号:40474038)资助.

作者简介:严珍珍(1981-),女,湖北随州人,博士研究生,主要从事地球动力学、油储地球物理等方面研究.

文中我们进一步开展并行计算,利用谱元法对地震 激发地球自由振荡进行模拟,并将数值模拟结果与 理论研究结果进行对比分析,以期对复杂横向不均 匀地球内部结构的研究开展一些新的尝试和探讨。

2 并行谱元法数值模拟采用的数值模型

目前,利用大规模数值模拟手段研究全球地震 波传播问题是国际地震学研究领域的一个重要发展 方向。近几年来,国际上采用超大规模并行计算的 数值模拟方法对地震波传播进行了广泛研究,计算 结果与实际观测的长波记录进行对比,获得了满意 的结果。我们对地球自由振荡的研究,就是要利用 数值模拟特大地震产生的全球地震波传播足够长时 间后,对台站记录数据进行频谱分析,观察是否能得 到地球自由振荡的基本频谱特性。如果这种方法可 以模拟激发地球自由振荡的长周期振型,则可以开 拓一种新的研究途径,即利用数值试验的手段,模拟 地震波激发地球自由振荡的全过程,并通过不同的 复杂物理模型(包括椭率、地形、横向不均匀性等) 的比较研究来探究地球内部的精细结构。

我们利用谱元法对地震激发地球自由振荡进行 数值模拟, 谱元法结合了有限元方法处理边界及求 解区域的灵活性和谱方法的高精度特性等优势,是 目前国际上数值模拟宽频谱波动理论问题的一个有 效方法[13~15]。利用谱元法结合高性能并行计算研 究大地震激发的全球地震波传播过程的时候,单元 弹性波动位移场用高阶拉格朗日插值,单元数值积 分采用 Gauss-Lobatto-Legendre 积分方法,可以实现 计算所得的单元质量矩阵对角化,解决了单元内高 精度插值所带来的 Runge 现象和计算量增大问题, 并采用显格式波动计算算法。避开了大规模线性方 程组的并行求解,大大简化了数值计算的计算量和 数值计算实现方法,同时提高了模拟精度和算法的 稳定性[16~18]。本文中采用的拉格朗日插值多项式 阶数为4,则单元上每个方向上的 Gauss-Lobatto-Legendre 积分点为5个,3个方向上共有125个GLL 积分点,并且总是包含+1和-1两边界点。

作为研究,首先我们考虑的地球模型很简单,在 研究地球自由振荡周期时,地震记录持续达十余小 时以上,自由振荡周期达数十分钟,不包含重力效应 对结果有什么影响是一个需要通过试验明确的问 题。不过,地球自由振荡从理论上可以分解为两种 方式的本征振荡:球型振荡"S^m_l及环型振荡"T^m_l,其 中,n为某一振动位移沿球半径方向的阶数,m和l 分别为沿经向和纬向的展开阶数,并且 - *l*≤*m*≤*l*。 球型振荡主要为地球半径方向的位移,因此振荡过 程中所受到的重力会变化,预期不包含重力项会有 影响;但环型振荡主要描述地球的扭转变形,距地心 的位移基本不变化,预期不包含重力项影响不会太 大。因此,虽然目前不能包含重力作用,我们认为运 用谱元法计算地球自由振荡激发过程,特别是计算 地球环型振荡激发过程,仍然是值得进行的一种 尝试。

采用 AK135 模型^[19]构建数值模拟计算网格, 将地球分为 144 层。球心用一个六面体来近似,地 球的最中心处为独立均匀剖分的六面体,然后向外 采用模块模式的网格加密方式,将地球由内到外划 分成尺寸大致均匀的六面体网格剖分,如图 1 所示。 这样做的优点是保证了地球内外网格的一致性,数 值模拟机械波传播过程中避免了不必要的高频信号 损失。并采用 27 结点拉格朗日插值单元,在核幔边 界及外核内核边界处考虑了固液耦合模型^[13,14,20]。



图 1 AK135 模型 Fig. 1 AK135 model

图1清晰的显示了我们的数值模型。其中,图 1(a)显示了地球模型的内部结构,为了避免在球心 出现奇点,将球心作为一个单独的小六面体单元,以 此6个面向6个方向延伸划分网格,网格单元是六 面体单元,在内核与外核边界处网格数加倍,在670 km间断面处网格数再一次加倍以及莫霍(Moho)面 处网格数进行了第三次加倍,整个球体在网格划分 时进行了这3次加密,以满足接近地表区域需要更 高分辨率。整个模型从地心到地表划分为144层, 不同的颜色代表了不同层的物性参数,此图也清晰 显示了 ICB 及 CMB 等一些间断面,图1(b)显示了 数值模型的整个球体形态,并且每块六面体分25 小 块,再并行计算中共用150个计算进程完成整个球 体的数值模拟计算,不同颜色块显示不同的进程计 算的区域。

本文中,数值模拟模型仅考虑 AK135 模型相关

物性参数,暂时没有考虑影响地球自由振荡一些因 素,如地球横向不均匀性、地球旋转及椭率、各向异 性等。计算中没有考虑重力作用,也没有考虑地震 波的衰减。所以,对于此模型,即使是小地震也会激 发地震波环绕地球许多周,从而激发地球自由振荡。 本文主要强调探讨是否能用这种方法得到与理论结 果吻合的振荡频率,衰减问题将在以后的工作中再 行讨论。

在网格模型中,网格总单元数约为120万个,根 据网格大小与波速及时间步之间的稳定关系,取计 算时间步长为0.26 s,随着网格的加密,时间步长还 需要进一步的减小。模拟波动传播时间长度为12 个小时。该程序提供了全球表面700多个不同台站 的坐标,我们在地球不同部位和不同震中距随意选 择了31个不同台站,记录计算的这些台站地面垂向 及横向运动情况地震图。模拟中,震源力表示为:

 $f = -M \cdot \nabla \delta(X - X_s) S(t)$ (1) 其中,S(t)为震源时间函数,本文中以阶跃脉冲表示 为震源时间函数; $\delta(X - X_s)$ 为狄垃克函数(dirac delta); X_s 为震源位置,M为地震矩张量:

$$M = \begin{bmatrix} M_{rr} & M_{r\theta} & M_{r\phi} \\ M_{\theta r} & M_{\theta \theta} & M_{\theta \phi} \\ M_{\phi r} & M_{\phi \theta} & M_{\phi \phi} \end{bmatrix}$$
(2)

计算中选取震中位置为 13.49°N,92.84°E 的

苏门答腊地区,震源深度为14.0 km,地震矩张量为:

$$\begin{split} M_{rr} &= 7.45 \times 10^{24} \,, M_{\theta\theta} = 1.36 \times 10^{25} \\ M_{\phi\phi} &= -2.10 \times 10^{25} \,, M_{r\theta} = 1.37 \times 10^{25} \quad (3) \\ M_{r\phi} &= -2.25 \times 10^{24} \,, M_{\theta\phi} = 5.65 \times 10^{24} \end{split}$$

3 数值模拟结果分析

对不同震中距不同方位 31 个台站记录数据进 行分析,其中包括中国各地 10 多个台站,如恩施、乌 鲁木齐、昆明等地方台站。图 2 是各台站记录的垂 向位移,按照震中距由大到小排列。横轴变量是时 间,纵轴变量是地球振动垂向位移,进行了归一化处 理。可以看到,最先到达的是 P 波,随后是 S 波,最 后是多次 Rayleigh 波到达情况,经过约 90 分钟从一 端传到地球另一端震中的对蹠点,经过约 180 分钟 回到震中区域。地震图中可以清楚地看到 R、R1、 R2 等震相,显示了计算结果的合理性。注意,由于 模型中没有考虑地球介质的非完全弹性,因此图中 计算的面波传播过程中没有衰减。

对其中任意 2 个台站记录地震图数据进行功率 谱密度分析,分别为南太平洋岛屿台站 TRIS. IU (37.07°S,12.32°W)及中国台站乌鲁木齐 WMQ. CD(43.82°N,87.70°E)。

图 3 分别显示了台站 TRIS 及 WMQ 处记录到



图 2 31 个台站记录的垂向位移 Fig. 2 The vertical displacement recorded by 31 stations

1023

的南北向(N方向)、东西向(E方向)及垂向(Z方 向)3个分量波形数据滤波后的结果。该图很清晰地 反映出 P波、S波、Rayleigh 波及 Love 波的传播情况。

图 4 给出了台站 TRIS 及 WMQ 处记录到的横 向分量(E向分量和 N向分量)在 0.1~1 mHz 频段 的功率谱密度(Power spectral density)图,其中虚竖 线为 PREM(Preliminary Reference Earth Model)模型 给出的理论环型振荡的频率值。从该图中可以看 出,TRIS 及 WMQ 台站记录到的横向分量中检测到 很好环型基频振型,与 PREM 理论值吻合的比较 好,但是也有一定的误差,因为 PREM 理论模型值 是基于一维地球模型,而数值模拟模型是基于三维 地球模型,地球的三维效应对数值模拟结果存在影 响^[21],其次数值模型中本身存在模拟精度问题,震 源特性对数值模型的计算结果也存在影响,这导致 数值模拟结果与理论值存在偏差。我们采用的 AK135 模型为目前国际上最新的地球模型,经过试 验显示这对我们的数值模拟结果与 PREM 模型理 论值之间的差异影响很小。

图 5 给出了台站 TRIS 及 WMQ 处记录的垂向 分量(Z向分量)在 0.1~1 mHz 频段的功率谱密度 估计值,其中虚竖线代表 PREM 模型给出的理论球 型振荡的频率值。从该图中可以看到, TRIS 及 WMQ 虚拟台站记录到的垂向分量关于球型基频振 型频率值与 PREM 理论值之间存在一定偏差,这主 要是由于数值模拟时,计算中没有考虑到地球重力



图 3 虚拟台站 TRIS 及 WMQ 记录到的南北向、东西向及垂向三分量波形图





图 4 虚拟台站 TRIS 及 WMQ 处,0.1~1 mHz 频段 E 向(图 a)及 N 向(图 b)分量的功率谱密度估计 Fig. 4 Power Spectral Density estimation of east-west component (a) and north-south component(b) in 0.1~1 mHz at TRIS and WMQ stations



图 5 虚拟台站 TRIS 及 WMQ 处,0.1~1 mHz 频段 Z 向分量的功率谱密度估计 Fig. 5 Power Spectral Density estimation of vertical component in 0.1~1 mHz at TRIS and WMQ stations

因素^[22~25]。环型振型没有径向位移,只有横向位 移,不会引起密度变化,所以重力不会影响环型振型 的频率。对于球型振荡,密度变化影响球型振荡整 个运动,地球重力会影响球型频率。对于较低频基 频模式,如果考虑地球自重影响,球型振型的周期将 会变短,振荡频率会变大。从图 5 中可以明显的看 出 PREM 理论值要比数值模拟结果功率谱密度估 计值大。Lamb 在 1982 年曾经证明过由于考虑地球 自重因素,oS₂周期从 65 分钟左右减至 55 分钟左 右^[23]。当然数值模拟模型是基于三维地球模型,地 球的三维效应对数值模拟结果也存在影响^[21],其次 数值模型中本身存在模拟精度问题,震源特性等对 数值模型的计算结果也存在影响,这导致数值模拟 结果与理论值存在偏差。

图 4 及图 5 也可以看出,对于同一个震源,激发 出自由振荡振型在不同台站位置处检测到的结果几 乎是相同的,不同的是同一震源不同台站处检测到 的振型能量各有不同,有些振型在某些台站处可能 表现出的能量为零,而在另一些台站处表现很大的 能量,发育很好,但基本振型是不变的。这些结果初 步表明,对数据处理的方法还是比较合理的。同时, 也得出地球重力不会影响地球环型振荡,而只会影 响地球球型振荡。

这样的结果也在预料之中,因为很多地球结构 本身的因素都能在很大程度上影响地球自由振荡模 式,而我们在用数值模拟的方法研究地球自由振荡 时,作为初步对这一方法正确性合理性的证实,除了 很精细的考虑到地球结构分层(AK135 模型)以外, 还没有考虑到地球内部结构的一些因素,这还需要 我们对模拟进一步的修饰及改进。从另一种角度 看,正是由于这种细微的偏差,才可以使我们利用这 种差异来研究地球内部结构的横向不均匀性和各项 异性等很多地球内部特征。另外,本研究中,数值模 拟时间步长、模拟计算时间长度、网格划分大小等都 会影响到数值模拟结果,考虑到我们实验室并行机 的承受能力,我们目前的网格是120多万个。

4 讨论与结论

地球自由振荡的理论研究到现在已经很成熟, 集中于在给定适当的定解条件下,求解微分方程组 确定地球振荡周期。并且对自转、椭率等多种因素 的影响也进行了深入的研究。在观察方面,随着长 周期地震仪、超导重力仪等的发展,也获得了丰富的 观察资料;观测资料与理论推导的振荡频率很好 吻合。

本文则另外尝试一种新的研究途径,利用高性 能并行计算数值模拟技术,计算弹性波在 AK135 地 球模型内的传播,模拟地震激发地球自由振荡的全 过程。结果显示了利用数值模拟方法研究地球自由 振荡是可行的。计算出的台站地震图频谱分析结 果,显示环型振荡数值模拟的一些基频频率与理论 值吻合,地球重力对球型振荡存在一定的影响。初 步试验的结果还是积极的,我们对自由振荡的研究 还没有结束,地球及其复杂的内部结构及特性还需 要更深层地认识和进一步的研究。科学研究学工作 者的努力将有助于数值模拟方法更好的应用于研究 地球的自由振荡。可以预期,数值方法不但能处理 地球椭率、地球各向异性等经典方法能够解决的问 题,而且最终将能考虑地表地形、莫霍面起伏和核幔 边界起伏、海洋与大陆的横向区别、地球内部的横向 不均匀性等现在解析方法难以解决的问题,为利用 地球自由振荡观测研究地球内部横向不均匀结构提 供新的得力研究工具。

致 谢:感谢 Jeroen Tromp 等提供了 Specfem3D _Globe 谱元法计算程序,感谢 David A. Yuen 教授、 Maarten V. de Hoop 教授及雷湘鄂等老师的有益讨 论及指导。

参考文献(References):

- Dziewonski A M, Anderson D L. Preliminary reference earth model[J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 1981, 25(4): 297-356.
- [2] Lei X E, Sun H P, Hsu H T. Check of Earth's free oscillations excited by Sumatra-Andaman Large earthquake and discussions on the anistropy of inner core[J]. Science in China (Series D:Earth Sciences), 2007, 50(6):909-917.
- [3] Qiu Zehua, Ma Jin, Chi Shunliang. Earth's free torsional oscillations of the great Sumatra earthquake observed with borehole shear strainmeter[J]. *Chinese Journal Geophysics*, 2007, 50(3):797-805. [邱泽华,马瑾,池顺良. 钻孔差应变仪观测的苏门答腊大 地震激发的地球环型自由振荡[J]. 地球物理学报, 2007, 50(3):797-805.]
- [4] Widmer-Schnidrig R. Free oscillations illuminate the mantle [J]. Nature, 1999, 398 ;292-293.
- [5] Tsuboi N. Free oscillations of a laterally heterogeneous and anelastic earth [J]. Pageoph, 1995, 145:445-457.
- [6] Dahlen F A, Sailor R V. Rotational and elliptical splitting of the free oscillations of the Earth [J]. Geological and Geophysica Sciences, 1979, 58:609-623.
- [7] Luh P C, Dziewonski A M. Theoretical normal-mode spectra of a rotating elliptical earth [J]. Geophysical Journal, 1976, 45 (3): 617-645.
- [8] Tromp J. Support for anisotropy of the Earth's inner core from free oscillations [J]. Nature, 1993, 366(16):678-681.
- [9] Woodhouse J H, Giardini D, Li X D. Evidence for inner core anisotropy from free oscillations [J]. Geophysical Research Letters, 1986,13(13):1 549-1 552.
- [10] Masters T G, Widmer R. Free Oscillations: Frequencies and Attenuations[M]. Americal Geophysical Union, 1995:104-125.

- [11] Park J, Song T R A, Tromp J, et al. Earth's free oscillations excited by the 26 December 2004 Sumatra-Andaman earthquake [J]. Science, 2005, 308;1 139-1 144.
- Park J. Free-oscillation coupling theory [C] // Cloetingh S A P L, ed. Mathematical Geophysics. D. Reidel Publishing Company, 1988: 31-52.
- [13] Komatitsch D, Ritsema J, Tromp J. The spectral-element method, beowulf computing, and global seismology [J]. Science, 2002,298:1 737-1 742.
- [14] Komatitsch D, Tromp J. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation-I. Validation [J]. Geophysical Journal International, 2002, 149:390-412.
- [15] Komatitsch D, Tromp J. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation-II. Three-dimensional models, oceans, rotation and self-gravitation[J]. *Geophysical Journal Internation*al, 2002, 150:303-318.
- [16] Sinha S, Routh P S, Anno P D, et al. Spectral decomposition of seismic data with continuous-wavelet transform [J]. Geophysics, 2005,70(6):19-25.
- [17] Shen J. Efficient chebyshev-legendre galerkin methods for elliptic problems [J]. Houston Journal of Mathematics, 1996, 31: 233-239.
- [18] Guo B Y, Shen J, Wang L L. Optimal spectral-galerkin methods using generalized jacobiI polynomials [J]. Journal of Scientific Computing, 2006, 27(1):305-322.
- [19] Kennett B L N, Engdahl E R, Buland R. Constraints on seismic velocities in the earth from traveltimes [J]. Geophysical Journal International, 1995, 122:108-124.
- [20] Komatitsch D, Tromp J. Introduction to the spectral element method for three-dimensional seismic wave propagation [J]. Geophysical Journal International, 1999, 139:806-822.
- [21] Woodhouse J H, Deuss A. Theory and observations—Earth's free oscillations[M] // Treatise on Geophysics(Volume 1). Elsevier, 2007;31-65.
- [22] Lapwood E R, Usami T. Free Oscillations of the Earth [M]. New York: Cambridge University Press, 1981:94-115.
- [23] Aki K, Richards P G. Quantitative Seismology: Theory and Methods [M]. San Francisco: WHFreeman and Company, 1980: 375-425.
- [24] Luh P C. Normal modes of a rotating, self-gravitating inhomogeneous earth [J]. Geological and Geophysical Sciences, 1974, 38: 187-224.
- [25] Robert A P, Robert B. Representation of the elastic-gravitational excitation of a spherical earth model by generalized spherical harmonics[J]. Geological and Geophysical Sciences, 1973, 34:451-487.

An Initial Study of the Numerical Simulation of the Earth's Free Oscillations Process Excited by Earthquake

YAN Zhenzhen^{1,2}, ZHANG Huai², YANG Changchun¹, SHI Yaolin²

(1. Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China;
2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The eigenfrequencies of the Earth's free oscillations are closely related to the Earth's internal structures. Elaborately investigating the characteristics of the Earth's free oscillations can open another window to address the hierarchical structures with variations of this mysterious planet on which we are living. The traditional method mainly focused on calculating the eigenfrequencies by analytical ways, whereas it lacks the advantage of modeling a realistic earth model with lateral heterogeneity, from studying on the process from earthquake occurrence to the Earth's free oscillations inspired. We proposed numerical simulation method which is based on the elastic propagation theory; the spectral element method and high performance parallel computing were incorporated to simulate the seismic wave propagation process in the Earth's interior. As a preliminary study, we neglected the effects of the Earth's gravitational potential. The seismographic data recorded by synthetic stations were analyzed by power spectral density distribution analysis, and compared with those from the theoretical values of PREM model. We found that the simulated results of toroidal modes agreed well with the theoretical values.

Key words: The Earth's free oscillations; The Earth's internal structures; Toroidal oscillations; Spheroidal oscillations; Spectral element method; Parallel computing.

美发射迄今分辨率最高商用地面成像卫星

美国一家商业卫星公司9月6日在加利福尼亚州范登堡空军基地成功将"地球之眼-1"卫星发射升空,卫星上有目前分辨率最高的商用成像设备,可以从太空拍摄地面棒球场上本垒板的清晰图片。

"地球之眼-1"卫星由一枚德尔塔2型火箭运载,于美国西部时间6日11时50分(北京时间7日2时 50分)发射升空。目前,卫星已经进入地球极轨道。由于需要接受相关核校,预计一两个月后才能向客户提 供有关图像。"地球之眼-1"卫星的成像服务可应用于诸多领域,如环境规划、农业和国防等。

谷歌公司现已订购"地球之眼-1"卫星图像,以提高谷歌在线地图的精确度。"地球之眼"公司是目前世界上最大的商业卫星遥感公司,在发射"地球之眼-1"之前,已拥有"轨道观测-2"、"轨道观测-3"和艾科诺斯3颗成像卫星在轨工作。

(安培浚 摘编)