

文章编号:1001-9081(2007)09-2129-02

基于拓扑法的与时间相关二维矢量场的可视化

曹太林, 顾耀林

(江南大学 信息工程学院, 江苏 无锡 214000)

(caotailin@163.com)

摘要:分析与时间相关二维矢量场可视化的拓扑法,并针对其在检测封闭流线时依赖网格以及不能对封闭流线精确定位的问题,进行改进。通过运用特征流场对临界点跟踪以及鞍状连接符对面积分,提出一种检测封闭流线的方法。该方法不依赖于网格,解决了封闭流线精确定位的问题。实验结果表明本文提出的算法为与参数相关二维矢量场可视化提供一个基本框架。

关键词:拓扑法; 封闭流线; 特征流场; 鞍状连接符; 临界点

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A

Visualization of time-dependent 2D vector fields based on topological method

CAO Tai-lin, GU Yao-lin

(School of Information and Engineering, Southern Yangtze University, Wuxi Jiangsu 214000, china)

Abstract: In the visualization of time-dependent 2D vector fields, closed streamlines detection was dependent on grid and could not locate closed streamline accurately. An improved method was proposed. It tracked critical point with feature flow field and integrated stream surfaces with saddle connector. The results demonstrate that the scheme is valid in offering a general framework for the visualization of parameter-dependent 2D vector fields.

Key words: topological method; closed stream line; feature flow field; saddle connector; critical point

0 引言

矢量场可视化(如流场可视化等)是科学可视化研究的一个重要课题,现已广泛应用于天气预报、地质勘探、航空航天、核模拟等领域。

在矢量场的可视化中,拓扑法亦然成为一种标准工具。拓扑法广泛应用于简化^[1,3]、压缩^[4]矢量场等。对于与时间相关的二维矢量场,拓扑法也被广泛地应用。文献[5]介绍了一种在与时间相关的矢量场中跟踪临界点的方法。因为流线是一种基本的流场可视化技术,因此最近几年,拓扑法广泛的用于处理封闭流线。文献[6]介绍了一种在稳定的二维矢量场中检测封闭流线的方法,但这种方法在检测封闭流线的过程中依赖网格,且当一个以上的封闭流线与同一个网格相交时,不能够对封闭流线进行精确定位。

本文介绍一种方法,运用特征流场去跟踪临界点,以及用鞍状连接符对面积分,从而检测到封闭流线,使得对封闭流线的检测不再依赖网格。

1 理论以及相关工作

1.1 流线概述

流线是同一时刻,瞬时速度与流场相切的所有质点所组成的曲线。它给出不同时刻流体质点的方向。

流线的方程为:

$$\frac{dx}{u(x,y,t)} = \frac{dy}{v(x,y,t)} \quad (1)$$

设一个与时间相关的二维矢量场 V :

$$V(x,y,t) = \begin{bmatrix} u(x,y,t) \\ v(x,y,t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

为了论述 V 的流线,将(2)转化为:

$$S(x,y,t) = \begin{bmatrix} u(x,y,t) \\ v(x,y,t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, S 被看作为一个稳定的三维矢量场,且在 S 的所有积分过程中时间都保持不变。

1.2 用特征流场跟踪 S 的临界线

因为临界点是稳定矢量场的重要拓扑特征,因此要获得 V 的拓扑行为,需要在整个过程中跟踪临界点,也就是跟踪 S 的零线。如果要在整个过程中跟踪 S 的零线,需要假定一个从 S 的零点开始的特征流场的积分,这个特征流场就是三维矢量场 f 。从文献[5]中,我们可以得到:

$$f(x,y,t) = \begin{bmatrix} \det(v_y, v_t) \\ \det(v_t, v_x) \\ \det(v_x, v_y) \end{bmatrix} \quad (4)$$

由特征流场 f 的定义知道, f 流线上的所有点 (x,y,t) 和 $V(x,y,t)$ 有相同的值。且将 V 上临界点路径描述为从 V 上临界点开始的矢量场 f 的流线。也就是说,已知一点 x_0 , 且 $S(x_0) = (0,0,1)^T$, 那么从点 x_0 开始对流线积分,在流线上的所有点 x 都满足 $S(x) = (0,0,1)^T$ 。因此,可以通过特征流场去获得 S 的临界线,从而不需要依赖网格。

1.3 鞍状连接符的基本思想

鞍状连接符是两个鞍状点所在表面相交的部分(如图1所示)。同时鞍状连接符是一个特殊的流线,只要知道一个点(非临界点)就可以对整条线进行积分。

文献[7]介绍了计算两个鞍状点间鞍状连接符的方法。

首先假定一个排斥鞍状点 X_R 和一个吸引鞍状点 X_A 。当

收稿日期:2007-03-23;修回日期:2007-06-05。

作者简介:曹太林(1983-),男,安徽滁州人,硕士研究生,主要研究方向:计算机图形学、虚拟现实; 顾耀林(1948-),男,江苏无锡人,教授,主要研究方向:计算机图形学、虚拟现实。

两个表面开始于种子域,那么鞍状连接符的起点和终点也必然位于种子域。对流线表面同时积分,直到发现交点 P 。交点 P 不需要在鞍状连接符上,只需非常接近就可以。

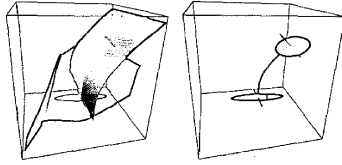


图1 鞍状连接符的概念

在这个算法中,要发现交点 P ,不需要检测三角线本身是否相交,而只需检测三角线其中一部分是否相交。也就是同时计算 X_R 的时间线 R_i^R 和 X_A 的时间线 R_i^A ,检测它们的交集。最主要的就是,检测 X_R 的最后一条时间线和 X_A 的最后一条时间线是否相交。

Theisel 和 Weinkauf 的算法:

```

p[] = EmptyArrayOfPoints
S_0^A = seed(X_A)
S_0^R = seed(X_R)
S_1^A = PropagateSurface(X_A, S_0^A, t_1)
R_0^A = Triangulate(S_1^A, S_0^A)
For(i = 0; Size(p[]) < n_max, t_i < t_max; i = i + 1)
{
  S_{i+1}^R = PropagateSurface(X_R, S_i^R, t_{i+1})
  R_i^R = Triangulate(S_{i+1}^R, S_i^R)
  p[] += GetIntersectionPoints(S_{i+1}^R, R_i^A)
  p[] += GetIntersectionPoints(S_{i+1}^A, R_i^R)
  S_{i+2}^A = PropagateSurface(X_A, S_{i+1}^A, t_{i+2})
  R_{i+1}^A = Triangulate(S_{i+2}^A, S_{i+1}^A)
  p[] += GetIntersectionPoints(S_{i+1}^R, R_{i+1}^A)
  p[] += GetIntersectionPoints(S_{i+2}^A, R_i^R)
  FreeMemory(S_i^R, R_i^R, S_i^A, R_i^A)
}

```

1.4 检测鞍状连接点

鞍状连接点就是两个封闭曲线同时开始于鞍状点时出现的全局分岔点。

在检测鞍状连接点的过程中,对文献[7]的鞍状连接符思想进行部分更改,我们将检测在 S 上的鞍状连接点,以及不再从鞍状点开始对所在的表面进行积分,而是按照 Jacobian 矩阵特征向量的方向,从 S 的临界线开始,对表面进行积分。接着按照鞍状连接符的思想进行。

2 跟踪封闭流线的算法

2.1 算法核心部分

根据文献[5]中特征流场的概念,首先假定有一个封闭流线 c_i ,以及构建一个三维矢量场 f ,通过对开始于流线 c_i 的 f 上流面积分,获取流线 c_i 整个过程的踪迹。由于特征流场 f 并不仅仅起始于 S ,使得跟踪封闭流线成为一个全局过程,因此再次运用文献[7]的鞍状连接符思想,并对其进行部分更改。因为流线上的一点表示唯一的一条流线,那么给定一个封闭流线 c_i ,要获得与它距离 d (d 在 (x, y, t) 区域内)的相邻封闭流线 c_{i+1} ,只需要获得 c_{i+1} 上的一点 x_{i+1} ,同时确定点 x_{i+1} 与 c_i 上的点 x_i 具有一定的距离。

检测封闭流线算法(如图2所示)的具体步骤如下:

第1步:给出两个相毗连的封闭流线 c_{i-1} 和 c_i ,以及在这两个封闭流线上的点 x_{i-1} 和 x_i ;

第2步:作一个过 x_i 点,且垂直于 $s(x_i)$ 的平面,同时保证以 x_i 为圆心的圆 R 在这个平面上,这样可以在圆 R 上找到点 x_{i+1} ;

第3步:随着封闭流线的延伸,将在圆弧 $\hat{R} \in R$ (\hat{R} 由所有的 $x \in R$ 且 $(x - x_i)(x - x_{i-1}) > 0$ 组成)上找到点 x_{i+1} 。

第4步:将圆弧 \hat{R} 按照时间 t 的方向分割成两个圆弧 a_1 和 a_2 ,将它们作为对 S 流动表面向前和向后积分的种子曲线。

第5步:对开始于 a_1 的 S 流线表面向前和向后积分,如果发现相交曲线,则此相交曲线为封闭流线 c_{i+1} ,它与圆弧 a_1 相交于点 x_{i+1} 。否则,对开始于 a_2 的 S 流线表面向前和向后积分,如果发现相交曲线,则此相交曲线为封闭流线 c_{i+1} ,如果仍然没有交集,则结束检测。

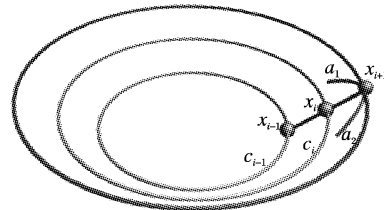


图2 检测封闭流线

在获得封闭流线之后,用 $[x_0, \dots, x_n]$ 作种子线,对其他的流面进行积分。因为种子线 $[x_0, \dots, x_n]$ 具有不受数值误差影响的性质,所以我们用种子线 $[x_0, \dots, x_n]$ 进行数字积分,即使出现数值误差,也不会影响最终的结果。例如,点 x_i 未被设置在封闭流线 c_i 上,而是和封闭流线 c_i 有一些距离,仍然可以发现点 x_{i+1} 。

2.2 跟踪起始于 Hopf 分岔点的封闭流线

Hopf 分岔点表示着一个下沉点变成一个起始点的位置,或者一个起始点变成一个下沉点的位置,因此它表示一个中心位置。

已知一个跟踪临界点的特征流场 f ,对绕 Hopf 分岔点 x_0 的圆进行积分, Hopf 分岔点 x_0 位于 $(0, 0, 1)^T$ 和 $(0, 0, 1)^T \times f(x_0)$ 平面上。接着按照跟踪封闭流线的算法去做。

封闭流线开始/结束的条件:

- 1) 封闭流线开始于一个 Hopf 分岔点,结束于另一个 Hopf 分岔点或者触碰到所在矢量场的边界;
- 2) 封闭流线开始在第一个时间步,结束于最后一个时间步。

3 实验结果及分析

实验使用俄亥俄州立大学的 Mo Samimy 和 Edgar Caraballo 教授提供的数据集。这是一个空腔上与时间相关二维流场的可视化。

使用可压缩的 Navier-Stokes 方程模拟其中的 500 个时间步(图3(a))。我们按照 2.2 节的跟踪起始于 Hopf 分岔点的封闭流线的思想,对这个数据集中的 Hopf 分岔点进行跟踪。图3(b)的生命周期为 3 个时间步,显示算法所跟踪到的开始于一个 Hopf 分岔点,结束于另外一个 Hopf 分岔点的封闭流线。

为了检测本文算法跟踪封闭流线的速度,我们在 PC 机上(P4 3.0 GHz,内存 256 MB),用简单的 ODE 求解程序、文献[6]的算法,以及本文算法分别对数据集进行处理。分别取

其中, $Shot_j$ 表示镜头类 SC_p 中的任意镜头。

定义两个镜头类 SC_p 与 SC_q 之间的相似度为:

$$SimCC(SC_p, SC_q) = \max_{Shot_i \in SC_p, Shot_j \in SC_q} (SimSS(Shot_i, Shot_j)) \quad (25)$$

其中: $Shot_i$ 表示镜头类 SC_p 中的任意镜头; $Shot_j$ 表示镜头类 SC_q 中的任意镜头。

上述三式使用 \max 函数主要是为了最大限度地相似内容镜头组合在一起。

根据以上几个相似度的定义, 基于滑动镜头窗的镜头类形成算法如下:

输入: 镜头序列 $Shots = \{Shot_1, Shot_2, \dots, Shot_M\}$

输出: 镜头类序列 $ShotClusters = \{SC_1, SC_2, \dots, SC_N\}$;

$$1 \leq N \leq M$$

步骤:

第 1 步: 计算特征空间的聚类核区域;

第 2 步: 根据式(24)计算 BSV 和各类核区域的距离, 距离最近的并入该类;

第 3 步: 根据式(25)计算各类间距离, 如果小于阈值, 则合并为一类。

4 结语

本文对支持向量聚类算法进行了分析和研究, 并在此基础上, 提出了一种有效的视频镜头聚类算法, 利用颜色和时间

作为特征向量, 计算特征空间的聚类核区域, 进而产生镜头聚类, 克服了层次聚类算法及时间自适应的镜头聚类算法中的不足。

参考文献:

- [1] BENNETT KP, DEMIRIZ A. Semi-supervised support vector machines [C]// Proceedings of neural information processing systems. Cambridge: MIT Press, 1999: 368 - 374.
- [2] SCHOLKOPF B, SMOLA A, MULLER K R. Kernel principal component analysis [C]// Proceedings of International Conference on Artificial Neural Networks Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer-Verlag, 1997: 583 - 588.
- [3] ASA B-H, HORN D, SIEGELMANN HT, *et al.* Support vector clustering [J]. Journal of Machine Learning Research, 2001 (2): 125 - 137.
- [4] ROBERTS S J. Non-parametric unsupervised cluster analysis [J]. Pattern Recognition, 1997, 30(2): 261 - 272.
- [5] 王彦冈, 马驹良. 基于关键帧提取的视频分割方法 [J]. 吉林大学学报: 理学版, 2004, 42(4): 570 - 571.
- [6] RUI Y, HUANG T S, MEHROTRA S. Exploring video structure beyond the shots [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Multimedia Computing and Systems. [S. l.]: IEEE Press, 1998: 237 - 240.
- [7] 王华伟, 施智平, 史忠植, 等. 一种基于子镜头聚类的情节代表帧选取方法 [J]. 计算机工程与应用, 2005, 41(27): 157 - 159.
- [8] 施智平, 李清勇, 史俊, 等. 基于关键帧序列的视频片段检索 [J]. 计算机应用, 2005, 25(8): 1783 - 1785, 1788.

(上接第 2130 页)

实验的 100 步、200 步、300 步、400 步、500 步的计算时间, 从图 4 中可以看出, 本文算法比简单的 ODE 求解程序快 55% 左右, 比文献[6]的算法快 30% 左右。

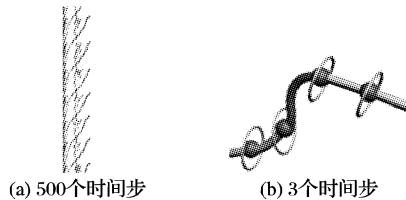


图 3 数据集及封闭流线的检测

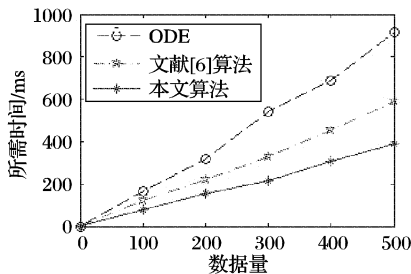


图 4 三种算法所需时间的对比

在文献[6]中如果有一个以上的封闭流线与同一个网格相交, 则只能对其中一个封闭流线精确定位。而本文算法是通过临界点对封闭流线进行跟踪, 因为流线上一点确定唯一的一条流线, 所以可以对每一个封闭流线进行精确定位。

4 结语

本文用特征流场去跟踪流线上的点, 从而检测和跟踪封闭流线。这种方法将不再依赖矢量场上的网格, 算法一开始就跟踪 Hopf 分岔点, 因此封闭流线可能在第一步就被检测

到, 同时这个算法相当稳定, 可以检测到特别时间步上的所有封闭流线。因此本文提出的算法对于与参数相关的二维矢量场的可视化提供了一个基本的框架。

以后, 我们将研究和流线特性相似的迹线。因为当特征流场不能获得临界点的时候, 适用于流线的算法将不可使用。我们希望在迹线方面有所突破。

参考文献:

- [1] TRICOCHÉ X, SCHEUERMANN G, HAGEN H. A topology simplification method for 2D vector fields [C]// Proceedings of IEEE Visualization 2000. [S. l.]: IEEE Press, 2000: 359 - 366.
- [2] TRICOCHÉ X, SCHEUERMANN G, HAGEN H. Continuous topology simplification of planar vector fields [C]// Proceedings of IEEE Visualization 2001. [S. l.]: IEEE Press, 2001: 159 - 166.
- [3] De LEEUW W, Van LIERE R. Visualization of global flow structures using multiple levels of topology [C]// Proceedings of IEEE Visualization 1999. [S. l.]: IEEE Press, 1999: 45 - 52.
- [4] LODHA S, RENTERIA J, ROSKIN K. Topology preserving compression of 2D vector fields [C]// Proceedings of IEEE Visualization 2000. [S. l.]: IEEE Press, 2000: 343 - 350.
- [5] THEISEL H, SEIDEL H P. Feature flow fields [EB/OL]. [2007-03-10]. http://www.techfak.uni-bielefeld.de/ags/cg/publications/theisel_seidel_vissym03.pdf.
- [6] WISCHOLL T, SCHEUERMANN G. Detection and visualization of closed streamlines in planar flows [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2001, 7(2): 165 - 172.
- [7] THEISEL H, WEINKAUF T, HEGE H C, *et al.* Saddle connectors — an approach to visualizing the topological skeleton of complex 3D vector fields [C]// Proceedings of IEEE Visualization 2003. [S. l.]: IEEE Press, 2003: 225 - 232.