

# 一类柔性悬索结构的自适应滑模控制

黄 进, 董正良

(西安电子科技大学 机电工程学院, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 针对悬索结构强非线性和大滞后的特点, 提出了一种自适应滑模控制方法. 从线性化模型出发建立多输入-多输出滑模控制器, 并将模型偏差、风载荷视为系统的外部扰动, 通过引入参数自适应律在线估计总的外部扰动, 并加以补偿. 在此基础上, 针对大射电望远镜 5 m 模型, 采用离散悬索模型和自适应滑模控制方法对舱索控制系统进行了仿真, 并与传统的 PID 控制方法进行了对比. 结果表明, 采用自适应滑模控制后, 不但位置误差减小到 PID 控制时的 40%, 而且提高了鲁棒性.

**关键词:** 悬索结构; 滑模控制; 自适应; 大射电望远镜

**中图分类号:** TP273    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1001-2400(2007)01-0011-05

## Adaptive sliding mode control of a flexible cable structure

HUANG Jin, DONG Zheng-liang

(School of Mechano-electronic Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** According to the strong nonlinearity and big lag of the cable feed system, an adaptive sliding mode controller is proposed. The MIMO control law is derived with the linear model of the system. In addition, the model error and wind force are considered as the external disturbances, which are estimated on line and compensated. A series simulation is done with the parameters of a 5-meter scaled large spherical radio telescope model, and the results show that not only is the position error with the adaptive sliding mode controller reduced to 40% of that with the PID controller, but also the robustness of the system is improved.

**Key Words:** cable system; sliding mode control; adaptive; large spherical radio telescope

在大跨度空间结构中采用柔性悬索将使其具有优异的技术性能和突出的经济性. 在大射电望远镜国际合作研究项目“一平方公里天线阵”中, 正是采用了柔性悬索结构, 才得以将近 1000 吨的背架结构去掉, 只留下由 6 根钢索悬吊的 20 吨左右的馈源结构<sup>[1]</sup>. 此外, 加拿大科学家也提出了基于三根悬索的 LAR 方案<sup>[2]</sup>. 在我国的 500 m 射电望远镜方案中, 由于最高工作频率达 8.8 GHz, 要求馈源舱在空间能达到 4 mm 的定位精度<sup>[1]</sup>. 为此, 采用了基于外环粗调(舱索结构系统)和内环精调(Stewart 稳定平台系统)的两级控制策略. 即便如此, 仍要求外环粗调系统能够达到厘米级的位置控制精度. 然而, 由于柔性悬索具有无穷多自由度, 加之易受风载荷等因素的影响, 使此结构的控制面临着巨大的挑战<sup>[1,2]</sup>.

为了应对这一挑战, 文献[3,4]研究了自适应模糊控制方法、自适应预测控制方法在舱索控制系统中的应用. 但是, 由于难以建立舱索系统精确的动力学模型, 上述研究采用简单的线性模型或纯滞后环节来模拟悬索特性. 基于悬索的强非线性特性, 上述简化模型不可避免地带来分析、计算误差. 文献[5]研究了舱索系统的自抗扰动控制方法, 但忽略了多根悬索之间的耦合作用, 将每根索简化为单输入单输出的二阶系统, 从而引入了分析误差. 文献[6]采用较为精确的离散悬索模型研究传统的 PID 控制方法在 LAR 舱索系统控制中的应用, 其仿真结果表明, 当系统简化为二维(即在铅垂面内)时, 在 10 m/s 的风扰作用下, PID 控制只能使馈源舱达到约 100 mm 的跟踪精度.

收稿日期: 2006-04-12

基金项目: 国家自然科学基金重点项目资助(10433020)

作者简介: 黄 进(1968-), 男, 副教授, 博士.

为了有效地提高舱索系统的位置控制精度,笔者采用滑模控制的方法对舱索系统进行控制,并利用参数自适应机制补偿由于舱索系统变结构、非线性以及随机风扰所导致的不利影响.

### 1 系统模型

考虑到分析问题的简捷性并不失一般性,研究如图 1 所示的二维柔性悬索结构.重物  $M$  通过 2 根悬索悬挂在铅垂平面内,假定滑轮与柔索间不存在摩擦力.要求在存在随机风扰的情况下,通过施加适当的控制力  $F_1$ 、 $F_2$ ,使重物到达铅垂平面内的指定位置,或沿指定轨迹运行.

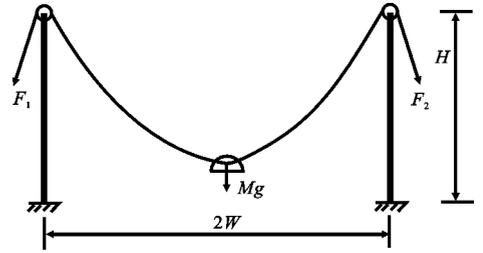


图 1 柔性悬索结构

#### 1.1 悬索的物理模型

柔性悬索具有无穷多自由度,而由其构成的结构具有强非线性和大滞后的特性,因此,难于建立一个精确的、连续的动力学模型<sup>[3~7]</sup>.为了全面地反映舱索系统的特性、获得准确的仿真计算结果,笔者建立了如图 2 所示的离散索杆模型<sup>[7]</sup>,在此模型中假设柔索是由  $n$  个弹性索杆构成,它们之间由存在摩擦的铰链相连,每一个索杆的质量均匀分布到两个端节点上.这样,一个索杆单元可由一个弹簧、阻尼系统来近似.

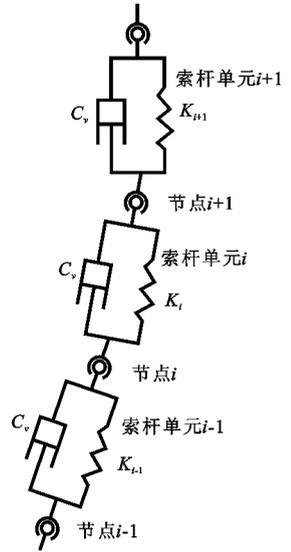


图 2 悬索的物理模型

在舱索系统中,每个索杆单元受到内力和外力的作用,其中内力包括张力、阻尼力和铰链处的摩擦力;外力包括作用于节点处的重力和风力,其数学模型详见文献<sup>[7]</sup>.

#### 1.2 舱索系统的控制模型

虽然如图 2 所示的柔索物理模型能较真实地反映其动力学特性<sup>[6,7]</sup>,然而当离散的索杆单元较多时,如果以此模型为基础来设计控制器,将导致控制器过于复杂从而无法实现.为此,笔者从图 3 所示的舱索系统控制模型出发设计滑模控制器,并使用悬索的物理模型来进行仿真计算以验证控制器的性能.在舱索系统控制模型中,假设柔索无重量,且不受风载荷的作用,这样重物(馈源舱)和滑轮间柔索的形状就是一理想直线.在图 3 所示坐标系下,分别选取重物的水平位置  $x$ 、水平方向速度  $\dot{x}$ 、垂直位置  $y$  及垂直方向速度  $\dot{y}$  作为状态变量  $x_1, x_2, x_3, x_4$ ,可建立系统的状态方程

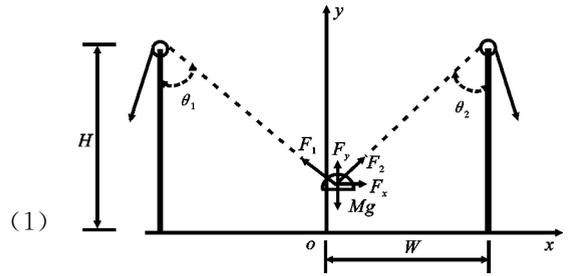


图 3 舱索系统控制模型

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 & , \\ \dot{x}_2 = \frac{W - x_1}{M((W - x_1)^2 + (H - x_3)^2)^{1/2}} F_2 - \frac{W + x_1}{M((W + x_1)^2 + (H - x_3)^2)^{1/2}} F_1 & , \\ \dot{x}_3 = x_4 & , \\ \dot{x}_4 = \frac{H - x_3}{M((W - x_1)^2 + (H - x_3)^2)^{1/2}} F_2 + \frac{H - x_3}{M((W + x_1)^2 + (H - x_3)^2)^{1/2}} F_1 - g & . \end{cases} \quad (1)$$

将式(1)在原点平衡位置处线性化,并假设由于忽略柔索重量及线性化所带来的模型偏差和由外部风载荷及 Stewart 平台调整所引入的总扰动力为  $F_d$ . 相应地,  $F_d$  在水平和垂直方向上的分量分别为  $F_x$  和  $F_y$ , 可得舱索系统的状态空间表达式

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A X + B u + F_d & , \\ Y &= C X & , \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{Hg}{W^2 + H^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{W^2 g}{H(W^2 + H^2)} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{W}{M(W^2 + H^2)^{1/2}} & \frac{W}{M(W^2 + H^2)^{1/2}} \\ 0 & 0 \\ \frac{H}{M(W^2 + H^2)^{1/2}} & \frac{H}{M(W^2 + H^2)^{1/2}} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T,$$

$$\mathbf{Y} = [x_1 \ 0 \ x_3 \ 0]^T, \quad \mathbf{F}_d = [0 \ F_x \ 0 \ F_y]^T, \quad \mathbf{u} = [F_1 \ F_2]^T.$$

## 2 悬索结构的自适应滑模控制

对于系统模型(2),选取滑模面

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}_1 \mathbf{E} = [\mathbf{S}_1 \ \mathbf{S}_2]^T, \quad (3)$$

其中  $\mathbf{C}_1$  为维数为  $2 \times 4$  的滑模系数矩阵,反映了系统在滑模面上的特性. 设  $\mathbf{C}_1 \mathbf{B}$  是正定对称矩阵,  $\mathbf{E} = \mathbf{X}_{\text{ref}} - \mathbf{X}$  为误差矩阵,其中  $\mathbf{X}_{\text{ref}} = [x_{1\text{ref}} \ x_{2\text{ref}} \ x_{3\text{ref}} \ x_{4\text{ref}}]^T$  为系统的参考状态向量. 由式(2)和(3)可得

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{C}_1 (\dot{\mathbf{X}}_{\text{ref}} - \mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{F}_d) - \mathbf{C}_1 \mathbf{B} \mathbf{u}. \quad (4)$$

设  $(\mathbf{C}_1 \mathbf{B})^{-1} \mathbf{C}_1 (\dot{\mathbf{X}}_{\text{ref}} - \mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{F}_d) = \mathbf{Z} (\dot{\mathbf{X}}_{\text{ref}}, \mathbf{X}) \mathbf{P}$ ,

其中  $\mathbf{Z} (\dot{\mathbf{X}}_{\text{ref}}, \mathbf{X})$  为维数为  $2 \times r$  的矩阵,  $\mathbf{P} = [p_1, \dots, p_r]^T$ ,  $p_1, p_2, \dots, p_r$  为  $r$  个参数. 设每个参数都存在已知的上、下边界,  $p_k \in [p_k^-, p_k^+]$ ,  $k = 1, 2, \dots, r$ . 引入下述参数自适应律:

$$\dot{\hat{\mathbf{P}}} = \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{Z}^T \mathbf{S}, \quad (6)$$

其中  $\hat{\mathbf{P}} = [\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_r]^T$  为对  $\mathbf{P}$  的估计,  $\mathbf{\Gamma}^{-1} = \text{diag}[\rho_1, \dots, \rho_r]$ ,  $\mathbf{K} = \text{diag}[\kappa_1, \dots, \kappa_r]$ . 对于参数  $p_k$ ,  $\rho_k \geq 0$  是参数自适应增益,  $\kappa_k$  为自适应边界因子,即

$$\kappa_k = \begin{cases} 0, & \hat{p}_k \leq p_k^- \text{ 且 } \varphi_k \leq 0, \\ 0, & \hat{p}_k \geq p_k^+ \text{ 且 } \varphi_k \geq 0, \\ 1, & \text{其他.} \end{cases} \quad (7)$$

其中  $\boldsymbol{\phi} = [\varphi_1, \dots, \varphi_r]^T = \mathbf{Z}^T \mathbf{S}$ .

**定理 1** 对于参数向量  $\mathbf{P}$ , 式  $(\mathbf{P} - \hat{\mathbf{P}})^T \cdot (\mathbf{Z}^T \mathbf{S} - \mathbf{\Gamma} \dot{\hat{\mathbf{P}}}) = \sum_{k=1}^r [(p_k - \hat{p}_k) \varphi_k (1 - \kappa_k)] \leq 0$  成立.

**证明**  $(\mathbf{P} - \hat{\mathbf{P}})^T \cdot (\mathbf{Z}^T \mathbf{S} - \mathbf{\Gamma} \dot{\hat{\mathbf{P}}}) = [p_1 - \hat{p}_1 \ p_2 - \hat{p}_2 \ \dots \ p_r - \hat{p}_r] (\mathbf{I} - \mathbf{K}) \mathbf{Z}^T \mathbf{S} = [p_1 - \hat{p}_1 \ p_2 - \hat{p}_2 \ \dots \ p_r - \hat{p}_r] (\mathbf{I} - \mathbf{K}) \boldsymbol{\phi} = \sum_{k=1}^r [(p_k - \hat{p}_k) \varphi_k (1 - \kappa_k)]$ ,

由式(7)可知  $(p_k - \hat{p}_k) \varphi_k (1 - \kappa_k) \leq 0, k = 1, 2, \dots, r$ , 故

$$(\mathbf{P} - \hat{\mathbf{P}})^T \cdot (\mathbf{Z}^T \mathbf{S} - \mathbf{\Gamma} \dot{\hat{\mathbf{P}}}) = \sum_{k=1}^r [(p_k - \hat{p}_k) \varphi_k (1 - \kappa_k)] \leq 0.$$

**定理 2** 对选定的常数  $K_s > 0$ , 当控制作用  $\mathbf{u} = \mathbf{K}_s \mathbf{S} + \mathbf{Z} (\dot{\mathbf{X}}_{\text{ref}}, \mathbf{X}) \hat{\mathbf{P}}$  时, 滑模面可达且参数估值收敛.

**证明** 选择正定的 Lyapunov 函数  $V = [\mathbf{S}^T (\mathbf{C}_1 \mathbf{B})^{-1} \mathbf{S} + (\mathbf{P} - \hat{\mathbf{P}})^T \mathbf{\Gamma} (\mathbf{P} - \hat{\mathbf{P}})]/2$ , 对于恒定的参数  $\mathbf{P}$ , 可得

$$\dot{V} = \mathbf{S}^T (\mathbf{C}_1 \mathbf{B})^{-1} \dot{\mathbf{S}} - (\mathbf{P} - \hat{\mathbf{P}})^T \mathbf{\Gamma} \dot{\hat{\mathbf{P}}} = (\mathbf{P} - \hat{\mathbf{P}})^T \cdot (\mathbf{Z}^T \mathbf{S} - \mathbf{\Gamma} \dot{\hat{\mathbf{P}}}) - \mathbf{S}^T \mathbf{u} + \mathbf{S}^T \mathbf{Z} \hat{\mathbf{P}},$$

由定理 1 中  $(\mathbf{P} - \hat{\mathbf{P}})^T \cdot (\mathbf{Z}^T \mathbf{S} - \mathbf{\Gamma} \dot{\hat{\mathbf{P}}}) \leq 0$ , 因此  $\dot{V}$  负定的充分条件是  $-\mathbf{S}^T \mathbf{u} + \mathbf{S}^T \mathbf{Z} \hat{\mathbf{P}}$  负定.

设选定的  $\mathbf{K}_s > 0$ , 并令  $-\mathbf{S}^T \mathbf{u} + \mathbf{S}^T \mathbf{Z} \hat{\mathbf{P}} = -\mathbf{S}^T \mathbf{K}_s \mathbf{S}$ , 即可保证  $\dot{V} < 0$ , 根据 Lyapunov 稳定性理论, 滑模面可达且参数估值收敛, 系统轨道将沿滑模面趋于零误差点.

此外, 这一方法不会导致控制信号出现频繁切换, 从而避免了传统滑模控制引起的颤振.

### 3 控制器的实现及仿真

为分析方便,假设  $W = H$ . 对于式(2)表示的系统,选取滑模系数矩阵

$$C_1 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 1 & \lambda_2 & 2 \\ \lambda_3 & -1 & \lambda_4 & 2 \end{bmatrix},$$

设  $C_1 E = [S_1 \ S_2]^T$ , 容易验证  $C_1 B$  为正定对称阵. 由式(5)可得

$$(C_1 \cdot B)^{-1} C_1 (\dot{X}_{\text{ref}} - A \cdot X - F_d) = Z \cdot P,$$

$$\text{其中 } Z = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & x_1 & x_3 & 1 & 1 \\ z_3 & z_4 & -x_1 & x_3 & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$z_1 = (e_1 \lambda_1 + e_2 \lambda_3)(\dot{x}_{1\text{ref}} - \dot{x}_1) + (e_2 - e_1)\dot{x}_{2\text{ref}},$$

$$z_2 = (e_1 \lambda_2 + e_2 \lambda_4)(\dot{x}_{3\text{ref}} - \dot{x}_3) + 2(e_1 + e_2)\dot{x}_{4\text{ref}},$$

$$z_3 = (e_2 \lambda_1 + e_1 \lambda_3)(\dot{x}_{1\text{ref}} - \dot{x}_1) - (e_2 - e_1)\dot{x}_{2\text{ref}},$$

$$z_4 = (e_2 \lambda_2 + e_1 \lambda_4)(\dot{x}_{3\text{ref}} - \dot{x}_3) + 2(e_1 + e_2)\dot{x}_{4\text{ref}},$$

$$P = [1 \ 1 \ -a(e_1 - e_2) \ -2a(e_1 + e_2) \ -(e_1 - e_2)F_x \ -2(e_1 + e_2)F_y]^T,$$

$$a = \frac{Hg}{W^2 + H^2}, \quad b = \frac{W}{M(W^2 + H^2)^{1/2}}, \quad e_1 = -\frac{1}{8b}, \quad e_2 = \frac{3}{8b}, \quad e_3 = \frac{3}{8b}, \quad e_4 = -\frac{1}{8b},$$

由定理 2, 可得滑模控制作用

$$U_{\text{smc}} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = K_s \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & x_1 & x_3 & 1 & 1 \\ z_3 & z_4 & -x_1 & x_3 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \\ \hat{p}_3 \\ \hat{p}_4 \\ \hat{p}_5 \\ \hat{p}_6 \end{bmatrix},$$

式中  $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_6$  为由式(5)确定的对参数  $p_1, p_2, \dots, p_6$  的估值.

为了验证上述控制方法,采用大射电望远镜舱索系统 5m 模型的参数分别对 PID 控制和自适应滑模控制进行了仿真计算. 其中两索塔间距  $2W = 5\text{ m}$ ; 悬索直径  $d = 2\text{ mm}$ , 密度  $\rho = 0.39\text{ kg/m}$ , 弹性模量  $E = 1.7 \times 10^{11}\text{ Pa}$ , 阻尼比  $\zeta = 0.005$ ; 馈源舱形状为直径 0.3 m 的半球, 假定其质量  $M = 50\text{ kg}$ ; 设脉动风速的均方差为 1.286<sup>[8,9]</sup>. 仿真计算采用变步长的 4 阶 Runge Kutta 方法, PID 控制器参数采用扩充临界比例度法和手工调整相结合的方法确定. 自适应滑模控制参数分别整定为:  $K_s = 4500$ ;  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 10, \lambda_3 = 200, \lambda_4 = 20$ ;  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \rho_5 = \rho_6 = 50$ .

假定馈源舱的理想轨迹为一铅垂面内直径为 0.6 m 的半圆, 其运动速率为 94 mm/s. 图 4 表示不计风扰时, 传统的 PID 控制和自适应滑模控制的仿真结果. 从仿真数据可知: 采用 PID 控制时, 馈源舱的最大位置误差为 5.9 mm; 采用自适应滑模控制时, 馈源舱的最大位置误差为 2.8 mm. 图 5 为控制器参数不变时, 在 10 m/s 的水平风作用下的仿真结果. 图 5 表明, 采用 PID 控制时, 馈源舱的最大位置误差增大为 7.2 mm; 而采用自适应滑模控制时, 馈源舱的最大位置误差基本未变, 为 2.9 mm. 其原因为: 舱索系统具有变结构的特性, 采用 PID 控制时, 由于 PID 参数无法根据系统模型的变化实时整定, 所以当馈源舱位置变化时, 其控制性能发生变化, 最终导致位置误差显著变化; 而采用自适应滑模控制时, 由于控制器能实时补偿模型变化和外部扰动, 因此当馈源舱位置变化时, 其位置误差变化很小. 基于同样的原因, 系统对风扰的作用也表现出较好的鲁棒性, 从而获得了优于 PID 的控制性能. 当然, 采用自适应 PID 控制也可提高馈源舱定位精度. 由于自适应 PID 控制种类多, 性能差别也较大, 限于篇幅, 笔者仅采用文献[10]所述的自适应 PID 算法进行对比仿真计算. 结果表明, 在无风扰时, 馈源舱的最大位置误差为 3.3 mm; 在 10 m/s 的水平风作用下时, 馈源舱的最大位置误差增大为 4.1 mm. 说明自适应 PID 算法可以克服系统变结构特性带来的影响, 但却不能有效

地抵御随机风扰的作用.

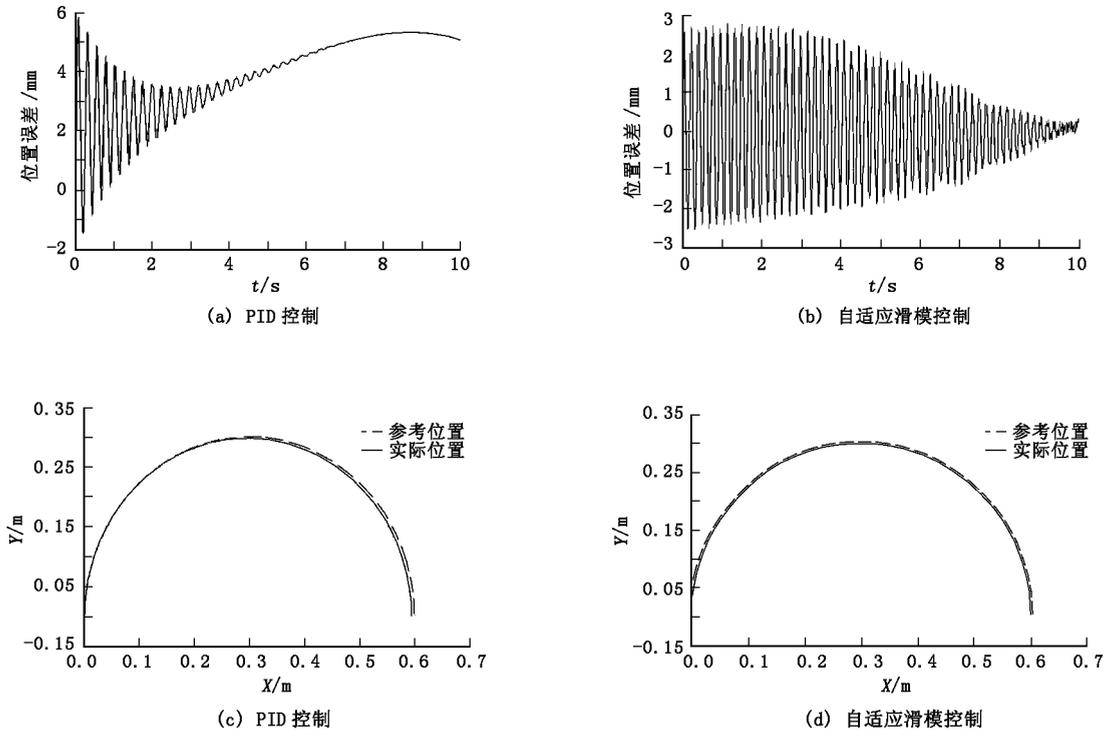


图 4 无风扰时的仿真结果

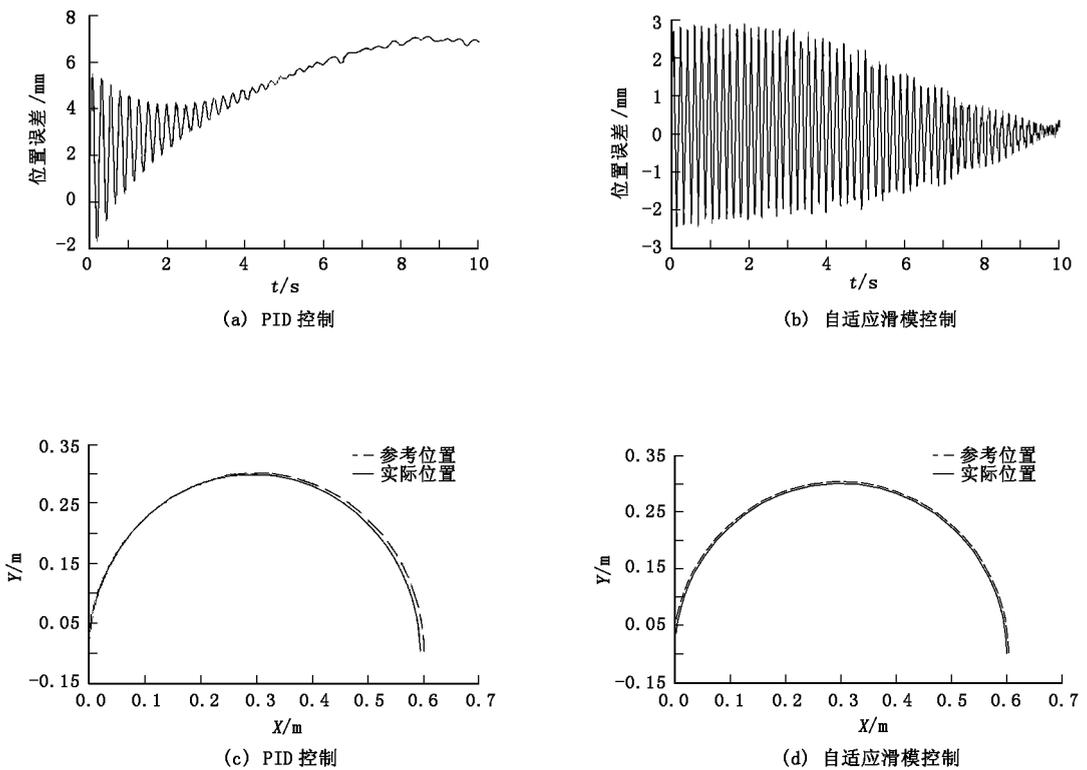


图 5 在 10 m/s 水平风作用下的仿真结果