

一种全向滚动球形机器人的运动分析与轨迹规划

李团结, 张学锋, 陈永琴

(西安电子科技大学 机电工程学院, 陕西 西安 710071)

摘要: 设计了一种全向滚动球形机器人的内驱动机构, 4台直线电机分别在4个空间对称的轮辐上径向移动, 改变系统重心位置, 驱动球形机器人在平面上全向滚动. 基于球体纯滚动的非完整约束和步进直线电机运动的离散特性, 建立了球形机器人的运动模型, 给出了控制其运动的二阶微分方程组, 进而提出了该球形机器人的轨迹规划算法. 结合实例进行了运动分析和轨迹规划仿真, 表明这种运动分析模型是正确的, 并且简化了球形机器人的驱动装置, 降低了能耗.

关键词: 球形机器人; 全向滚动; 运动分析; 轨迹规划; 虚拟样机

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2400(2007)01-0029-05

Motion analysis and trajectory planning of a spherical omnidirectional rolling robot

LI Tuan-jie, ZHANG Xue-feng, CHEN Yong-qin

(School of Mechano-electronic Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: An internal locomotion mechanism of a spherical omnidirectional rolling robot is designed. Four linear motors move inward and outward respectively along four spokes with geometrical symmetry in three dimensional space, which will cause the robot to roll in all directions on a flat surface by displacing its gravity center. Based on the nonholonomic constraint arising from rolling contact and the discrete motion nature of stepper linear motors, the motion model of the robot is established. The second-order control differential equations are derived. Then an algorithm for trajectory planning is developed. A numerical example is given to illustrate the methods for motion analysis and trajectory planning. The virtual prototype technology is used to validate the effectiveness of the methods.

Key Words: spherical robot; omnidirectional rolling; motion analysis; trajectory planning; virtual prototype

球形机器人是机器人运动方式的突破, 所有零部件都封装在一个球壳内, 内部驱动, 造型新颖别致, 行动灵活, 可以实现原地自旋和滚动, 是目前智能机器人研究领域的热点问题之一.

目前, 球形机器人研究的焦点集中在推进器装置和控制策略两个方面. 在推进器装置方面有单轮驱动^[1]、小车驱动^[2]、万向轮驱动^[3]、电机定子反转驱动^[4]和配重物驱动^[5,6]. 这些驱动方式各有特色, 实现了球体的滚动. 但是, 这些方案没有在球体内提供一个相对稳定的平台, 球壳内的所有部件随着球体一起滚动, 无法作为移动式机器的搭载平台. 为此, 文^[7]基于角动量守恒原理设计了一种具有稳定平台可全向滚动的球形机器人装置, 第一次在球形机器人内部为各种仪器或设备提供了一个稳定的搭载平台^[8]. 该装置中球形机器人的滚动和转向依赖于飞轮的高速旋转, 因此能耗较大, 结构精度要求较高.

笔者基于动量矩定理设计了一种具有稳定平台可全向滚动的新型球形机器人装置, 并研究了其运动分析与轨迹规划技术. 该设计简化了球形机器人的驱动装置, 结构简单, 能耗小, 定位性和复位性好, 易于实现连续控制且控制简单.

收稿日期: 2006-04-13

基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目(2003E34); 西安市工业科技攻关项目(GG04037)

作者简介: 李团结(1972-), 男, 教授, 博士.

1 球形机器人的结构原理

如图 1 所示,该球形机器人由外球壳、内球壳、位于内球壳内的稳定平台和位于内外球壳之间的推进装置组成.推进装置采用的是一种类似于甲烷分子的空间正四面体结构,由 4 根联接于内外球壳之间的轮辐组成,其结构如图 2 所示.任意两个轮辐的夹角为 109.47° ,是空间对称结构.每个轮辐上有一个直线步进电机,它既是驱动装置,同时又作为配重物.轮辐上的法兰与内外球壳固连,与内球壳的外表面形成球面副接触.

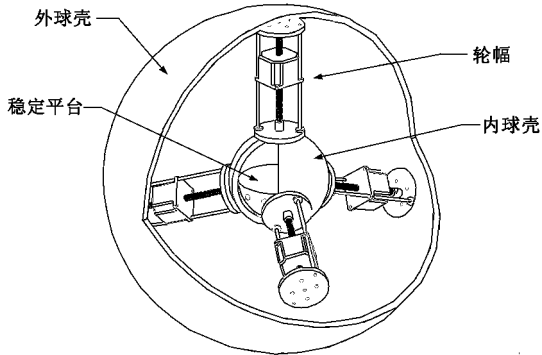


图 1 球形机器人的结构

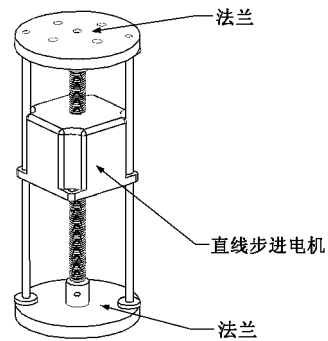


图 2 轮辐的结构

当整个系统的重心位于其接触点的正上方时,球形机器人静止不动.要使球形机器人运动起来,首先根据运动参数,启动系统的 4 个电机,通过螺旋传动使直线步进电机在丝杠上移动,改变直线步进电机在丝杠上的径向位置,从而改变系统重心的位置.此时系统的重力和地面对球体的支持力形成一个力偶,该力偶将驱动外球壳在平面上滚动.内置稳定平台随球形机器人的滚动而平动,保持稳定的姿态.通过控制 4 个直线步进电机的转速和转向,就可实现该球形机器人的全向滚动,使机器人可到达任意位置.

2 球形机器人的运动模型

当球体在平面上滚动时,一个惯性坐标系 $OXYZ$ 固结于该平面上,体坐标系 xyz 固结于球体上,球心 G 为原点.4 台直线步进电机 M_1, M_2, M_3 和 M_4 的质量均为 m ,如图 3 所示.其中一根轮辐的轴线与 y 轴重合.用一组广义欧拉角 (α, β, γ) 表示球体相对于惯性坐标系转过的角度,转动顺序为 $x-y-z$.这样,在任意时刻球体的位置由球心 G 的坐标 (x, z) 表示,球体相对于惯性坐标系的姿态由广义欧拉角 (α, β, γ) 表示,即 5 个变量 $(x, z, \alpha, \beta, \gamma)$ 完全确定了球体在任意时刻的位置和姿态.由于球形机器人在平面上作纯滚动,因此这是一个具有非完整约束的非完整系统,需要 5 个微分方程来描述此系统.

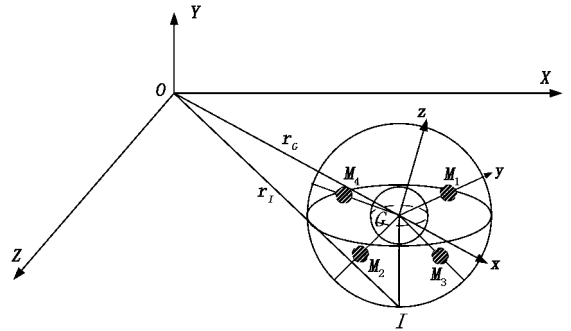


图 3 坐标描述

设惯性坐标系 $OXYZ$ 3 个坐标轴的单位向量为 ξ, η, ζ ,球体的角速度在定系 XYZ 中可以表示为

$$\omega = \omega_x \xi + \omega_y \eta + \omega_z \zeta = (\dot{\alpha} + \dot{\gamma} \sin \beta) \xi + (\dot{\beta} \cos \alpha - \dot{\gamma} \sin \alpha \cos \beta) \eta + (\dot{\beta} \sin \alpha + \dot{\gamma} \cos \alpha \cos \beta) \zeta \quad (1)$$

球体在平面上作纯滚动,因此在惯性坐标系中接触点 I 的速度为 0,即 $v_I = 0$.因此有

$$v_I^x = \dot{x} + \omega_z r = \dot{x} + (\dot{\beta} \sin \alpha + \dot{\gamma} \cos \alpha \cos \beta) r = 0 \quad (2)$$

$$v_I^z = \dot{z} - \omega_x r = \dot{z} - (\dot{\alpha} + \dot{\gamma} \sin \beta) r = 0 \quad (3)$$

式中 r 表示外球壳的外径.

球形机器人在平面的滚动过程中,整个系统除配重物(即 4 台直线步进电机)之外的其他部分的重力均通过球心和接触点 I ,地面反作用力也通过球心和接触点 I .因此它们相对于球心的力矩为零.若不考虑摩擦

力的影响,系统受到的外力矩只有配重体的重力对球心的矩.由于步进直线电机运动的离散性,当系统循环到第 n 步($n=1, \dots, S$, S 为总步数)时,根据动量矩定理可得

$$\begin{bmatrix} Z \sum_{j=1}^4 y_{j-n} - Y \sum_{j=1}^4 z_{j-n} \\ X \sum_{j=1}^4 z_{j-n} - Z \sum_{j=1}^4 x_{j-n} \\ Y \sum_{j=1}^4 x_{j-n} - X \sum_{j=1}^4 y_{j-n} \end{bmatrix} = \left[\sum_{j=1}^4 (\mathbf{I}_j^w + \mathbf{I}_j^c) + \mathbf{I}^s \right] \begin{bmatrix} \epsilon_x^n \\ \epsilon_y^n \\ \epsilon_z^n \end{bmatrix}. \quad (4)$$

式(4)中 x_{j-n} , y_{j-n} 和 z_{j-n} 为第 n 步时第 j 个电机在体坐标系中的坐标值($j=1 \sim 4$),可根据配重体在轮辐上距球心的距离和几何结构关系确定. X , Y 和 Z 为单个电机的重力在第 $n-1$ 步的体坐标系中的 3 个分量,即

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \left(\prod_{i=n-1}^0 \mathbf{A}_i \right) \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中 \mathbf{A}_i 为广义欧拉角的坐标变换矩阵,即

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \cos \beta_i \cos \gamma_i & \cos \alpha_i \sin \gamma_i + \sin \alpha_i \sin \beta_i \cos \gamma_i & \sin \alpha_i \sin \gamma_i - \cos \alpha_i \sin \beta_i \cos \gamma_i \\ -\cos \beta_i \sin \gamma_i & \cos \alpha_i \cos \gamma_i - \sin \alpha_i \sin \beta_i \sin \gamma_i & \sin \alpha_i \cos \gamma_i + \cos \alpha_i \sin \beta_i \sin \gamma_i \\ \sin \beta_i & -\sin \alpha_i \cos \beta_i & \cos \alpha_i \cos \beta_i \end{bmatrix}, \quad (6)$$

因此第 n 步时项 $\prod_{i=n-1}^0 \mathbf{A}_i$ 是已知的.

式(4)中 \mathbf{I}_j^w 为第 j 个配重块绕体坐标系的转动惯量,它随着配重体的移动而改变; \mathbf{I}_j^c 为第 j 个轮辐绕体坐标系的转动惯量,为定值; \mathbf{I}^s 为外球壳绕体坐标系的转动惯量,为定值;而且

$$\mathbf{I}_j^w = \begin{bmatrix} I_{jxx}^w & I_{jxy}^w & I_{jxz}^w \\ I_{jyx}^w & I_{jyy}^w & I_{jyz}^w \\ I_{jzx}^w & I_{jzy}^w & I_{jzz}^w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_j^c = \begin{bmatrix} I_{jxx}^c & I_{jxy}^c & I_{jxz}^c \\ I_{jyx}^c & I_{jyy}^c & I_{jyz}^c \\ I_{jzx}^c & I_{jzy}^c & I_{jzz}^c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}^s = \begin{bmatrix} I_x^s & 0 & 0 \\ 0 & I_y^s & 0 \\ 0 & 0 & I_z^s \end{bmatrix}. \quad (7)$$

式(4)中 ϵ_x^n , ϵ_y^n 和 ϵ_z^n 为第 n 步时球体的角加速度在第 $n-1$ 步的体坐标系中的 3 个分量,即

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x^n \\ \epsilon_y^n \\ \epsilon_z^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x^n \\ \dot{\omega}_y^n \\ \dot{\omega}_z^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sin \beta_n \\ 0 & \cos \alpha_n & -\sin \alpha_n \cos \beta_n \\ 0 & \sin \alpha_n & \cos \alpha_n \cos \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\alpha}_n \\ \ddot{\beta}_n \\ \ddot{\gamma}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\beta}_n \cos \beta_n \\ 0 & -\dot{\alpha}_n \sin \alpha_n & -\dot{\alpha}_n \cos \alpha_n \cos \beta_n + \dot{\beta}_n \sin \alpha_n \sin \beta_n \\ 0 & \dot{\alpha}_n \cos \alpha_n & -\dot{\alpha}_n \sin \alpha_n \cos \beta_n - \dot{\beta}_n \cos \alpha_n \sin \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_n \\ \dot{\beta}_n \\ \dot{\gamma}_n \end{bmatrix}. \quad (8)$$

由式(2)~(4)可得到描述该非完整系统循环到第 n 步时的状态微分方程组为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} Z \sum_{j=1}^4 y_{j-n} - Y \sum_{j=1}^4 z_{j-n} \\ X \sum_{j=1}^4 z_{j-n} - Z \sum_{j=1}^4 x_{j-n} \\ Y \sum_{j=1}^4 x_{j-n} - X \sum_{j=1}^4 y_{j-n} \end{bmatrix} = \left[\sum_{j=1}^4 (\mathbf{I}_j^w + \mathbf{I}_j^c) + \mathbf{I}^s \right] \begin{bmatrix} \epsilon_x^n \\ \epsilon_y^n \\ \epsilon_z^n \end{bmatrix}, \\ \dot{x} + (\dot{\beta}_n \sin \alpha_n + \dot{\gamma}_n \cos \alpha_n \cos \beta_n) r = 0, \\ \dot{z}_n - (\dot{\alpha}_n + \dot{\gamma}_n \sin \beta_n) r = 0. \end{cases} \quad (9)$$

当 4 个电机沿轮辐运动到新的位置后,根据方程组(9)可求出确定球体在第 n 步的位置和姿态的 5 个未知变量($x_n, z_n, \alpha_n, \beta_n, \gamma_n$). 式(9)属于二阶微分方程组,这里采用 4 阶龙格-库塔法来求解.

该球形机器人的滚动是从一个平衡位置运动到下一个平衡位置,每一步的姿态变化都是一次独立的广义欧拉角变换.在求解式(9)的二阶微分方程组时,将第 $n-1$ 步所得的 x_{n-1} 和 z_{n-1} 分别作为第 n 步时变量 x_n 和 z_n 的初值.当系统循环总的步数后,即可获得该机器人在运动过程中的运动情况.

3 轨迹规划

在该球形机器人系统中,因为步进直线电机具有离散运动特性,对于每个电机可以用 $-1, 0$ 和 1 分别表示电机的反转、停止和正转状态.这样 4 个电机共有 81 种不同的运动状态组合.当 4 个电机都处于停止状态时,系统静止不动,所以驱动机器人运动的有效运动状态组合为 80 种.4 个电机在任意一步可能的运动状态可以用一个由 $-1, 0$ 和 1 组成的 80×4 的状态矩阵 s 来表示.轨迹规划的任务就是寻找 4 个电机合适的运动状态,驱动球形机器人从起始点运动到目标点.第 $n(n=1, 2, \dots)$ 步时该球形机器人轨迹规划步骤如下:

步骤 1 计算 4 个电机在体坐标系中的坐标.机器人从第 $n-1$ 步开始运动时,4 个电机在体坐标系下的初始位置坐标 $(x_{n-1}, y_{n-1}, z_{n-1})$ 是已知的,根据 4 个电机的运动状态组合,可得出下一步 4 个电机的位置坐标为

$$\begin{cases} x_n = (s(i, j) \times p_j / (x_{n-1}^2 + y_{n-1}^2 + z_{n-1}^2)^{1/2} + 1) \times x_{n-1} & , \\ y_n = (s(i, j) \times p_j / (x_{n-1}^2 + y_{n-1}^2 + z_{n-1}^2)^{1/2} + 1) \times y_{n-1} & , \\ z_n = (s(i, j) \times p_j / (x_{n-1}^2 + y_{n-1}^2 + z_{n-1}^2)^{1/2} + 1) \times z_{n-1} & , \end{cases} \quad (10)$$

式中 $i=1 \sim 80, j=1 \sim 4, p_j$ 是第 j 个电机的步距.根据式(10)可以得到 4 个电机 80 种可能的位置坐标值.

步骤 2 4 个电机的位置约束.4 个电机必须在内外球壳间的轮辐上运动,为了避免碰撞,把 4 个电机都简化为点质量,则 4 个电机的位置坐标值必须满足下面的约束条件:

$$R_1 < (x_{j_n}^2 + y_{j_n}^2 + z_{j_n}^2)^{1/2} < R_2 \quad , \quad (11)$$

式中 R_1 为内球壳的外半径, R_2 为外球壳的内半径.

检测由式(10)得出的 4 个电机的 80 种可能的位置坐标值是否满足约束条件式(11),剔除不满足该约束条件的运动状态,得到 $k \times 4 \times 3$ ($k \leq 80$) 维可行的电机位置坐标值.

步骤 3 运动分析及电机状态优选.将上一步中得到的 $k \times 4 \times 3$ 维电机的坐标值分别代入到系统的运动微分方程式(9)中,求出该机器人运动后在惯性坐标 XOZ 平面上的 k 个位置坐标 (x_{mm}, z_{mm}) , ($m=1, 2, \dots, k$).为了保证机器人能够朝着目标点运动,从球体的 k 个位置坐标 (x_{mm}, z_{mm}) 中取离目标点距离最小的一个 (x_n, z_n) 作为球体下一步运动的初值,并得到机器人从第 $n-1$ 步运动到第 n 步时相应的电机运动状态.

步骤 4 运动终止判定.当机器人的位置坐标满足 $((x_n - x_d)^2 + (z_n - z_d)^2)^{1/2} \leq \epsilon$ 时循环终止.其中 (x_d, z_d) 为目标点的坐标, ϵ 是设定的位置精度.

循环上述步骤,可使球形机器人从起始点运动到目标点,并得到 4 个步进直线电机相应的运动状态.

在轨迹规划中,为了使机器人的运动具有更大的灵活性,当机器人的当前位置 (x_n, z_n) 离目标点 (x_d, z_d) 比较远时,步进电机可采用大的步距,以提高机器人的滚动速度,较快接近目标点.当满足 $((x_n - x_d)^2 + (z_n - z_d)^2)^{1/2} \geq 500 p_j$ 时,步进电机的步距加倍,但不能大于规定的最大步距.

当机器人接近目标点时,电机采用较小的步距可以使机器人具有较好的运动精度和定位精度,准确地到达目标点.当满足 $((x_n - x_d)^2 + (z_n - z_d)^2)^{1/2} \leq 50 p_j$ 时,步进电机的步距减半,由于步进电机的驱动器可以用很高的倍数实现电机驱动的细分,当满足运动终止判定条件时电机停止运动,故不需要限定电机步距的最小值.

4 实例仿真

在 MATLAB 中通过编程实现了上述轨迹规划算法.当机器人的起点坐标为 $(0, 0)$, 目标点坐标为 $(2, 2)$ 时,若不采用变步长时机器人需要走 591 步,采用变步长时机器人要走 492 步.当机器人的起点坐标为 $(0, 0)$, 目标点坐标为 $(5, 6)$ 时,若不采用变步长时机器人需要走 1118 步,采用变步长时机器人要走 851 步.由此可见采用变步长轨迹规划时机器人的运动效率较高,而且机器人运动的距离越长,效果越明显.

为了验证上述方法的正确性,应用机械系统仿真软件 ADAMS 建立了球形机器人相应的虚拟样机,通过上述轨迹规划算法,将 MATLAB 中得到的 4 个电机的运动状态导入到 ADAMS 的虚拟样机模型中,驱动模型中相应的电机,使虚拟的球形机器人样机滚动.然后把 ADAMS 中得到的球形机器人的运动轨迹与 MATLAB 中的理论运动轨迹作比较.

图 4 为球形机器人从(0,0)点到(2,2)点的运动轨迹,其中实线为由 MATLAB 得到的理论运动轨迹,虚线为 ADAMS 虚拟样机的运动轨迹.由于 ADAMS 中的模型考虑了球形机器人与地面之间的摩擦、冲击和接触面间的变形,而式(9)的模型没有考虑这些因素的影响,所以图 4 中两曲线没有完全重合,存在一定的误差,但运动趋势基本一致.因此笔者提出的球形机器人的运动模型是正确的,轨迹规划算法是可行的.图 5 为 4 台步进直线电机前 10 步的运动状态.

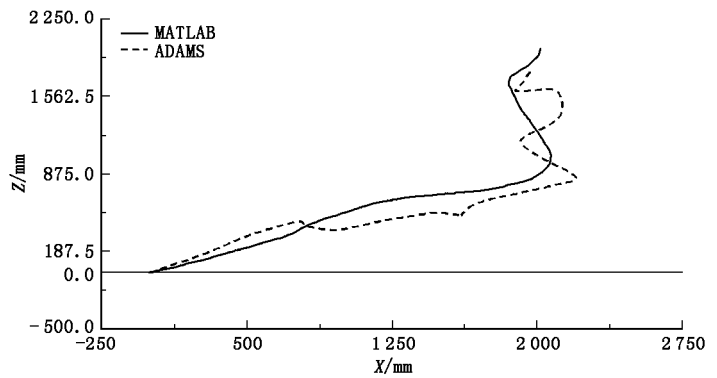


图 4 球形机器人的运动轨迹

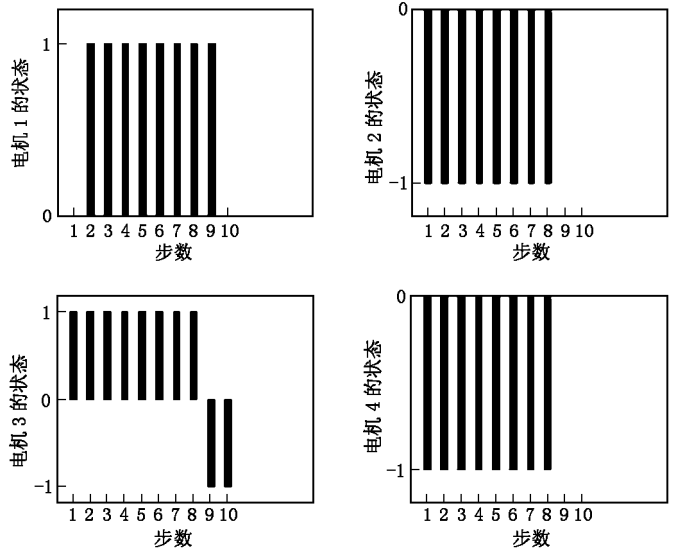


图 5 电机的运动状态

5 结束语

基于重心偏移,笔者提出了一种新型的全向滚动球形机器人装置,通过控制 4 台直线步进电机的转速和转向可实现球形机器人不同的运动轨迹.建立了该机器人的运动模型并提出了一种轨迹规划算法,结合实例在 ADAMS 中建立虚拟样机模型,样机的运动仿真结果表明了该文运动分析模型的正确性和轨迹规划方法的可行性.该球形机器人结构简单,能耗较小,在军事、工业和民用方面具有广阔的应用前景.

参考文献:

- [1] Halme A, Schonberg T, Wang Y. Motion Control of a Spherical Mobile Robot[C]//4th International Workshop on Advanced Motion Control (AMC'96). Japan: Mie University, 1996: 259-264.
- [2] Bicchi A, Balluchi A, Prattichizzo D, et al. Introducing the Sphericle: an Experimental Testbed for Research and Teaching in Nonholonomy [C]//Proc IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Albuquerque: IEEE, 1997: 2620-2625.
- [3] Ferriere L, Raucant B. RollMOBS, a New Universal Wheel Concept [C]//Proc IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Leuven: IEEE, 1998: 1877-1882.
- [4] Bhattacharya S, Agrawal S K. Spherical Rolling Robot: a Design and Motion Planning Studies [J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2000, 16(6): 835-839.
- [5] Javadi A, Mojabi P. Introducing August: a Novel Strategy for an Omnidirectional Spherical Rolling Robot [C]//Proc IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Washington: IEEE, 2002: 3527-3533.
- [6] 肖爱平,孙汉旭,谭月胜,等.一种球形机器人运动轨迹规划与控制[J].机器人,2004,26(5):444-447.
- [7] Li Tuanjie, Zhu Chao. Design and Analysis of a Spherical Omnidirectional Rolling Robot with a Stable Platform [J]. Journal of Xidian University, 2006, 33(1): 53-56.
- [8] 李团结,朱超.基于虚拟样机技术的球形机器人运动仿真研究[J].系统仿真学报,2006,18(4):1026-1029.