

# 基于残差周期修正的灰色电价预测模型

吴兴华, 周 晖

(北京交通大学 电气工程学院, 北京市 海淀区 100044)

## A Grey Model of Electricity Price Forecasting Based on Period Residual Modification

WU Xing-hua, ZHOU Hui

(School of Electrical Engineering, Beijing Jiaotong University, Haidian District, Beijing 100044, China)

**ABSTRACT:** The electricity price curve in electricity market possesses the features of multicycle and strong fluctuation, whereas there is evident error in the prediction by grey GM(1,1) model with exponential growth, for this reason the authors propose a period residual modification based grey price forecasting model, which not only inherits the advantages of grey model but also makes the forecasting curve fluctuated by means of smooth processing of original data, improvement of initial condition and period residual modification. Thus the fitting curve is more close to original data and the prediction accuracy is greatly improved. Simulation results validate the feasibility of the proposed method.

**KEY WORDS:** electricity market; electricity price forecasting; period residual modification; grey model

**摘要:** 电力市场中的电价曲线具有多周期、跳跃等特性, 而呈指数增长的灰色 GM(1,1)模型预测误差较大, 为此, 文章提出了基于残差周期修正的灰色电价预测模型。该模型不仅利用了灰色模型的优点, 而且通过原始数据的平滑处理、初值条件的改进以及残差周期修正使预测曲线波动起来, 使拟合曲线更加接近原始数据, 大大提高了模型的预测精度。算例结果验证了该方法的可行性。

**关键词:** 电力市场; 电价预测; 残差周期修正; 灰色模型

## 0 引言

电力工业正处于由垄断走向竞争的市场变革中, 电价作为电力市场中最核心的因素, 不再由政府行政命令形成, 而是在市场机制下产生。电价的高低直接影响到市场各参与者的利益, 电价预测越来越受到各利益主体的关注。长期电价预测有助于市场监管机构制定宏观政策和用户进行长期的投资规划; 短期电价预测对于通过竞价上网的发电商而言, 关系着企业的生存<sup>[1-2]</sup>。

国内外越来越重视电价预测方面的研究, 而电

力系统中关于负荷的预测问题已经有了较成熟的理论, 因此在电价预测研究中可以适当借鉴电力负荷预测的部分思想, 其中短期电价预测是研究的重点。目前电价预测的主要方法有时间序列法<sup>[3-4]</sup>、神经网络法<sup>[5-7]</sup>以及在此基础上与其他理论相结合的方法, 这些方法主要根据大量的历史数据找出电价序列的波动规律, 从而建立预测模型进行预测<sup>[8-9]</sup>。上述方法数据样本复杂, 计算时间长, 而灰色模型不需要任何原始序列的概率分布, 可实现少数数据建模, 计算简便。而且在电力市场中, 现货电价具有信息不完全和不确定的性质, 符合灰色变量的特征, 因此可采用 GM(1,1)模型预测短期现货电价。但 GM(1,1)模型比较适合具有较强指数规律的序列, 而电价序列具有波动性较大、多周期的特点, 所以预测误差较大, 利用残差周期修正的方法可以有效解决这一问题, 使预测曲线波动起来, 更符合原始电价序列的波动规律, 理论上有利于提高预测精度<sup>[10-11]</sup>。

本文在对 GM(1,1)灰色模型<sup>[12]</sup>研究的基础上, 提出了基于残差周期修正的灰色电价预测模型。先利用二次指数平滑法<sup>[13]</sup>对原始电价序列进行重新生成, 使新序列波动性减小; 然后对灰色模型的缺陷进行改进, 选取解的最优初始值<sup>[11,14]</sup>; 最后利用残差周期修正电价预测序列<sup>[15-16]</sup>。经过上述几个步骤的改进, 模型预测精度大大提高, 本文通过美国加州电力市场公布的 2000 年的电价数据对该模型进行了验证。

## 1 原始电价数据的二次指数平滑

原始电价序列波动性较大, 多周期, 易突变, 直接进行预测, 误差可能较大, 为此, 先利用二次

指数平滑法对原始电价序列进行重新生成。二次指数平滑法的公式为

$$\begin{cases} S'(k) = aX^{(0)}(k) + (1-a)S'(k-1) \\ S''(k) = aS'(k) + (1-a)S''(k-1) \end{cases} \quad (k=1,2,L,n) \quad (1)$$

式中： $X^{(0)}(k)$  为原始电价序列； $a$  为平滑参数； $S'(k)$  为一次指数平滑值； $S''(k)$  为二次指数平滑值。指数平滑的初始值可以选取第一个数据或者前几个数据的平均值，在计算中需要调整平滑参数  $a$ ，其规则是原始数据波动幅度越大，平滑系数越小。然后将  $S''(k)$  作为原始序列进行 GM(1,1) 预测，得到预测结果后，再按式(2)将序列还原成最终预测值：

$$\begin{cases} S'(k) = [S''(k) - (1-a)S''(k-1)]/a \\ X^{(0)}(k) = [S'(k) - (1-a)S''(k-1)]/a \end{cases} \quad (k=1,2,L,n) \quad (2)$$

二次指数平滑后，新数据序列和原始序列的数学期望相同，方差却比原始序列小，即新序列的随机性弱于原始序列。新数据序列规律性的增强有利于灰色预测精度的提高。

## 2 改进的 GM(1,1) 预测模型

### 2.1 原始 GM(1,1) 模型

灰色系统理论是邓聚龙教授于 1982 年创立的，灰色预测具有所需原始数据少、计算过程简单、预测结果可检验等优点，因此应用广泛，GM(1,1) 模型是灰色理论中最重要的预测模型之一，它是包含单变量的一阶微分方程，其建模步骤如下：

(1) 一阶累加生成。

已知某电力市场的电价历史数据为  $x^{(0)}$  (一组随时间变化的原始数据序列)，序列长度为  $n$ ，即

$$x^{(0)} = x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), L, x^{(0)}(n) \quad (3)$$

生成一阶累加序列：

$$x^{(1)} = x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), L, x^{(1)}(n) \quad (4)$$

其中

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) \quad (k=1,2,L,n)$$

(2) 对累加序列建立微分方程。

由于数列  $x^{(1)}(k)$  具有近似的指数增长规律，而一阶方程的解恰是指数形式，因此可认为新序列满足一阶线性微分方程：

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = u \quad (5)$$

式中： $a$  为模型的发展参数，反映  $x^{(1)}$  及原始序列的发展趋势； $u$  为模型的协调系数，反映数据间的变换关系。

记  $A = [a \ u]^T$ ，用最小二乘法确定参数  $A$ ：

$$A = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (6)$$

其中

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix}$$

(3) 建立灰色预测方程。

将求得的  $a$  和  $u$  带入式(5)中，可解得

$$x^{(1)}(k+1) = [x^{(0)}(1) - \frac{u}{a}]e^{-ak} + \frac{u}{a} \quad (k=0,1,2,L,n) \quad (7)$$

式(7)称为 GM(1,1) 的时间响应函数模型，再经过累减运算可得到原始数列  $x^{(0)}$  的预测模型为

$$\begin{aligned} x^{(0)}(k+1) &= x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k) = \\ &= (1 - e^a)[x^{(0)}(1) - \frac{u}{a}]e^{-ak} \quad (k=0,1,2,L,n) \end{aligned} \quad (8)$$

### 2.2 微分方程求解初值条件的改进

由式(7)可以看出，初值  $x^{(0)}(1)$  对于微分方程的解  $x^{(1)}(k+1)$  有直接影响，在求解时一般将实际样本的初始值  $x^{(0)}(1)$  作为初始条件，但这样的选取可能并非最优初始条件，实际样本的初始值与要预测的未来值之间关联度并不强，用这个值作为初始条件来求解微分方程不够严谨<sup>[4,7]</sup>。现考虑对初值进行修正，设修正公式为

$$x^{(0)}(1) = x^{(0)}(1) + s \quad (9)$$

式中  $s$  为修正项。这时预测公式为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = [x^{(0)}(1) + s - \frac{u}{a}]e^{-ak} + \frac{u}{a} \quad (10)$$

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - e^a)[x^{(0)}(1) + s - \frac{u}{a}]e^{-ak} \quad (11)$$

由式(10)、(11)可得到

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = x^{(1)}(k+1) + se^{-ak} \quad (12)$$

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = x^{(0)}(k+1) + s(1 - e^a)e^{-ak} \quad (13)$$

由式(12)、(13)可以看出，修正项对预测值有修正作用，当  $s$  等于零时就是通常的预测表达式，可按原始序列与新预测值间的误差在最小二乘意义下最小的方法来确定修正项  $s$  的值，方法如下：

$$\min \sum_{k=1}^n [\hat{x}^{(0)}(k+1) - x^{(0)}(k+1)]^2 \quad (14)$$

解出

$$s = \frac{p}{q} - [x^{(0)}(1) - \frac{u}{a}] \quad (15)$$

其中

$$p = \sum_{k=1}^n x^{(0)}(k)e^{-a(k-1)}, \quad q = (1 - e^a) \frac{1 - e^{-2na}}{1 - e^{-2a}}$$

### 3 残差周期修正模型

由于电价序列曲线的波动性和周期性，在运用灰色 GM(1,1)模型进行拟合计算时，会遇到残差序列的符号正负交替出现的情况，存在不规则的周期性变化的特征，此时模型的精度不高，很难反映电价序列的随机波动变化。因此，可以对灰色模型残差序列进行周期分析，依次分段选择不同长度的周期和变幅，用正弦(或余弦)曲线去拟合残差序列，分别计算出每个时刻的残差修正值<sup>[8-9]</sup>，计算公式为

$$\hat{E}(t_i) = A_i \sin \frac{2\pi t_i}{T_i} \quad (16)$$

式中： $\hat{E}(t_i)$  为第  $i$  周期  $t$  时刻的修正值； $A_i$  为第  $i$  周期的最大变幅； $T_i$  为第  $i$  周期的长度。为简化计算，振幅大小可统一取残差绝对值之平均值，即

$$\bar{A} = \frac{\sum_{j=1}^M |e(j)|}{M}$$

式中  $e(j)$  为各时刻的残差值， $j=1,2,L,M$ ， $M$  为残差序列数据个数。

各个周期的长短(大小)随残差序列符号的变化情况而定，一般情况下，每个周期应包括一组正值时段和一组负值时段，但有时也可根据实际情况做适当的归并或取舍。最后将计算得到的各个残差修正值分别叠加到同一时刻的还原计算值上，即

$$\hat{x}^{(0)}(t+1) = x^{(0)}(t+1) + \hat{E}(t+1) \quad (17)$$

这样不仅使残差值普遍减小，而且有了波动变化，使拟合曲线更加逼近原始数据曲线，从而提高了模型的精度。在预测时，未来序列变化的周期可以参照已知序列的残差周期变化趋势而定，变幅大小可以根据系统允许或可能变化的幅度作合理的选择与控制。确定了未来序列的周期与变幅后，便可以计算未来各个时刻的残差修正值，然后叠加到同时刻的预测值上。

### 4 算例分析

采用美国加州电力市场公布的 2000 年 3 月 5 日—11 日的历史电价序列作为原始数据序列，历史电价数据采用水平电价序列，采用 24 个普通灰色模型和 24 个修正灰色模型预测 12 日、13 日和 14 日的电价值。在衡量预测结果时，使用传统的统计学指标——百分比误差  $d_{APE}$  和平均百分比误差

$d_{MAPE}$ ，其定义如下：

$$d_{APE} = \frac{|x_i - x'_i|}{x_i} \times 100\% \quad (i=1,2,L,T) \quad (18)$$

$$d_{MAPE} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \frac{|x_i - x'_i|}{x_i} \quad (19)$$

式中： $T$  为预测值个数； $x_i$  为电价实测值； $x'_i$  为电价预测值。

由于篇幅所限，本文只列出 3 月 14 日的预测结果。GM(1,1)模型和残差周期修正模型的电价预测值对比如图 1 所示。

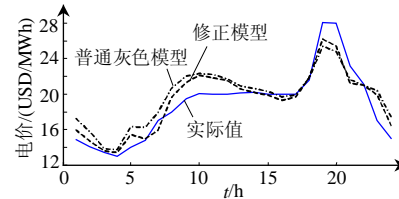


图 1 两种模型电价预测结果对比

Fig. 1 Comparison of forecasted prices of two models

由图 1 可以看出，经过修正的预测模型曲线比普通灰色模型更加靠近原始电价序列，14 日的电价实际值和运用两种模型得到的预测结果及误差如表 1 所示。

可见，运用修正灰色模型预测比普通灰色模型预测精度有了很大提高，并且平均百分比预测误差由原

表 1 电价实际值和两种模型预测值比较

Tab. 1 Comparison between actual prices and forecasted prices of two models

时刻	实际值/ (USD/MWh)	普通模型预测 值/(USD/MWh)	修正模型预测 值/(USD/MWh)	修正模型预 测误差/%
01:00	14.892 4	17.194 8	15.944 9	7.07
02:00	14.001 1	15.692 0	14.662 5	4.72
03:00	13.440 8	13.854 3	13.549 0	0.81
04:00	12.992 5	13.704 7	13.403 0	3.16
05:00	13.994 0	16.271 4	15.407 0	10.1
06:00	14.741 7	16.224 4	14.904 4	1.1
07:00	16.990 8	17.936 4	15.939 6	6.19
08:00	17.995 8	20.681 2	19.598 1	8.9
09:00	19.498 1	21.952 8	21.256 8	9.02
10:00	20.007 4	22.268 8	22.081 2	10.37
11:00	19.997 9	22.159 9	21.748 3	8.75
12:00	19.994 2	21.648 9	21.489 5	7.48
13:00	20.063 5	20.900 5	20.577 1	2.56
14:00	20.110 8	20.613 5	20.154 0	0.21
15:00	19.999 6	20.256 4	19.802 5	0.99
16:00	19.993 4	19.593 8	19.267 8	3.63
17:00	19.992 0	19.859 0	19.626 4	1.83
18:00	21.565 8	21.764 8	21.764 8	0.92
19:00	28.006 8	25.330 3	26.182 2	6.51
20:00	27.999 7	24.758 2	25.318 2	9.58
21:00	23.063 6	21.567 1	21.191 8	8.12
22:00	21.095 3	20.950 0	20.950 0	0.69
23:00	16.999 4	20.356 9	19.851 6	16.78
24:00	14.983 4	17.371 5	16.441 4	9.73

来的 8.39% 下降到 5.8%。表 2 中列出了 12 日、13 日和 14 日两种预测模型的平均百分比误差, 可以看出, 误差值都有了明显下降, 这 3 天的平均值由 9.99% 下降到 7.38%, 得到的预测误差值符合工程要求。

表 2 修正灰色模型和普通灰色模型预测误差比较  
Tab. 2 Error comparison between modified grey model and ordinary grey model

日期	普通灰色模型平均 百分比误差/%	修正灰色模型平均 百分比误差/%
12 日	9.96	7.53
13 日	11.61	8.81
14 日	8.39	5.8

## 5 结论

(1) 在电价预测中, 现货电价具有信息不完全和不确定的性质, 符合灰色变量的特征, 而且灰色预测方法具有所需原始数据少, 计算过程简单, 预测结果可检验等优点, 因此本文提出了基于残差周期修正的灰色电价预测模型。

(2) 利用二次指数平滑法对原始序列进行重新生成, 使新生成的序列波动性减小; 灰色模型的初值对于求解微分方程有直接影响, 对初值进行修正, 使其成为最优初始条件, 弥补了预测公式的不足; 残差周期修正的应用, 使预测曲线有了波动变化, 更符合原始电价曲线的变化趋势, 因此, 经过 3 种方法的改进, 灰色模型预测精度大大提高。

(3) 应用美国加州电力市场公布的价格数据对该方法进行验证, 结果表明其预测精度令人满意。

如果能对灰色模型进行深入研究, 使模型本身的预测曲线波动起来, 将对提高预测精度有很大帮助, 使灰色模型的应用范围更加广泛。

## 参考文献

- [1] 杜松怀, 文福拴, 李扬, 等. 电力系统的市场化运营——预测、计划与风险管理[M]. 北京: 中国电力出版社, 2005.
- [2] 王锡凡, 张显. 短期电价综述[J]. 电力系统自动化, 2006, 30(3): 92-101.  
Wang Xifan, Zhang Xian. Review of the short-term electricity price forecasting[J]. Automation of Electric Power Systems, 2006, 30(3): 92-101(in Chinese).
- [3] Javier C, Rosario E, Francisco J N, et al. ARIMA models to predict next-day electricity prices[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2003, 18(3): 1014-1020.
- [4] 周明, 聂艳丽, 李庚银, 等. 基于小波分析的短期电价 ARIMA 预测方法[J]. 电网技术, 2005, 29(9): 50-55.  
Zhou Ming, Nie Yanli, Li Gengyin, et al. Wavelet analysis based ARIMA hourly electricity prices forecasting approach[J]. Power System Technology, 2005, 29(9): 50-55(in Chinese).
- [5] Szkuta B R, Sanabria L A, Dillon T S. Electricity price short-term forecasting using artificial neural networks[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1999, 14(3): 851-857.
- [6] 赵庆波, 周原冰, 曾鸣, 等. 模糊神经网络在电力系统边际电价预测中的应用[J]. 电网技术, 2004, 28(7): 45-48.  
Zhao Qingbo, Zhou Yuanbing, Zeng Ming, et al. Application of fuzzy neural network in power system marginal price forecasting[J]. Power System Technology, 2004, 28(7): 45-48(in Chinese).
- [7] 吴兴华, 周晖. 基于减法聚类及自适应模糊神经网络的短期电价预测[J]. 电网技术, 2007, 31(19): 69-73.  
Wu Xinghua, Zhou Hui. Short-term electricity price forecasting based on subtractive clustering and adaptive neuro-fuzzy inference system[J]. Power System Technology, 2007, 31(19): 69-73(in Chinese).
- [8] 刘广建, 胡三高, 戴俊良. 电力系统边际电价的混沌特性及预测[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(5): 6-8,175.  
Liu Guangjian, Hu Sangao, Dai Junliang. The chaotic property of system marginal price and its forecasting[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(5): 6-8,175(in Chinese).
- [9] 林其友, 陈星莺, 王之伟. 数据挖掘技术在电价预测中的应用[J]. 电网技术, 2006, 30(23): 83-87.  
Lin Qiyu, Chen Xingying, Wang Zhiwei. Application of data mining in electricity price forecasting[J]. Power System Technology, 2006, 30(23): 83-87(in Chinese).
- [10] 苏娟, 杜松怀. GM(1,2)短期现货电价灰色预测模型[J]. 继电器, 2006, 36(1): 46-49.  
Su Juan, Du Songhuai. The GM(1,2) short-term spot price forecasting grey model[J]. Relay, 2006, 36(1): 46-49(in Chinese).
- [11] 程晓鑫, 周渝慧. 基于灰色改进模型的电价预测[J]. 华北电力大学学报, 2006, 33(1): 47-50.  
Cheng Xiaoxin, Zhou Yuhui. Research on electricity price prediction based on improved grey model[J]. Journal of North China Electric Power University, 2006, 33(1): 47-50(in Chinese).
- [12] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [13] 赵晓艳, 刘天娇, 周波, 等. 灰色模型 GM(1,1)的平滑改进及其应用[J]. 东北电力大学学报(自然科学版), 2006, 26(4): 63-66.  
Zhao Xiaoyan, Liu Tianjiao, Zhou Bo, et al. The smoothing improvement and the application of grey model GM(1,1)[J]. Journal of Northeast Dianli University(Natural Science Edition), 2006, 26(4): 63-66(in Chinese).
- [14] 张辉, 胡适耕. GM(1,1)模型的边值分析[J]. 华中科技大学学报, 2001, 29(4): 110-111.  
Zhang Hui, Hu Shigeng. Analysis of boundary condition for GM(1,1) model[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2001, 29(4): 110-111(in Chinese).
- [15] 郝永红, 黄登宇, 张文忠, 等. GM(1,1)的周期修正模型及其在泉水流量预测中的应用[J]. 数学的实践与认识, 2003, 33(9): 35-37.  
Hao Yonghong, Huang Dengyu, Zhang Wenzhong, et al. Period residual modification of GM(1,1) modeling and its application in predicting the spring discharges[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2003, 33(9): 35-37(in Chinese).
- [16] 张沁文, 王学萌, 聂宏声, 等. 农村经济灰色系统分析——模型、方法、应用[M]. 北京: 学术期刊出版社, 1989.

收稿日期: 2007-12-17.

作者简介:

吴兴华(1982—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力市场及经济运营、电价预测, E-mail: [dqwuxh@163.com](mailto:dqwuxh@163.com);

周晖(1964—), 女, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为负荷预测、电力市场、电力规划等。

(责任编辑 沈杰)