

# 基于信息公理和模糊数学的设计方案评价方法<sup>\*</sup>

田启华 肖人彬 钟毅芳 杜义贤 杨红梅

**【摘要】** 将信息公理和模糊数学中的隶属函数相结合,提出了一种模糊信息公理方案评价方法。该方法不需要决策者给定评价指标权重,避免了因设计者主观认识对评价结果的影响;同时,对各种方案评价情况进行分类,利用模糊数学原理计算了定性指标的信息量,解决了一般的利用信息公理进行方案评价时不能计算定性指标信息量的问题。最后,利用对减速器机械传动系统设计方案评价的实例,验证了该方法的有效性。

**关键词:** 信息公理 模糊数学 隶属函数 设计方案 评价方法

**中图分类号:** TH122; TB11

**文献标识码:** A

## Evaluation Schemes Method for Design Based on Information Axiom and Fuzzy Mathematics

Tian Qihua<sup>1,2</sup> Xiao Renbin<sup>1</sup> Zhong Yifang<sup>1</sup> Du Yixian<sup>2</sup> Yang Hongmei<sup>2</sup>

(1. Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China

2. China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

### Abstract

A novel evaluation method for design schemes was presented by combining information axiom and fuzzy membership function. The presented method did not have to give the weight of evaluating indicator, and thus the effect of subjective consciousness of the designer to the result of evaluation could be avoided. At the same time, the scheme evaluations were classified according to the true instances. The information content of qualitative indicators are hard to calculate when just applying the general information axiom, but was solved by using the fuzzy mathematic theory for design schemes evaluation. At last, the scheme evaluation of the mechanical driven system of decelerator was presented to illustrate the effectiveness of the proposed approach.

**Key words** Information axiom, Fuzzy mathematics, Membership function, Design scheme, Evaluation method

### 引言

产品的方案设计是实现产品设计创新的关键,而设计方案的评价与决策又直接影响到设计后期的结果。因此,对设计方案的正确评价与可靠决策是产品概念设计的一个重要环节。目前工程应用中较流行的方法有层次分析法、形态学矩阵法、模糊综合

评价法等评价方法<sup>[1~3]</sup>,利用这些方法对方案进行决策,较大程度上依赖于决策者的知识水平和经验,在一定程度上影响了评价结果的正确性。Suh N P教授提出的公理设计理论<sup>[4]</sup>利用信息公理对设计方案进行评价,其特点是利用设计参数满足功能要求的成功概率来表达设计者对评价指标的满意程度,通过计算设计方案的信息量,选择具有最小信息

收稿日期: 2008-05-19

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(项目编号:50575083)

田启华 华中科技大学机械科学与工程学院 博士生 教授(三峡大学), 430074 武汉市

肖人彬 华中科技大学机械科学与工程学院 教授 博士生导师

钟毅芳 华中科技大学机械科学与工程学院 教授 博士生导师

杜义贤 三峡大学机械与材料学院 讲师 博士, 443002 湖北省宜昌市

杨红梅 三峡大学机械与材料学院 硕士生

量的设计方案为最好设计,摆脱了传统方法依靠设计者经验对设计方案评价的影响。

目前,已有一些学者研究利用信息公理进行方案评价,文献[5~6]运用信息公理对工艺或设备选择进行了评价;文献[7]利用信息公理对产品设计进行了评价;文献[8]结合物料清单 BOM 的构成特点,建立了基于公理设计的概念设计方案评价方法。但是这些研究工作都仅限于对定量指标进行评价选择,却没有考虑到指标体系中包含定性指标的评价问题。工程实际中,评价指标体系中的一些指标很难给出明确的数值,比如某设备的可操作性能,这类指标一般都是定性评价,如“好”、“较好”、“一般”、“较差”、“差”等。虽然信息公理避免了决策者主观认识对评价结果的影响,但在评价过程中信息公理需要事先知道评价指标的确切数值,才能进行信息量的计算,所以很难对定性指标进行准确处理,给评价决策带来一定的困难。

模糊数学为定性描述和定量数值衡量之间的相互转换提供了便利的工具,而信息公理的评价过程中不需要决策者给予各指标权重。为此,在研究公理设计的基础上<sup>[9~10]</sup>,结合信息公理和模糊数学中隶属函数的性质,提出一种基于信息公理的模糊信息公理评价方法,全面考虑评价指标系统中各种类型的指标,使得评价决策更为准确。

## 1 评价指标信息量计算

评价指标体系一般包含两类指标:定量指标和定性指标。定量指标是以数值来表示某个指标属性的,其信息量可按信息公理相关方法计算。而如安全性、操作方便性、结构复杂性等这类性能界定的指标属于定性指标,对于评价者较难确定其具体数值,只能用语言标度(如“好”、“较好”、“一般”、“较差”、“差”等)模糊语言来描述,这类定性指标的信息量利用模糊数学中的隶属函数来计算。

### 1.1 定量指标信息量

Suh N P 教授提出的信息公理是利用确切的指标数值来衡量一个设计参数的信息量,信息量由设计指标能满足功能需求(FR)的成功概率来确定,如指标  $i$  满足功能需求的概率是  $P_i$ ,则该指标的信息量为

$$I_i = \lg \frac{1}{P_i} = -\lg P_i \quad (1)$$

在实际工程应用中,满足功能要求的成功概率往往很难直接计算,通常由确定功能需求的设计范围和设计方案能满足 FR 的系统范围的关系来计算其成功概率。此时概率  $P_i$  可以表示为

$$P_i = \frac{G_r}{X_r} \quad (2)$$

式中  $G_r$ ——公共范围  $X_r$ ——系统范围

另外,如果功能要求是一个连续变量  $F$ ,在设计范围中达到功能需求的成功概率计算公式可表示为

$$P_i = \int_{dl}^{du} P_X(F) dF \quad (3)$$

式中  $P_X(F)$ ——功能要求的系统概率密度函数

$du$ ——设计范围上限

$dl$ ——设计范围下限

一般文献中取如图 1 所示的正态曲线所覆盖的面积为系统范围  $X_r$ ,则系统范围和设计范围的公共部分面积  $A_{cr}$  为满足要求的成功概率  $P$ 。设计范围与系统范围之间关系如图 1 所示。

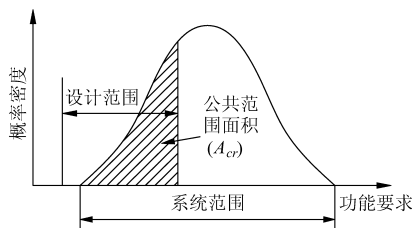


图 1 功能要求的设计范围、系统范围和公共范围

Fig. 1 Design range, system range and common range of function requirement

### 1.2 定性指标信息量

从式(1)~(3)可以看出,利用上述信息公理来评价方案时,需要知道指标的确切值,否则无法对定性指标进行直接度量,所以需要对定性指标进行特殊处理。本文利用隶属函数处理定性指标。

定性指标一般用模糊数学中的语言标度衡量,语言标度和数值之间的转换可以利用隶属函数完成,即隶属函数可以将语言标度转换为 0 与 1 之间的一个实数(隶属度)来度量。隶属函数为不同条件下隶属度变化规律的函数,选择合适的隶属函数是准确描述模糊概念的关键。

针对不同性质的问题,可以采用不同分布形式的隶属函数。本文采用四元组  $(a, b, c, d)$  的形式来表示隶属函数<sup>[11]</sup>,如图 2 所示。这种四元组的描述方法中每个模糊集的隶属函数都可以用 4 个参数表示,具有统一的范式,能准确地描述模糊概念。当  $x$  的取值介于某个范围时,就认为它完全隶属于某个模糊集(即  $\mu(x) = 1$ )。而且描述模糊集的隶属函数虽然千差万别,但都可以用四元组的形式描述。

一般地,同一论域上的  $n$  个模糊子集的隶属函数的四元组表示一共由  $2n - 2$  个参数。例如:设论域  $X$  上有 4 个模糊子集(“好”,“较好”,“一般”,“差”),则这 4 个模糊子集的隶属函数  $\mu_i(x)$  ( $i = 1,$

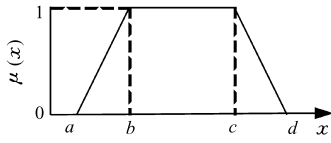


图2 梯形四元组函数

Fig.2 Trapezium quadruple function

2,3,4)的四元组表示一共由6个参数  $a_1, a_2, \dots, a_6$ , 如图3所示。

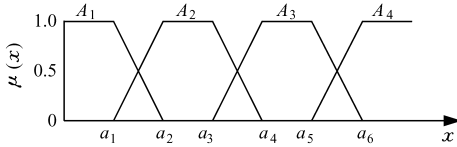


图3 模糊向量隶属函数

Fig.3 Fuzzy vector membership function

采用上述的四元组形式,可将如“好”、“一般”、“差”等语言标度的模糊数据表示为模糊数。图3所示为四元组形式的模糊数隶属函数,  $x$  表示相对理想最优属性的满意度,  $y$  表示语言标度的隶属度。这样,设计方案能满足功能要求的成功概率  $P$  就可以用语言标度的隶属度表示。四元组形式表达的隶属函数  $\mu_i(x)$  的隶属度计算方法为:

当  $i=1$  时,  $A_i$  对应的参数为  $a_1$  和  $a_2$ , 其隶属函数为

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 1 & (x \leq a_1) \\ \frac{a_2 - x}{a_2 - a_1} & (a_1 < x < a_2) \\ 0 & (x \geq a_2) \end{cases} \quad (4)$$

当  $i=n$  时,  $A_i$  对应的参数为  $a_{2n-3}$  和  $a_{2n-2}$ , 其隶属函数为

$$\mu_n(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq a_{2n-3}) \\ \frac{x - a_{2n-3}}{a_{2n-2} - a_{2n-3}} & (a_{2n-3} < x < a_{2n-2}) \\ 1 & (x \geq a_{2n-2}) \end{cases} \quad (5)$$

当  $1 < i < n$  时,  $A_i$  对应的参数为  $a_{2i-3}$ ,  $a_{2i-2}$ ,  $a_{2i-1}$  和  $a_{2i}$ , 其隶属函数为

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq a_{2i-3}) \\ \frac{x - a_{2i-3}}{a_{2i-2} - a_{2i-3}} & (a_{2i-3} < x < a_{2i-2}) \\ 1 & (a_{2i-2} \leq x < a_{2i-1}) \\ \frac{a_{2i} - x}{a_{2i} - a_{2i-1}} & (a_{2i-1} < x < a_{2i}) \\ 0 & (x \geq a_{2i}) \end{cases} \quad (6)$$

## 2 模糊信息公理评价流程

利用信息公理进行方案评价时,信息量作为统

一的衡量尺度表达了对各设计方案的满意程度。评价过程中,不需要给出各评价指标的相对权重,而是根据设计者本身的意图给出各指标适当的设计范围,通过与实际工作中的系统范围发生联系计算信息量。设计者的意图和赋予每个评价指标的重要性可以由设计范围体现,设计范围越小,则说明该指标对于设计方案越重要。所以,如果能够给所有设计指标一个精确的设计范围,那么各指标的重要程度都已经由设计范围体现出来。相对于其他基于权重的评价方法,整个计算过程比较简单。

一般信息公理评价方法,首先根据待设计产品性能确定设计方案的评价指标体系,并按性能要求规定各指标的设计范围,再根据设计方案的实际指标值确定系统范围,按式(1)~(3)计算出各设计方案中各评价指标的信息量,然后计算出各设计方案的总信息量<sup>[4]</sup>为

$$I_{\Sigma} = I_1 + I_2 + \dots + I_m \quad (7)$$

式中,  $I_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) 为各评价指标的信息量。最后通过比较各设计方案总信息量的大小,选择总信息量最小的方案为最佳设计。

然而,对于较复杂的产品设计方案评价,需要涉及很多定性的复杂因素,仅利用信息公理对设计方案进行评价很难精确计算出信息量,达不到理想的评价效果。此时,可以按上述模糊信息的隶属函数计量方法,将模糊数据计量运用到信息公理中,形成模糊信息公理评价方法。

由信息公理的基本原理,即式(1)~(3)可知,利用信息公理进行方案评价的关键是求出设计方案能满足功能要求的成功概率  $P$ ,对于包含了语言标度的定性指标体系而言,指标信息量的计算可分为如下3种情况。

(1) 当设计范围和评价指标均为定量表达时,可直接计算其信息量。用  $y_0$  表示满足功能要求需要达到的值,  $y_i$  表示第  $i$  个设计方案达到的值,根据统计分布,可采用指数分布的密度函数即取  $P_i = e^{-|y_i - y_0|}$ , 则信息量计算公式为

$$I_i = \text{lbe}^{|y_i - y_0|} \quad (8)$$

(2) 当设计范围和评价指标均为定性描述时,将设计范围的隶属函数曲线所围成的面积定义为模糊设计范围,系统范围的隶属函数曲线围成的面积定义为模糊系统范围,模糊设计范围与模糊系统范围相交的部分定义为模糊公共范围,那么此公共范围就是能满足功能要求的部分。其隶属函数曲线如图4所示。

此时,信息量的计算公式为

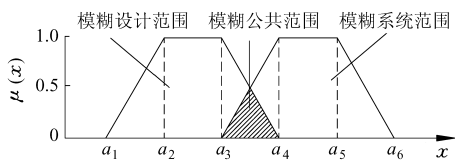


图 4 定性指标设计范围和系统范围隶属函数曲线

Fig. 4 Membership function of design and system range of qualitative indicators

$$I_i = -\text{lb} \frac{G_i}{X_i} \quad (9)$$

式中  $G_i$ ——模糊公共范围

$X_i$ ——模糊系统范围

(3) 当设计范围或评价指标值之一为定量值而另一个为定性语言标度,例如设计范围为某个区间,评价指标却是一个定量的描述,这时不能用式(8)或式(9)计算其信息量,此时就需要利用上述四元组隶属函数的算法计算出评价指标在某一区间范围内的隶属度  $\mu(x)$ ,这时的隶属度就相当于功能要求满足设计参数成功概率  $P$ ,此时信息量为

$$I_i = \text{lb} \frac{1}{\mu_i(x)} = -\text{lb} \mu_i(x) \quad (10)$$

由上所述,基于模糊信息公理的信息量计算过程可分为:①确定与待设计产品相匹配的评价指标集,对于定性指标,给出与产品性能相符合的语言标度集。②确定每个评价指标的设计范围和系统范围,利用四元组形式并将语言标度用模糊数表示,作出隶属函数曲线。③分析规定的设计范围与评价指标的性质。如果两者都是定量表示,则用式(8)直接计算该指标信息量;如果两者都是定性的表示,则需要根据隶属函数曲线用式(9)计算信息量;如果两者中一个为定性而另一个为定量,则根据隶属函数用式(10)计算其信息量。④重复第 3 步,求出指标体系中每个评价指标的信息量,按式(7)求出设计方案的总信息量。最后选择总信息量最小的方案为最佳设计方案。

利用基于信息公理的模糊信息公理评价方法对设计方案进行评价,克服了传统信息公理中定性指标信息量难以计算的缺点,实现了对包含各种类型指标的设计方案进行全面的评价。

### 3 应用实例

#### 3.1 实例求解

利用基于模糊信息公理的设计方案评价理论,对文献[7]中的实例进行评价。在减速器的设计中,设计目标是减速大功率传动、转速高、传动平稳、结构紧凑。对于该传动系统的运动转换机构,提供 3 个可选方案:方案 I 为槽轮机构;方案 II 为凸轮间隙

运动机构;方案 III 为不完全齿轮机构。将各种不同类型的指标转换为统一的效益型指标,不能定量描述的各评价指标分为“好”、“较好”、“一般”、“较差”、“差”5 个评价等级,则减速器机械传动系统的具体评价指标体系如表 1 所示。

表 1 减速器机械传动系统设计评价指标及因素表

Tab.1 Evaluation indicator of mechanical driven system of the decelerator

评价指标集	方案 I	方案 II	方案 III
传动精度	0.93	0.90	0.95
承载能力	0.95	0.85	0.92
环境适应性	较好	较好	好
传动效率	0.93	0.90	0.95
结构复杂性	一般	一般	一般
可制造性	0.87	0.85	0.89
可靠性	一般	较好	好
减振降噪性	较好	较好	一般
可操作性	0.95	0.90	0.95

根据用户需求确定各评价指标的设计范围:传动精度要达到 0.96 以上;承载能力要达到 0.96 以上;传动效率要要达到 0.97 以上;可制造性要在较好以上;可靠性要达到较好以上;可操作性要达到 0.93 以上;环境适应性、结构复杂性和减振降噪性可以不作重点要求,其模糊设计范围可以认为是整个评价等级范围。设计范围确定后,根据各方案能达到的系统范围,利用以上计算方法分别计算各指标信息量。为节省篇幅,此处不给出计算过程,仅列出最后的信息量计算结果,如表 2 所示。

表 2 减速器机械传动系统设计方案评价信息量计算结果

Tab.2 Information content of mechanical driven system of the decelerator

评价指标集	方案 I	方案 II	方案 III
传动精度	0.043 2	0.086 6	0.014 4
承载能力	0.014 4	0.158 0	0.057 7
环境适应性	0.392	0.392	0.070
传动效率	0.058	0.101	0.029
结构复杂性	0.700	0.700	0.700
可制造性	0.515	1.000	0.152
可靠性	3.169	1.169	0.169
减振降噪性	0.392	0.392	0.807
可操作性	0.028 6	0.086 6	0.028 6
	$I_{\Sigma 1} = 5.312$	$I_{\Sigma 2} = 4.085$	$I_{\Sigma 3} = 2.208$

#### 3.2 结果分析

由表 2 可以看出,3 个设计方案中,方案 III 的总信息量最小,所以按照模糊信息公理的要求,方案 III 为最佳的设计方案。而文献[7]的结果是方案 I 为

最好设计,之所以产生不同的评价结果,主要是因为文献[7]仅用信息公理计算信息量对设计方案进行评价,将有些定性的评价指标直接离散成定量的数值,没有考虑语言标度的模糊性,造成了某些信息的丢失,从而使得计算结果不够精确。

通过以上案例分析可以看出,该评价方法不需要确定各评价指标的相对权重,避免了人为定权给方案评价带来的影响。并且能对包含了定性指标的方案进行评价,充分考虑利用语言标度表示定性指标时的模糊性。该方法只需要根据待设计产品性能给出各指标的设计范围以及设计参数能够满足其功能要求的系统范围,然后根据不同情况计算各设计方案信息量,最后再比较各设计方案的总信息量以

确定最佳方案,实现了方案评价的柔性,使得设计过程中设计方案的评价更为准确。

#### 4 结束语

本文在分析利用信息公理评价设计方案的特点的基础上,针对信息公理难以计算定性指标信息量的问题,将模糊数学中的隶属函数引入到设计方案的评价过程中,提出了基于信息公理的模糊信息公理评价模型,利用该模型进行方案评价,既克服了信息公理中复杂设计方案信息量难以计算的缺点,也解除了一般综合评价中确定评价指标权重时的主观因素对评价结果带来的影响。实例验证了基于信息公理的模糊信息公理评价方法的可行性和有效性。

#### 参 考 文 献

- 俞国燕,郑时雄,黄平. 复杂工程设计综合评价系统研究[J]. 机械科学与技术,2001,20(1):6~9.  
Yu Guoyan, Zheng Shixiong, Huang Ping. Study on comprehensive evaluation system for complex engineering design[J]. Mechanical Science and Technology, 2001,20(1):6~9. (in Chinese)
- 魏效玲,曹庆奎,潘越. 产品性能评价模型研究[J]. 机械工程学报,2004,40(6):91~94.  
Wei Xiaoling, Cao Qingkui, Pan Yue. Evaluate model of produce function[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004,40(6):91~94. (in Chinese)
- Nagasawa S. Application of fuzzy theory to value engineering[J]. Computer & Industrial Engineering, 1997,33(3~4):565~568.
- Suh N P. 公理设计-发展与应用[M]. 谢友柏,袁小阳,徐华,等,译. 北京:机械工业出版社,2004.
- 向东,段广洪,汪劲松,等. 公理性设计在绿色工艺选择中的应用[J]. 中国机械工程,2000,11(9):972~976.  
Xiang Dong, Duan Guanghong, Wang Jinsong, et al. Application of the axiomatic design in green process selection[J]. China Mechanical Engineering, 2000,11(9):972~976. (in Chinese)
- Marting H, Li L. Axiomatic design in ergonomics and an extension of the information axiom[J]. Journal of Engineering Design, 2002,13(4):321~340.
- 朱龙英,朱如鹏,刘正坝. 基于信息公理的产品设计方案评价方法[J]. 南京航空航天大学学报,2005,37(3):386~391.  
Zhu Longying, Zhu Rupeng, Liu Zhengxun. Evaluation method for product design schemes based on information axiom[J]. Journal of Nanjing University Aeronautics & Astronautics, 2005,37(3):386~391. (in Chinese)
- 张建军,张利,徐娟,等. 产品概念空间形式化描述与概念设计方案评价方法[J]. 农业机械学报,2008,39(3):148~153.  
Zhang Jianjun, Zhang Li, Xu Juan, et al. Formalized description of product conceptual space and appraisal method of conceptual design plan[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008,39(3):148~153. (in Chinese)
- 曹鹏彬,肖人彬,库琼. 公理设计过程中耦合设计问题的结构化分析方法[J]. 机械工程学报,2006,42(3):46~55.  
Cao Pengbin, Xiao Renbin, Ku Qiong. Structural analytical approach to coupled design in design with axiomatic design[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006,42(3):46~55. (in Chinese)
- 蔡池兰,肖人彬. 公理设计下基于系统创新思维的解耦方法[J]. 机械工程学报,2006,42(11):184~189.  
Cai Chilan, Xiao Renbin. Structured approach to decouple coupled design in axiomatic design based on SIT[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006,42(11):184~189. (in Chinese)
- 杜义贤,田启华. 基于神经网络的模糊综合评价方法[J]. 系统工程与电子技术,2005,27(9):1583~1586.  
Du Yixian, Tian Qihua. Performance evaluation for mechanical products based on fuzzy neural network[J]. Systems Engineering and Electronics, 2005,27(9):1583~1586. (in Chinese)