

气体离心机流场模拟中源汇的耦合

魏春琳, 曾 实, 姜东君

(清华大学 工程物理系, 北京 100084)

摘要: 用源汇模拟同位素分离气体离心机流场的供取料驱动和机械驱动是离心机流场计算中的方法之一。通过重新推导流体动力学方程组中的源汇表达式, 得到不同的表达式。推导出的表达式反映了源汇之间的互相关联以及流场与源汇之间的互相影响, 即源汇耦合, 这些在以往的计算过程中均被忽略。由于考虑了源汇耦合, 使得计算过程中部分源汇成为未知量, 需在流场求解过程中予以确定。通过比较有无考虑源汇耦合计算得到的离心机流场可知, 不考虑源汇耦合得到的结果虽能反映出分离室中流动基本规律, 但数值上存在差异, 得到的分离功也有较大差别。因此, 计算过程中应考虑源汇的耦合。

关键词: 气体离心机; 流场; 源汇; 分离功

中图分类号: TL25.2

文献标志码: A

文章编号: 1000-6931(2008)04-0373-06

Coupling of Sources and Sinks in Flow Field Simulation of Gas Centrifuge

WEI Chun-lin, ZENG Shi, JIANG Dong-jun

(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The sources and sinks are used to simulate the mechanical drives and the drives of the feed and withdrawals in the simulation of the flow field of a gas centrifuge for isotope separation. The new sources and sinks terms in the hydrodynamic equations are re-derived, which are different from those used in the literature. The new terms reflect the association of a type of sources and sinks with another type of sources and sinks, and the interaction of sources and sinks with the flow field, which is referred to as the coupling of the sources and sinks. Due to the coupling, which is not taken into account before, some sources and sinks terms become unknowns, which have to be determined along with the solution of the flow field. Comparing the results with and without the consideration of the coupling, it is shown that the basic flow patterns in the separation chamber are similar, but the values of the flow quantities are different and so the separative power has a quite big difference. So the sources and sinks coupling should be taken into account in the simulation of the flow field of gas centrifuges.

Key words: gas centrifuge; flow field; sources and sinks; separative power

气体离心机是离心法分离同位素的主要设备,它的基本部件是一高速旋转的圆柱体(转子),靠带动气体旋转产生的强离心力的作用达到分离的目的。为提高分离效率,离心机内采用了类似于精馏塔中的轴向环流流动以获得轴向倍增效应来提升分离能力。离心机内轴向环流流动的驱动因素主要有热驱动、机械驱动和供取料驱动^[1]。热驱动指在离心机的侧壁和端盖处存在与平均温度不同的温度值,利用气体温度不同时的密度分布差异而产生轴向运动,是最为简单的驱动方式。机械驱动是由于离心机取料支臂对离心机中旋转流体的阻碍致使支臂附近气体的转速低于其他部位气体的转速而产生。供料驱动是由于离心机运转过程中供料和取料的不间断对离心机内流场的扰动产生的驱动。机械驱动和供取料是较为复杂的驱动方式。现有的测量手段难以在不干扰流场的情况下测量出离心机内流场分布情况,所以,对离心机流场的研究最主要的方法是进行模拟计算。不断优化计算方法、改进计算模型是更准确得到离心机流场的关键。

在气体离心机流场数值模拟中,对机械驱动和供取料驱动模拟常用的一种方法是在计算方程中添加源汇项,以描述支臂及供取料量对流场动量、能量及质量守恒的影响^[2-3]。这种方法可任意指定供取料的位置,且可很直观地给出供取料等量的值。但在已有的文献中,源汇均以已知量的形式给定,即可先给定,不考虑源汇之间的关联并忽略流场对源汇的影响,这样尽管简单有效,但其缺点较突出,计算结果存在较大误差,同时又直接影响到对驱动条件的优化,甚至给出无法实现的优化结果。

为解决上述问题,本文将从守恒定律出发,推导气体离心机流体动力学方程组中各方程的源汇项的完整表达式,将源汇之间的关联和流场对源汇的影响纳入考虑,比较分析已有的源汇处理方法可能带来的差别,探讨改进模拟离心机流场的方法。

1 源汇表达式的推导

为得到源汇之间以及流场与源汇之间的互相关联,需在对流体动力学方程组的推导过程中完整考虑源汇的影响,不忽略源汇的存在。

现以动量源汇表达式的推导为例进行说明。流场质量守恒,满足连续性方程,为:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = m_0 \tag{1}$$

其中: m_0 为质量源汇,如供料或取料。

由动量守恒定律和牛顿第二定律可得到流体动力学方程组中的动量方程,为:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \right) + \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = \\ - \nabla p + \frac{\mu}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \end{aligned} \tag{2}$$

式中: \mathbf{v} 为速度矢量; ρ 为密度; p 为压强; μ 为动力粘性系数,忽略第2粘性系数; t 为时间。

根据离心机供料模型,供料从供料口出,自身存在着一定动量,因此,可在动量方程中引入动量源 m_1 描述供料速度对于动量场的影响。 m_1 也可表示动量汇,其物理意义是支臂对流场的阻碍作用或取料对动量场的影响。式(2)左端的第1项括号内即为连续方程式(1)的左端,将其代入式(2),可得到:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = - \nabla p + \frac{\mu}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \\ \mu \nabla^2 \mathbf{v} + m_1 - \mathbf{v} \cdot m_0 \end{aligned} \tag{3}$$

从上面动量方程的表达式可看出,动量方程的右端出现了两个源项,一项是由于供料的存在,流场试图使其速度变成 \mathbf{v} ,损耗了当地的动量,也即质量源对动量场的影响;另一项是供料本身所带动量对动量场的影响。这两项组成了动量源汇表达式。类似地,利用能量守恒和第一热力学定律可推导出能量守恒方程以及其中的能量源汇表达式。由各守恒定律得到的源汇表达式如下。

对质量守恒,有:

$$\mathbf{S}_0 = m_0 \tag{4}$$

对动量守恒,有:

$$\mathbf{S}_1 = m_1 - m_0 \cdot \mathbf{v} \tag{5}$$

对能量守恒,有:

$$S_2 = m_2 - \left(c_p T - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}{2} \right) \cdot m_0 - \mathbf{v} \cdot m_1 \tag{6}$$

式中: T 为温度; c_p 为比定压热容。

从以上各式可看出,各方程的源汇之间互相关联,且与当地的物理量相关。以动量源汇为例,源汇由两部分组成: m_1 ,计算中作为已知条件给出,且固定不变,如供取料本身的速度

等; $m_0 \cdot v$, 由质量源引起, 且与当地速度相关, 其大小无法直接计算, 必须通过与流场联立求解得到, 这表明质量源的存在将会导致动量源的产生, 对已有的动量源产生影响, 并与流场相互作用。因此, 只要存在质量源汇, 动量和能量方程中就会有质量源汇的影响; 同样, 动量源汇会对能量源汇造成影响。这些源汇之间的关联和与流场之间的影响在已有的研究中被忽略了, 且源汇和流场之间存在相互影响, 这将增加流场求解的难度。

为方便比较, 当用式(4)~(6)进行计算时, 称为考虑源汇耦合; 当忽略计算过程中的未知部分时, 称为不考虑源汇耦合。

2 流场计算方法

根据离心机内流场的特点, 可将离心机的流场分解为等温刚体旋转和扰动流场的迭加, 根据传统的小扰动假设线性化方程简化流场计算。等温刚体旋转是指离心机内气体不受到扰动时, 整体与转子以相同的角速度绕转子轴旋转, 此时的气体除旋转外无其他宏观运动, 而由外界驱动引起的气体流动称为扰动流场。因此, 离心机内流场的变量可表示为:

$$\hat{r} = r_a r \quad (7)$$

$$\hat{z} = r_a z \quad (8)$$

$$\hat{t} = \tau / \Omega \quad (9)$$

$$\hat{v}_r = \Omega r_a u \quad (10)$$

$$\hat{v}_\theta = \Omega r_a (r + v) \quad (11)$$

$$\hat{v}_z = \Omega r_a w \quad (12)$$

$$\hat{p} = \hat{p}_0 (1 + p) \quad (13)$$

$$\hat{\rho} = \hat{\rho}_0 (1 + \rho) \quad (14)$$

$$\hat{T} = \hat{T}_0 (1 + T) \quad (15)$$

以上各式中, 带“ $\hat{\cdot}$ ”表示的是有量纲的变量; 不带“ $\hat{\cdot}$ ”者, 为无量纲变量; 下标“0”表示等温刚体状态下流场的解; r_a 为转子半径; Ω 为转子角速度; \hat{r} 为径向坐标; \hat{z} 为轴向坐标; \hat{v}_r 、 \hat{v}_θ 、 \hat{v}_z 为径向、角向和轴向速度分量; u 、 v 、 w 为 3 个无量纲速度; \hat{t} 为时间。

等温刚体解的表达式为:

$$\hat{\rho}_0 = \hat{\rho}_w \epsilon_0 \quad (16)$$

$$\hat{p}_0 = \hat{p}_w \epsilon_0 \quad (17)$$

$$\epsilon_0 = e^{A^2(r^2-1)} \quad (18)$$

$$A^2 = \frac{\Omega^2 r_a^2}{2RT_0} \quad (19)$$

其中: $\hat{\rho}_w$ 、 \hat{p}_w 分别为侧壁处的密度和压强; ϵ_0 为指数项, 表示密度和压强沿径向的压缩程度。

将以上各物理量的表达式代入式(4)~(6), 可得到各方程中无量纲源汇表达式, 为:

$$S_0 = \frac{\hat{m}_0}{\rho_w \Omega} \quad (20)$$

$$S_u = \frac{\hat{m}_u}{\rho_w \Omega^2 r_a} - u S_0 \quad (21)$$

$$S_v = \frac{\hat{m}_v}{\rho_w \Omega^2 r_a} - (r + v) S_0 \quad (22)$$

$$S_w = \frac{\hat{m}_w}{\rho_w \Omega^2 r_a} - w S_0 \quad (23)$$

$$S_2 = \frac{\hat{m}_2}{\rho_w \hat{T} R \Omega} - T S_0 + \frac{(\Omega r_a)^2}{\hat{T} R} \cdot (\gamma - 1) \cdot$$

$$\left(\frac{r^2}{2} + r v \right) \cdot S_0 - \frac{(\Omega r_a)^2}{\hat{T} R} \cdot (\gamma - 1) \cdot$$

$$(u S_u + (r + v) S_v + w S_w) \quad (24)$$

其中: S_u 、 S_v 、 S_w 分别为 S_1 在径向、角向和轴向的 3 个分量; \hat{m}_u 、 \hat{m}_v 、 \hat{m}_w 分别为动量在 u 、 v 、 w 3 个方向的源汇; R 为气体常数; γ 为比热比。

式(20)~(24)组成了离心机流场计算过程中完整的源汇表达式。从这些式中可看出, 除质量源汇外, 动量和能量源汇均与流场相关。在计算过程中, 需同时对源汇进行求解。用有限体积法对离心机流体动力学方程组进行离散并求解。离心机模型选用 Iguassu 模型, 转子半径 0.06 m, 转子高 0.48 m, 转速 600 m/s, 其他数据参考文献[4]。转子示意图与计算区域网格示意图如图 1 所示。图 1 中, M 和 N 分别为径向和轴向的网格数。在各种驱动条件下获

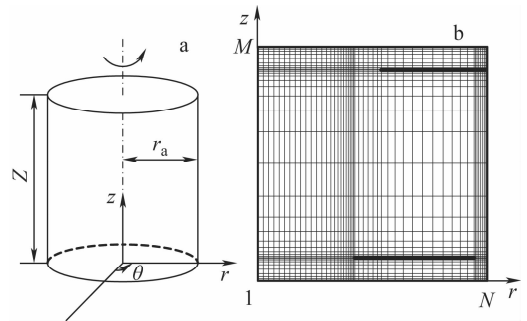


图 1 转子(a)和网格(b)示意图

Fig. 1 Model of rotor (a) and grid (b)

得的离心机内流场详情参见文献[5]。

3 计算结果及其分析

对两种驱动条件进行计算和对比分析。第1种是流场中只存在质量源汇的情况,忽略取料量的速度等量;第2种是考虑流场中热驱动、质量源汇和动量源汇多种驱动共同存在的情况。

在给出计算结果前,对本文中计算条件的描述进行如下说明:由得到的源汇表达式可知,在流场中,除能量源汇外,其他源汇不会单独存在,即只有能量源汇在动量方程和连续性方程中直接体现出作用。为清楚描述计算条件,计算条件中提到的单一源汇或多种源汇,针对的是源汇中已知部分 \hat{m}_0 、 \hat{m}_1 等,如上面提到的第1种计算条件假设流场中只存在质量源汇,是指 \hat{m}_0 不为0, \hat{m}_u 、 \hat{m}_v 、 \hat{m}_w 和 \hat{m}_2 取为0,而源汇中未知部分则作为未知量进行计算。

3.1 流场中仅存在质量源汇

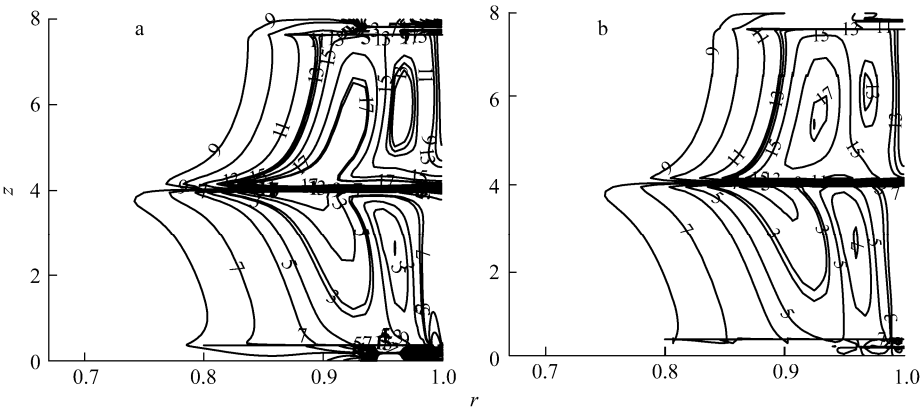
流场中的质量源汇用于描述离心机的供取料量。供取料,对应于离心机内气体质量增减,根据质量守恒,离心机内的质量源和质量汇必须同时存在,且总量相等。由源汇表达式(20)~(24)可知,质量源汇是影响面最广的源汇。只要存在质量源汇,则相应的动量源汇和能量源汇均会出现。因此,首先对离心机内存在质量源汇的情况进行研究。为能说明不考虑源汇耦合对流场计算结果的影响,计算过程中

将对考虑源汇耦合和不考虑源汇耦合的结果进行对比说明。

计算条件为离心机供料量 12 mg/s,分流比 0.5,对应于无量纲离心机供料量源为 3×10^{-6} 。图2示出在两种计算方法下得到的离心机内流线图,图中流线上的数字表示流函数数值相等。

由图2可知,考虑源汇耦合得到的流线更为密集,流函数值变化范围更大。在中心截面处,由供料驱动形成的环流梯度大,且集中。两种计算结果在分离室内的流动规律类似,在流场的上半部分(浓化段),流函数为正值,形成的是顺时针的环流,而在下半部分(贫化段)则相反,为逆时针环流。考虑源汇耦合后,在贫挡板靠近侧壁开口处形成了明显的环流。在取料口附近,形成了很强的环流,尤其是上端盖处的精料室内,可清楚观察到两种结果的区别。离心机的分离室的流场分布对离心机分离能力有很大影响,这里主要比较分离室内的流场。图3示出了在离心机分离室内轴向质量通量分布。

由图3可看出,考虑源汇耦合和不考虑源汇耦合得到的轴向质量通量径向分布规律基本一致,但考虑源汇耦合的轴向质量通量比不考虑源汇耦合的轴向质量通量大。图3a所示轴向位置处,两者的轴向质量通量在侧壁附近存在差异,考虑源汇耦合,则在侧壁附近存在正的轴向质量通量,而不考虑源汇耦合,则为负的轴



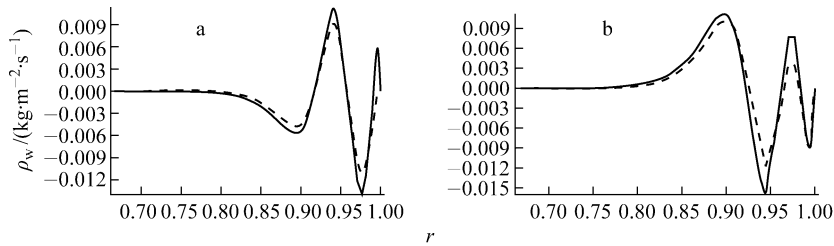


图3 仅存在质量源汇分离室贫化段($z=2.1$)处(a)和浓化段($z=6.1$)处(b)轴向质量通量径向分布

Fig.3 Radial distributions of axial mass flux at position of $z=2.1$ (a) and 6.1 (b) only under mass sources and sinks

实线——考虑源汇耦合;虚线——不考虑源汇耦合

向质量通量。因分离室中靠近侧壁处的流动会受到贫挡板靠近壁面开口处流动的影响,当不考虑源汇耦合时,贫挡板处沿轴向正向的流动弱,即质量通量值小,分离室中受到影响范围小($z<1$);考虑了源汇表达式后,贫挡板处的正向流动得到加强,分离室中侧壁附近处存在正向流动的范围增加,在 $z=2.1$ 位置处,轴向质量通量出现了差异,考虑源汇耦合的计算结果在靠近侧壁处存在正向流动。

利用改进径向平均法^[1]可对离心机的丰度场进行估算,以得到离心机分离功。供料量为12 mg/s时,不考虑其他驱动条件,考虑源汇耦合计算得到的离心机的分离功为0.047 2 kg·SWU/a,不考虑源汇耦合时为0.033 7 kg·SWU/a,两种方法得到的分离功相对偏差约为29%。这里给出分离功只是为说明考虑耦合和不考虑耦合的差异,并不是结合实际的计算结果。因只考虑供料驱动形成的流场,且未进行优化,因此,计算得到的分离功率均较小。

3.2 多种驱动共存时流场分析

离心机内多种驱动共存是使得离心机内流场计算复杂的原因之一。只考虑供料量时的流场计算结果表明,考虑源汇耦合与不考虑源汇耦合得到的分离室内的流动规律一致,但存在数值上的差异。现就离心机同时存在热驱动、质量源汇和动量源汇的流场进行计算。考虑上下端盖和侧壁存在温度扰动, $\Delta T/T_0=0.01$ (ΔT 为温度扰动, T_0 为初始温度),侧壁处温度扰动值呈线性分布,上下边界与对应端盖处温度相同。离心机供料量为12 mg/s,分流比为0.5,取料点处均存在 10^{-2} 的动量汇。由式(20)~(24)可知,因耦合,源汇中存在与未知量相关的量,流场不同所引起的源汇大小也不同,多种源汇共存的计算结果与单个源汇存在时的结果之间不再存在线性迭加关系。计算过程中需同时考虑多种源汇存在。图4为两种计算方法得到的流线图,图5为分离室贫化段与浓化段轴向质量通量径向分布。

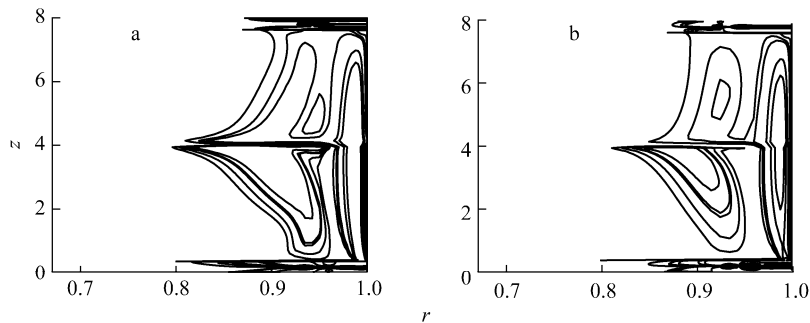


图4 多种源汇共存时考虑源汇耦合(a)与不考虑源汇耦合(b)流线图

Fig.4 Streamline figure with (a) and without (b) consider of couple under many sources and sinks

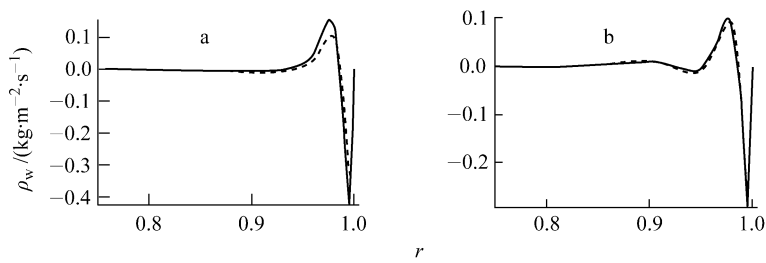


图5 多种源汇共存时分离室贫化段 $z=2.1$ 处(a)和
浓化段 $z=6.1$ 处(b)轴向质量通量径向分布
Fig. 5 Radial distributions of axial mass flux
at position of $z=2.1$ (a) and 6.1 (b) under many sources and sinks
实线——考虑源汇耦合;虚线——不考虑源汇耦合

两种计算方法得到的流线图显示:流体在分离室内流动以供料形成的上下环流和侧壁处由侧壁温度驱动形成的环流为主;在取料室内,由取料形成的流动为主,且取料室内的流函数大于分离室中的流函数。从流线图仍可看出,两种计算方法得到的分离室中侧壁环流的形状有区别,尤其是在分离室的下半部分靠近贫料挡板的侧壁开孔处的区别更为明显。考虑源汇耦合得到的环流范围大于不考虑源汇耦合的范围,考虑源汇得到的轴向质量通量大于不考虑源汇耦合的计算结果,在贫化段,计算结果前的差别更为明显。

利用考虑源汇耦合得到的流场计算得到的离心机的全分离系数为 1.211,分离功为 1.147 kg·SWU/a;不考虑源汇耦合计算得到的流场所对应的离心机全分离系数为 1.189,分离功为 0.941 kg·SWU/a,即若不考虑源汇耦合,全分离系数则相差 2%,分离功相差 18%。

4 结论

本文从守恒定律出发,重新推导了离心机流体动力学方程组中各方程中的源汇表达式,且将其应用于流场计算。与已有的计算方法进行比较,得到了如下结论:

1) 流场中源汇之间以及源汇与流场之间互相耦合,由于耦合,源汇中存在与流场相关的

未知量,需求解流场才能确定,且不能线性叠加,这些在以往计算中均未予以考虑;

2) 比较不考虑与考虑源汇耦合的计算结果表明,如忽略耦合,得到的离心机分离室内的流场与不忽略时的流场大致相同,但数值上存在明显差别,在所对应分离功上的差别也较大。

因此,为能准确得到离心机内流场的分布规律,计算过程中需考虑源汇之间的耦合以及流场与源汇之间的关联。

参考文献:

[1] 张存镇. 离心分离理论[M]. 北京:原子能出版社,1987.
[2] WOOD H G, SANDERS G. Rotating compressible flows with internal sources and sinks[J]. J Fluid Mech, 1983, 127: 299-313.
[3] WOOD H G. Analysis of feed effects on a single-stage gas centrifuge cascade[J]. Separation Science and Technology, 1995, 30 (13): 2 631-2 657.
[4] KAI T. Numerical calculation of flow and isotope separation for SF6 gas centrifuge[J]. J Nucl Sci Technol, 2000, 37: 153-165.
[5] 魏春琳,曾实. 离心机流场非稳态过程的初步数值模拟[J]. 同位素, 2006, 19(1): 7-11.
WEI Chunlin, ZENG Shi. Numerical simulation of the unsteady progress in centrifuge[J]. Journal of Isotopes, 2006, 19(1): 7-11(in Chinese).