

左手材料纤芯双包层光纤的传输特性*

沈陆发^{1,2}, 王子华¹

(1 上海大学 通信与信息工程学院, 上海 200072)

(2 湖州师范学院 理学院, 浙江 湖州 313000)

摘 要:对纤芯为左手材料, 内包层和外包层都为右手材料的双包层光纤进行了分析. 在弱导情况下, 且不考虑介质损耗, 由亥姆霍兹方程出发, 得到了 HE、EH、TE 和 TM 导模的色散方程, 并在远离截止条件下, 对其进行简化. 所有的 TE 和 TM 模都是简并的. 分别讨论了内包层折射率和厚度对该左手材料光纤最低阶导模的影响, 画出了各自的色散曲线, 并和右手材料光纤导模相应色散曲线进行了比较, 发现左手材料光纤的低阶导模具有反常的色散特性.

关键词:双包层光纤; 左手材料; 右手材料; 特征方程

中图分类号: TN252

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2008)08-1553-5

0 引言

许多学者已经对含左手材料的平面波导的传输特性进行了研究^[1-5]. 但对左手材料光纤传输特性的研究并不多. 浙江大学何金龙等对左手材料光纤导模的异常特性进行了分析^[6], Cory H 和 Blum T 对左手材料光纤的表面波特进行了研究^[7], 得到了有别于右手材料光纤的部分特性.

本文在单包层光纤研究的基础上, 研究含左手材料的双包层光纤的导模特性. 从亥姆霍兹方程出发, 在弱导的条件下, 求得 HE、EH、TE 和 TM 模的色散方程, 且进行了简化. 画出了左手材料光纤导模的色散曲线, 且和右手材料光纤的相应导模曲线进行了比较, 得到了纤芯为左手材料, 内包层和外包层都是右手材料的双包层光纤的导模异常特性.

1 色散方程

双包层光纤由三部分组成, 即纤芯、内包层和外包层, 如图 1. 纤芯由左手材料组成, 它的介电常数 ϵ_1 、磁导率 μ_1 和折射率 n_1 都小于零. 内包层和外包层由右手材料组成, 它们的介电常数 (ϵ_2 、 ϵ_3), 磁导率 (μ_2 、 μ_3) 和折射率 (n_2 、 n_3) 都大于零. 其下脚标“2”对应于内包层, “3”对应于外包层. 假设 $\mu_2 = \mu_3 = -\mu_1 = \mu_0$ (真空中的磁导率); $n_2 = a|n_1|$, $n_3 = b|n_1|$. 其中 a, b 为常数且 $0 < a < b < 1$, $1 - a \ll 1$; 纤芯的半径和内包层的厚度分别为 T 和 δT , 外包层延伸至无穷远.

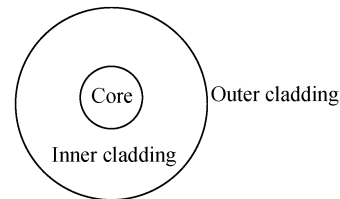


图 1 双包层光纤的截面

Fig. 1 Geometry of the doubly clad optical fiber

采用极坐标系, 且设场随时间和 z 向的变量为 $\exp j(\omega t - \beta z)$. 为了简化, 常将它省略. 在右手材料光纤中, 一般有 HE 模、EH 模、TE 模和 TM 模. 在左手材料光纤中, 也沿用普通光纤的分类方法^[8]. 根据亥姆霍兹方程, 利用弱导的条件 ($a \approx b \approx 1$), 纵向场分量可表示为

$$\left. \begin{aligned} E_{z1} &= A J_m(ur/T) \cos m\theta \\ H_{z1} &= \pm A |n_1| \sqrt{\epsilon_0/\mu_0} J_m(ur/T) \sin m\theta \end{aligned} \right\} (r < T) \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{z2} &= [BI_m(\hat{\omega}r/T) + CK_m(\hat{\omega}r/T)] \cos m\theta \\ H_{z2} &= \pm |n_1| \sqrt{\epsilon_0/\mu_0} [BI_m(\hat{\omega}r/T) + CK_m(\hat{\omega}r/T)] \sin m\theta \end{aligned} \right\} (T < r < (1 + \delta)T) \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{z3} &= DK_m(\omega r/T) \cos m\theta \\ H_{z3} &= \pm D |n_1| \sqrt{\epsilon_0/\mu_0} K_m(\omega r/T) \sin m\theta \end{aligned} \right\} (r > (1 + \delta)T) \quad (3)$$

在 H_z 的表达式中, 上面的“+”号, 对应于 HE 模; 下面的“-”号, 对应于 EH 模. $u^2 = (n_1^2 k_0^2 - \beta^2) T^2$, $\hat{\omega} = (\beta^2 - n_2^2 k_0^2) T^2$, $\omega^2 = (\beta^2 - n_3^2 k_0^2) T^2$, $m = 0, 1, 2, 3 \dots$. A、B、C、D 都是常数. 根据 Maxwell 方程组, 利用纵向场分量, HE 模的切向电场强度分量 E_θ 为

$$E_{\theta 1} = \frac{j\beta A T^2}{u^2} \left[-\frac{u}{T} J'_m(ur/T) + \frac{m}{r} J_m(ur/T) \right] \sin m\theta \quad (r < T) \quad (4)$$

*国家自然科学基金(60477032)、上海市重点学科建设项目(T0102)和上海大学研究生创新基金资助
Tel: 021-56333252 Email: shenlufa0410@sina.com
收稿日期: 2007-03-20

$$E_{\theta 2} = -\frac{j\beta T^2}{\hat{\omega}} \left\{ \frac{\hat{\omega}}{T} [BI'_m(\hat{\omega}r/T) + CK'_m(\hat{\omega}r/T)] + \frac{m}{r} K_m(\omega r/T) \right\} \sin m\theta \quad (r > (1+\delta)T) \quad (6)$$

$$\frac{m}{r} [BI_m(\hat{\omega}r/T) + CK_m(\hat{\omega}r/T)] \sin m\theta \quad (T < r < (1+\delta)T) \quad (5)$$

利用 E_z 和 H_z 在 $r=T$ 和 $r=(1+\delta)T$ 的连续性条件, 消去常数 A, D . 同时, 利用 E_θ 在 $r=T$ 和 $r=(1+\delta)T$ 的连续性条件, 可以得到

$$E_{\theta 3} = -\frac{j\beta DT^2}{\omega^2} \left[\frac{\omega}{T} K'_m(\omega r/T) + \right.$$

$$\left. \begin{matrix} K_m(\hat{\omega}) \left[\frac{J_{m+1}(u)}{uJ_m(u)} - \frac{K_{m-1}(\hat{\omega})}{\hat{\omega}K_m(\hat{\omega})} \right] & I_m(\hat{\omega}) \left[\frac{J_{m+1}(u)}{uJ_m(u)} + \frac{I_{m-1}(\hat{\omega})}{\hat{\omega}I_m(\hat{\omega})} \right] \\ K_m(s\hat{\omega}) \left[\frac{K_{m-1}(s\omega)}{s\omega K_m(s\omega)} + \frac{K_{m-1}(s\hat{\omega})}{s\hat{\omega}K_m(s\hat{\omega})} \right] & I_m(s\hat{\omega}) \left[\frac{K_{m-1}(s\omega)}{s\omega K_m(s\omega)} + \frac{I_{m-1}(s\hat{\omega})}{s\hat{\omega}I_m(s\hat{\omega})} \right] \end{matrix} \right] \begin{matrix} [B] \\ [C] \end{matrix} = 0 \quad (7)$$

因为方程(7)有非零解, 所以 HE 模的特征方程为

$$\left| \begin{matrix} K_m(\hat{\omega}) \left[\frac{J_{m+1}(u)}{uJ_m(u)} - \frac{K_{m-1}(\hat{\omega})}{\hat{\omega}K_m(\hat{\omega})} \right] & I_m(\hat{\omega}) \left[\frac{J_{m+1}(u)}{uJ_m(u)} + \frac{I_{m-1}(\hat{\omega})}{\hat{\omega}I_m(\hat{\omega})} \right] \\ K_m(s\hat{\omega}) \left[\frac{K_{m-1}(s\omega)}{s\omega K_m(s\omega)} + \frac{K_{m-1}(s\hat{\omega})}{s\hat{\omega}K_m(s\hat{\omega})} \right] & I_m(s\hat{\omega}) \left[\frac{K_{m-1}(s\omega)}{s\omega K_m(s\omega)} + \frac{I_{m-1}(s\hat{\omega})}{s\hat{\omega}I_m(s\hat{\omega})} \right] \end{matrix} \right| = 0 \quad (8)$$

在方程(1)~(3)中, H_z 的右边取负号, 利用相同的方法, 可得 EH 模的特征方程为

$$\left| \begin{matrix} K_m(\hat{\omega}) \left[\frac{J_{m-1}(u)}{uJ_m(u)} + \frac{K_{m+1}(\hat{\omega})}{\hat{\omega}K_m(\hat{\omega})} \right] & I_m(\hat{\omega}) \left[\frac{J_{m-1}(u)}{uJ_m(u)} - \frac{I_{m+1}(\hat{\omega})}{\hat{\omega}I_m(\hat{\omega})} \right] \\ K_m(s\hat{\omega}) \left[-\frac{K_{m+1}(s\omega)}{s\omega K_m(s\omega)} + \frac{K_{m+1}(s\hat{\omega})}{s\hat{\omega}K_m(s\hat{\omega})} \right] & -I_m(s\hat{\omega}) \left[\frac{K_{m+1}(s\omega)}{s\omega K_m(s\omega)} + \frac{I_{m+1}(s\hat{\omega})}{s\hat{\omega}I_m(s\hat{\omega})} \right] \end{matrix} \right| = 0 \quad (9)$$

当 $m=0$ 时, 导模有 TE 模和 TM 模. 对于 TE 模, 在方程(1)~(3)中, 令 $E_z=0$; 对于 TM 模, 在方程(1)~(3)中令 $H_z=0$, 通过类似的处理方法, 可以得到 TE 模和 TM 模的共同的特征方程为

$$\left| \begin{matrix} K_0(\hat{\omega}) \left[\frac{J_1(u)}{uJ_0(u)} - \frac{K_1(\hat{\omega})}{\hat{\omega}K_0(\hat{\omega})} \right] & I_0(\hat{\omega}) \left[\frac{J_1(u)}{uJ_0(u)} + \frac{I_1(\hat{\omega})}{\hat{\omega}I_0(\hat{\omega})} \right] \\ K_0(s\hat{\omega}) \left[\frac{K_1(s\omega)}{s\omega K_0(s\omega)} - \frac{K_1(s\hat{\omega})}{s\hat{\omega}K_0(s\hat{\omega})} \right] & I_0(s\hat{\omega}) \left[\frac{K_1(s\omega)}{s\omega K_0(s\omega)} + \frac{I_1(s\hat{\omega})}{s\hat{\omega}I_0(s\hat{\omega})} \right] \end{matrix} \right| = 0 \quad (10)$$

在方程(7)~(10)中, $s=1+\delta$.

将特征方程和右手材料双包层光纤的特征方程^[8]进行比较, 可以发现, 左手材料特征方程中的某些符号发生了变化, 这是由于纤芯材料性质的变化所引起的, 体现了左手材料的特别机理.

很明显, 上述特征方程比单包层光纤的特征方程要复杂得多, 需要进一步简化. 当远离截止时, 将修正的 Bessel 函数展开, 可得

$$\frac{I_n(\hat{\omega})K_n(s\hat{\omega})}{I_n(s\hat{\omega})K_n(\hat{\omega})} \approx \exp(-2\delta\hat{\omega}) \quad (11)$$

由于 $\exp(-2\delta\hat{\omega})$ 远远小于 1, 可以忽略. 因此方程(8)~(10)可简化为

HE 模:

$$\frac{J_{m+1}(u)}{uJ_m(u)} - \frac{K_{m-1}(\hat{\omega})}{\hat{\omega}K_m(\hat{\omega})} = 0 \quad (12)$$

EH:

$$\frac{J_{m-1}(u)}{uJ_m(u)} + \frac{K_{m+1}(\hat{\omega})}{\hat{\omega}K_m(\hat{\omega})} = 0 \quad (13)$$

TE 和 TM 模:

$$\frac{J_1(u)}{uJ_0(u)} - \frac{K_1(\hat{\omega})}{\hat{\omega}K_0(\hat{\omega})} = 0 \quad (14)$$

为了进一步分析左手材料光纤的特性, 引入了右手材料双包层光纤 HE 模的特征方程^[8]

$$\left| \begin{matrix} K_m(\hat{\omega}) \left[-\frac{J_{m-1}(u)}{uJ_m(u)} + \frac{K_{m-1}(\hat{\omega})}{\hat{\omega}K_m(\hat{\omega})} \right] & I_m(\hat{\omega}) \left[-\frac{J_{m-1}(u)}{uJ_m(u)} - \frac{I_{m-1}(\hat{\omega})}{\hat{\omega}I_m(\hat{\omega})} \right] \\ K_m(s\hat{\omega}) \left[-\frac{K_{m-1}(s\omega)}{s\omega K_m(s\omega)} + \frac{K_{m-1}(s\hat{\omega})}{s\hat{\omega}K_m(s\hat{\omega})} \right] & -I_m(s\hat{\omega}) \left[\frac{K_{m-1}(s\omega)}{s\omega K_m(s\omega)} + \frac{I_{m+1}(s\hat{\omega})}{s\hat{\omega}I_m(s\hat{\omega})} \right] \end{matrix} \right| = 0 \quad (15)$$

式中 $s=1+\delta$.

考虑远离截止情况,即 $\exp(-2\delta\hat{\omega})$ 很小而忽略,因此方程(15)可简化为

$$\frac{J_{m-1}(u)}{uJ_m(u)} - \frac{K_{m-1}(\hat{\omega})}{\hat{\omega}K_m(\hat{\omega})} = 0 \tag{16}$$

2 数据和结果

利用左手材料光纤 HE、EH、TE 和 TM 模的特征方程,画出了相应低阶模的 $u-\omega$ 曲线.同时,引入右手材料双包层光纤 HE₁₁ 模的 $u-\omega$ 曲线.并进行仔细地比较和分析.

2.1 HE₁₁ 模的色散特性

2.1.1 内包层折射率变化对色散曲线的影响

根据方程(8),对于相等的 $b(0.99)$ 和 $\delta(0.3)$,不同的 a (沿 u 轴分别为 $0.96, 0.97, 0.98$),左手材

料光纤的 HE₁₁ 模的 $u-\omega$ 曲线如图 2(a). 根据方程(15),对于相等的 $b(0.99)$ 和 $\delta(0.3)$,不同的 a (沿 u 轴分别为 $0.98, 0.97, 0.96$),普通光纤 HE₁₁ 模的对应曲线如图 2(b). 比较可以发现:A)对于相同的 a 值,两者曲线变化不同.这隐藏着左手材料光纤的特殊机理.对于左手材料光纤 HE₁₁ 模,随着 u 的增加, ω 值反而减小.这是反常色散.而右手材料光纤中导模的色散是正常色散;B)当 a 增加时,又可以发现:1)含左手材料光纤 HE₁₁ 模的曲线右移,截止频率逐渐变大;而普通光纤 HE₁₁ 模的曲线左移,截止频率逐渐变小;2)左手材料光纤和普通材料光纤 HE₁₁ 模有一个共同的特征:曲线之间的间隔和 a 的变化不成线性关系,这种间隔随着 a 的增加逐渐变大.

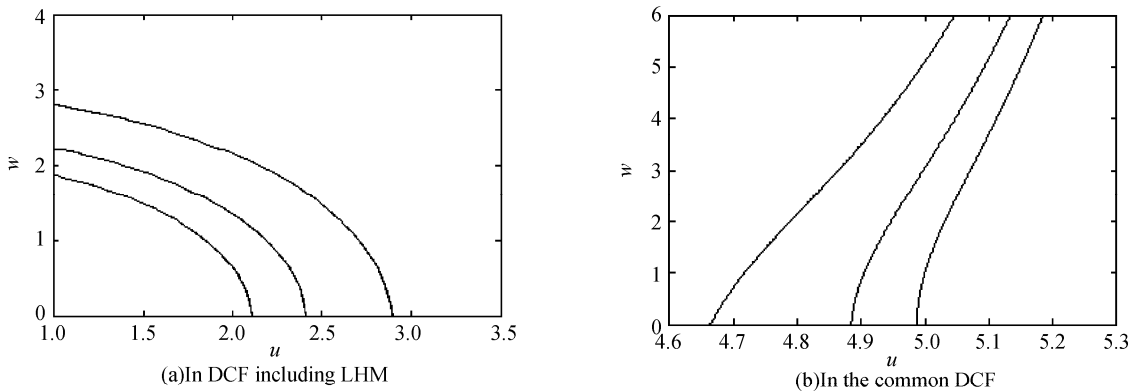


图 2 不同 a 的左手材料和右手材料光纤 HE₁₁ 模的 $u-\omega$ 曲线
Fig. 2 $u-\omega$ curves of HE₁₁ mode in DCF including LHM and the common DCF for different a

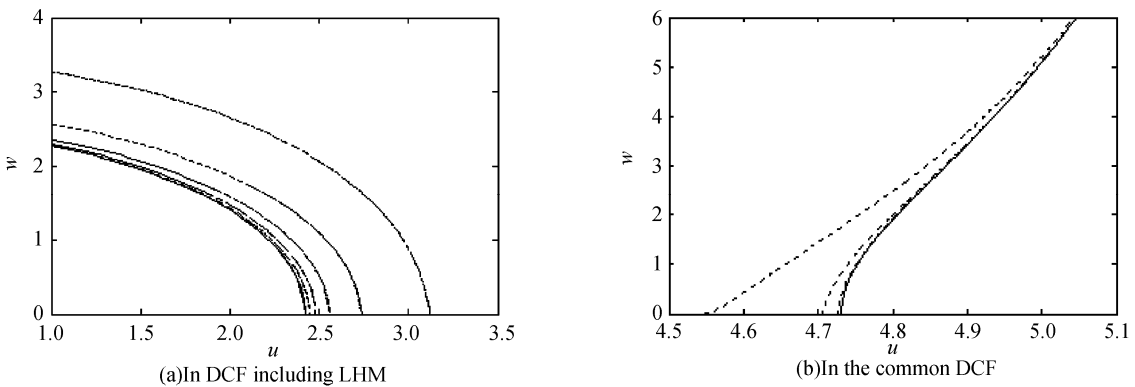


图 3 不同的 δ 左手材料和右手材料光纤 HE₁₁ 模的 $u-\omega$ 曲线
Fig. 3 The $u-\omega$ curves of HE₁₁ mode in DCF including LHM and the common DCF for different δ

2.1.2 内包层厚度对色散曲线的影响

根据方程(8),左手材料光纤 HE₁₁ 模的 $u-\omega$ 曲线如图 3(a). 对于相等的 $b(0.99)$ 和 $a(0.98)$,不同的 δ (沿 u 轴分别为 $1.0, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2$),用虚线表示. 根据方程(12),和前者相同的 b 和 a ,用实线画出了一条曲线. 根据方程(15),普通材料光纤 HE₁₁ 模的对应曲线如图 3(b),对于相等的 $b(0.99)$ 和 $a(0.98)$,不同的 δ (沿 u 轴分别为 $0.2, 0.4, 0.6$),用虚线来表示. 根据方程(16),和前者相同的 b 和 a ,在图 5 用实线画出了相关的曲线. 比较图 3(a)和(b),

随着 δ 的增加,可以发现:1)含左手材料光纤 HE₁₁ 模的曲线左移,截止频率逐渐变小;而普通光纤 HE₁₁ 模的曲线右移,截止频率逐渐变大;2)左手材料光纤和普通材料光纤 HE₁₁ 模有一个共同的特征:曲线之间的间隔和 δ 的变化不成线性关系,这种间隔随着 δ 的增加逐渐变小. 对于左手材料光纤,当 $\delta \geq 1.0$ 时,可以忽略 δ 对色散曲线的影响. 而对于右手材料光纤,只要当 $\delta \geq 0.6$ 时,就可以忽略 δ 对色散曲线的影响.

2.2 左手材料光纤 EH₁₁ 模的色散特性

2.2.1 内包层折射率对 EH_{11} 模色散曲线的影响

根据方程(9),对于相等的 $b(0.99)$ 和 $\delta(0.3)$,不同的 a (沿 u 轴分别为 $0.96, 0.97, 0.98$).左手材料光纤 EH_{11} 模的 $u-w$ 曲线如图 4(a).把前者 and 左手材料光纤 HE_{11} 模的相应色散特性进行比较,可以发现两者的特性有许多类似,只不过 HE_{11} 模的截止频率比较低.

2.2.2 内包层厚度对 EH_{11} 模色散曲线的影响

根据方程(9),左手材料光纤 EH_{11} 模的 $u-w$ 曲线如图 4(b).对于相等的 $b(0.99)$ 和 $a(0.98)$,不同的 δ (沿 u 轴分别为 $0.6, 0.4, 0.2$),用虚线来表示.根据方程(13),和前者相同的 b 和 a ,用实线画出了一条相关曲线.把前者 and 左手材料光纤的 HE_{11} 模相应的色散特性进行比较,可以发现两者的特性有许多类似.同时发现简化条件有所不同,只有当 $\delta \geq 0.6$ 时,可以忽略内包层厚度对 EH_{11} 模的影响.

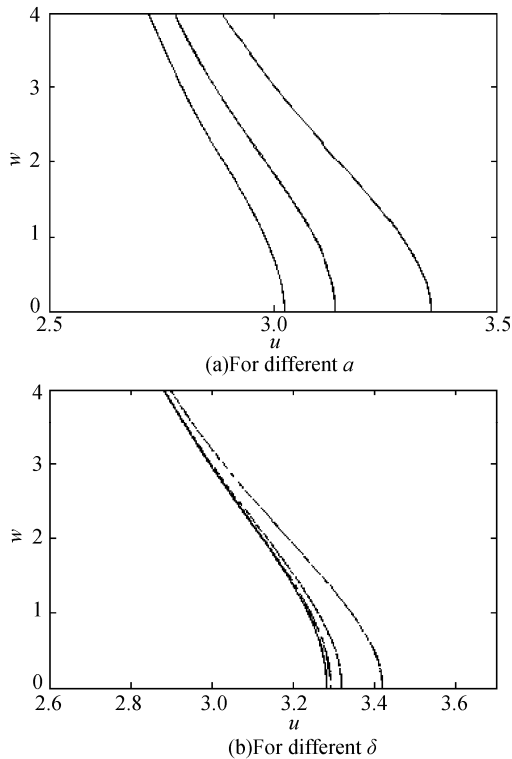


图 4 不同 a 和 δ 的左手材料光纤 EH_{11} 模的 $u-w$ 曲线
Fig. 4 $u-w$ curves of EH_{11} mode in the DCF including LHM for different a and δ

2.3 左手材料光纤 TE_{01} 和 TM_{01} 模的色散特性

2.3.1 内包层折射率对 TE_{01} 和 TM_{01} 模色散曲线的影响

根据方程(10),对于相等的 $b(0.99)$ 和 $\delta(0.3)$,不同的 a (沿 u 轴分别为 $0.96, 0.97, 0.98$),左手材料光纤 TE_{01} 和 TM_{01} 模的 $u-w$ 曲线如图 5(a).把前者 and 左手材料光纤的混合模的色散特性(改变 a 的大小)进行比较,可以发现它们之间有许多类似的特点.然而, TE_{01} 和 TM_{01} 模的色散曲线有一个不同点,

它们的截止频率和任何混合模的截止频率一般不同.

2.3.2 内包层厚度对 TE_{01} 和 TM_{01} 模色散曲线的影响

根据方程(10),对于相等的 $b(0.99)$ 和 $a(0.98)$,不同的 δ (沿 u 轴分别为 $0.6, 0.4, 0.2$),左手材料光纤 TE_{01} 和 TM_{01} 模的 $u-w$ 曲线如图 5(b),用虚线来表示.根据方程(14),和前者相同的 b 和 a ,在同一图上用实线画出了一条相关曲线.把前者 and 左手材料光纤的混合模的色散特性(改变 δ 的大小)进行比较,我们可以发现它们之间有许多类似的特点.根据方程(14),在图 5(b)上用实线画出了相应的曲线.发现只要当 $\delta \geq 0.6$ 时,就可以忽略内包层厚度对 TE_{01} 和 TM_{01} 模的影响.

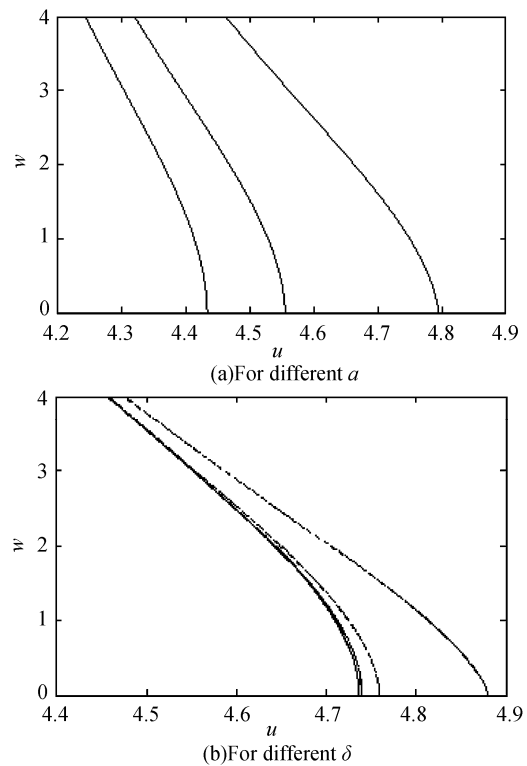


图 5 不同 a 和 δ 的左手材料光纤 TE_{01} 和 TM_{01} 模的 $u-w$ 曲线

Fig. 5 $u-w$ curves of TE_{01} and TM_{01} modes in the DCF including LHM for different a and δ

3 结论

根据 Maxwell 方程组,对左手材料纤芯的双包层光纤进行了探索,得到了 HE 、 EH 、 TE 和 TM 模的色散方程,并在远离截止的情况下进行了简化.根据相关的色散方程,分别就内包层折射率和厚度对导模的影响进行深入研究,得到了许多左手材料光纤的特性.如:最低阶导模的反常色散,各导模的截止频率都不等于零等.通过对各模的色散曲线的分析,得到了最低阶导模色散方程的简化条件,但不同类导模的简化条件有所不同.

参考文献

- [1] VESELAGO V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. *Sov Phys Usp*, 1968, **10**(4):509-514.
- [2] SMITH D R, PADILLA W J, VIER D C, *et al.* Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity[J]. *Phys Rev Lett*, 2000, **84**(18):4184-4187.
- [3] YANG Li-gong, GU Pei-fu, HUANG Bi-qin, *et al.* Transmission characters of optical waves at the interface between LHM and RHM[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(10):1225-1227
杨立功,顾培夫,黄弼勤,等.光波在左右手材料界面处的传播特性[J].光子学报,2003, **32**(10):1225-1227.
- [4] MARQUES R, BAENA J. Effect of losses and dispersion on the focusing properties of left-handed media [J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2004, **41**(4):290-294.
- [5] CORY H, ZACH C. Wave propagation in metamaterial multi-layered structures [J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2004, **40**(6):460-465.
- [6] HE Jin-long, SHEN Lin-fang, HE Sai-ling, *et al.* Abnormal Characteristics of guided modes in a fiber formed by a medium with negative-refractive index[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(11):1327-1329.
何金龙,沈林放,何赛灵,等.负折射率介质光纤的导模异常特性分析[J].光子学报,2004, **33**(11):1327-1329.
- [7] CORY H, BLUM T. Surface-wave propagation along a metamaterial cylinder guide [J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2005, **44**(1):31-35.
- [8] KAWAKAMI S, NISHIDA S. Perturbation theory of a doubly clad optical fiber with a low-index inner cladding[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1975, **QE-11**(4):130-138.

Propagation Properties in a Doubly Clad Optical Fiber with Left-handed Material Core

SHEN Lu-fa^{1,2}, WANG Zi-hua¹

(1 School of Communication and Information Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

(2 Science College, Huzhou Teachers College, Huzhou, Zhejiang 313000, China)

Received date: 2007-03-20

Abstract: A doubly clad fiber with right-handed material inner and outer cladding, but left-handed material core is analyzed in weakly guiding approximation. Suppose a lossless fiber, the characteristic equations for four kinds HE, EH, TE and TM guided modes are derived and further simplified under far from cutoff condition. Dispersion curves for the lowest order mode of the every four kind modes are calculated for different inner cladding refractive index and thickness. Compared with corresponding curves for a common right-handed doubly clad fiber. It indicates that these curves show abnormal dispersions.

Key words: Doubly clad optical fiber; Left-handed material; Right-handed material; Characteristic equations



SHEN Lu-fa was born in 1963. He received his B. S. degree from Zhejiang Normal University in 1990. Now, he is a Ph. D. degree candidate. His research interest focuses on wave-guide optics and optical fiber.