

永磁多极磁体的另一种新型设计

徐清 徐建铭

(中国科学院高能物理研究所, 北京)

本文提出的永磁多极磁体的另一种新型设计中, 组成永磁体的永磁块的宽度是调变的。在理想的二维情况下, 调变永磁块的宽度, 只用径向磁化的永磁块, 也能产生纯 $2N$ 极磁场。文中给出了二维情况下标量磁势的表达式。

关键词 永磁多极磁体, 标量磁势。

目前国际上通用的永磁多极磁体有两类, 一类是组合型的^[1], 它只是用永磁块来代替普通电磁铁的励磁绕组, 提供磁势。而磁场分布形式完全靠软铁磁极来保证。另一种是渐变磁化方向型的, 它靠沿方位角调变永磁块的磁化方向来形成所需要的磁场^[2,3,4]。渐变磁化方向型磁体能充分利用永磁材料的效能。但是从取向性很强的永磁材料中切取不同磁化方向的永磁块不仅制造工艺复杂, 永磁原材料利用率也低。前一篇论文^[5]中, 我们提出了沿方位角按一定规律调变永磁块的厚度, 只需采用同一磁化方向, 例如径向(离心和向心)磁化的永磁块, 即能形成需要的 $2N$ 极磁场。而无需沿方位角调变永磁块的磁化方向。这一新型设计可称为调变永磁厚度型永磁多极磁体。而本文将证明, 调变径向磁化的永磁块的张角或宽度, 同样能形成 $2N$ 极磁场。

为了形成 $2N$ 极磁场, 把环形磁体分为 $2N$ 等份, 相邻等份中的永磁块交替为离心或向心方向磁化。每等份再等分成 n 小份。在每小份为 $\frac{2\pi}{2Nn}$ 的张角内, 放置一块永磁块, 如

果该永磁块中心线处于方向角 θ'_p 上, 则该永磁块本身的张角为:

$$2\delta_p = \frac{\pi}{Nn} |\sin N\theta'_p| \quad (1)$$

而方位角 θ'_p 为

$$\theta'_p = p \frac{\pi}{Nn}$$

式中 p 从 0 到 $2Nn-1$ 。磁体的内、外缘是半径为 R_1 和 R_2 的圆周。图 1 是这种磁体的布置图。

下面我们将计算这种永磁体所形成的磁势。已知, 位于 r', θ', z' 处磁化强度为 M_r, M_θ, M_z , 体积为 dV' 的永磁材料在 r, θ, z 点所形成的磁势为:

$$\Delta\phi(r, \theta, z) = M_r \frac{\partial}{\partial r'} \left(\frac{1}{\rho} \right) dV' + M_\theta \frac{\partial}{\partial \theta'} \frac{1}{r'} \left(\frac{1}{\rho} \right) dV' + M_z \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{1}{\rho} \right) dV' \quad (2)$$

整个永磁体所形成的磁势为对所有永磁块的积分, 即

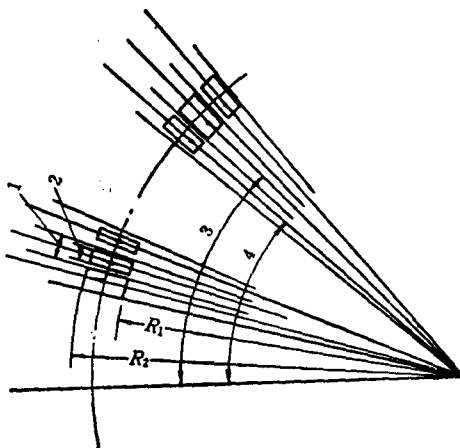


图 1 调变磁块张角的永磁体的布置角

1— $\frac{\pi}{Nn}$; 2— $2\delta_p$; 3— θ'_{p+1} ; 4— θ'_p

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta, z) = & \int_{V'} M_r \frac{\partial}{\partial r'} \left(\frac{1}{\rho} \right) dV' + \int_{V'} M_\theta \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial \theta'} \left(\frac{1}{\rho} \right) dV' \\ & + \int_{V'} M_z \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{1}{\rho} \right) dV' \end{aligned} \quad (3)$$

式中,

$$\rho^2 = r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\theta - \theta') + (z - z')^2 \quad (4)$$

在二维情况下, $M_z = 0$, 且 z 方向的积分上下限为 $\pm\infty$ 。因此, 在二维情况下,

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta) = & \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \int_{-\infty}^{+\infty} M_r \frac{\partial}{\partial r'} \left(\frac{1}{\rho} \right) r' dr' d\theta' dz' \\ & + \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \int_{-\infty}^{+\infty} M_\theta \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial \theta'} \left(\frac{1}{\rho} \right) r' dr' d\theta' dz' \\ = & -2 \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} M_r \frac{r' - r \cos(\theta - \theta')}{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\theta - \theta')} r' dr' d\theta' \\ & + 2 \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} M_\theta \frac{r \sin(\theta - \theta')}{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\theta - \theta')} r' dr' d\theta' \end{aligned} \quad (5)$$

在本设计中, 只采用径向磁化的磁块, 因此 $M_\theta = 0$ 。于是

$$\phi(r, \theta) = -2 \int M_r \frac{r' - r \cos(\theta - \theta')}{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\theta - \theta')} r' dr' d\theta' \quad (6)$$

利用展开式

$$\begin{aligned} \frac{r' - r \cos(\theta - \theta')}{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\theta - \theta')} = & \frac{1}{r'} + \frac{1}{r} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{r}{r'} \right)^{m+1} \cos m(\theta - \theta') \\ & r < r' \end{aligned} \quad (7)$$

式(6)化为:

$$\phi(r, \theta) = -2 \int M_r \left[1 + \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{r}{r'} \right)^m \cos m(\theta - \theta') \right] dr' d\theta'$$

对半径 r' 积分后, 得到:

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta) = & (-2) \int M_r \left[(R_2 - R_1) + r \ln \frac{R_2}{R_1} \cos(\theta - \theta') \right. \\ & \left. + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{r^m}{1-m} \left(\frac{1}{R_2^{m-1}} - \frac{1}{R_1^{m-1}} \right) \cos m(\theta - \theta') \right] d\theta' \end{aligned} \quad (8)$$

由于永磁块磁化强度周期地交替为 $+|M_r|$ (离心) 和 $-|M_r|$ (向心), 所以(8)式右侧第一项对 θ' 积分为零。于是:

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta) = & (-2) \int M_r \left[r \ln \frac{R_2}{R_1} \cos(\theta - \theta') + \right. \\ & \left. \sum_{m=2}^{\infty} \frac{r^m}{1-m} \left(\frac{1}{R_2^{m-1}} - \frac{1}{R_1^{m-1}} \right) \cos m(\theta - \theta') \right] d\theta' \end{aligned} \quad (9)$$

对 $2Nn$ 个永磁块进行积分, 每个永磁块积分的上下限为 $\theta'_p + \delta_p$ 及 $\theta'_p - \delta_p$ 。因此:

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta) = \sum_{p=0}^{2Nn-1} (-2) M_r \left\{ r \ln \frac{R_2}{R_1} \left[\sin(\theta - \theta'_p + \delta_p) \right. \right. \\ \left. \left. - \sin(\theta - \theta'_p - \delta_p) \right] + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{r^m}{1-m} \left(\frac{1}{R_2^{m-1}} - \frac{1}{R_1^{m-1}} \right) \right. \\ \left. \left. \frac{1}{m} [\sin m(\theta - \theta'_p + \delta_p) - \sin m(\theta - \theta'_p - \delta_p)] \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

或者

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta) = \sum_{p=0}^{2Nn-1} (-4) M_r \left\{ r \ln \frac{R_2}{R_1} \cos(\theta - \theta'_p) \sin \delta_p + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{r^m}{1-m} \right. \\ \left. \frac{1}{m} \left(\frac{1}{R_2^{m-1}} - \frac{1}{R_1^{m-1}} \right) \cos m(\theta - \theta'_p) \sin m \delta_p \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

式中,

$$\sin m \delta_p = \sin \frac{m\pi}{2Nn} |\sin N\theta'_p| \quad (12)$$

在理想情况下, 把永磁体分割很细, 令 $n \rightarrow \infty$, 这时,

$$\sin m \delta_p = \frac{m\pi}{2Nn} |\sin N\theta'_p| \quad (13)$$

此式对有限的 m 值, 可以成立。而当 m 也趋向无穷时, (13) 不能成立。但是我们应该注意到在磁势 ϕ 的表示式(11)里, 对每项的贡献有下式成立

$$\phi(r, \theta) \propto \frac{r^m}{1-m} \frac{1}{m} \left(\frac{1}{R_2^{m-1}} - \frac{1}{R_1^{m-1}} \right) \quad (14)$$

式中, $r \leq R_1 < R_2$, 因此 $m \rightarrow \infty$ 的项对磁势 ϕ 的贡献为零。所以, 对磁势 ϕ 而言, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 式(13)是很好的近似。把式(13)代入式(11), 得到

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta) = (-4) \sum_{p=0}^{2Nn-1} \frac{\pi}{2Nn} M_r \left\{ r \ln \frac{R_2}{R_1} \cos(\theta - \theta'_p) |\sin N\theta'_p| + \right. \\ \left. \sum_{m=2}^{\infty} \frac{r^m}{1-m} \frac{1}{m} \left(\frac{1}{R_2^{m-1}} - \frac{1}{R_1^{m-1}} \right) m \cos m(\theta - \theta'_p) |\sin N\theta'_p| \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

由于永磁块磁化方向的安排是:

$$\begin{aligned} \sin N\theta'_p > 0, \quad M_r = |M| > 0 \\ \sin N\theta'_p < 0, \quad M_r = -|M| < 0 \end{aligned} \quad (16)$$

所以, 式(15)可改写成

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta) = (-4) \sum_{p=0}^{2Nn-1} \frac{\pi}{2Nn} |M| \left\{ r \ln \frac{R_2}{R_1} \cos(\theta - \theta'_p) \sin N\theta'_p \right. \\ \left. + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{r^m}{1-m} \left(\frac{1}{R_2^{m-1}} - \frac{1}{R_1^{m-1}} \right) \cos m(\theta - \theta'_p) \sin N\theta'_p \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)中含有 $\sum_{p=0}^{2Nn-1} \cos m(\theta - \theta'_p) \sin N\theta'_p$ 项, 它可改写成

$$\sum_{p=0}^{2Nn-1} \cos m(\theta - \theta'_p) \sin N\theta'_p = \frac{1}{2} \operatorname{Im} \left[e^{jm\theta} \frac{1 - e^{j(N-m)2\pi}}{1 - e^{j(N-m)\frac{\pi}{Nn}}} + e^{-jm\theta} \frac{1 - e^{j(N+m)2\pi}}{1 - e^{j(N+m)\frac{\pi}{Nn}}} \right] \quad (18)$$

如果 $m \neq N$, 式(18)等于零。只有当 $m = N$ 时,

$$\sum_{p=0}^{2Nn-1} \cos m(\theta - \theta'_p) \sin N\theta'_p = \frac{1}{2} 2Nn \sin N\theta \quad m = N \quad (19)$$

把式(19)代入式(17), 得到上述磁体产生的磁势为:

$$\phi(r, \theta) = (-2)\pi |M| r \ln \frac{R_2}{R_1} \sin \theta \quad (N \neq 1) \quad (20)$$

或

$$\phi(r, \theta) = (-2)\pi |M| \frac{r^N}{1-N} \sin N\theta \left(\frac{1}{R_2^{N-1}} - \frac{1}{R_1^{N-1}} \right), \quad (N \neq 1) \quad (21)$$

从式(20)和(21)可知, 在理想的二维情况下($n \rightarrow \infty$), 上述磁体形成纯 $2N$ 极磁场。实际上在建造磁体时, 只能把磁体分割成有限块数, 即 n 为有限值。那时, 除 $2N$ 极磁场外, 还会有高次寄生谐波, 这一情况和现在通用的渐变磁化方向型永磁体相似。在选择磁体参数时应注意减少寄生谐波的幅值, 并可设法补偿。另外, 由于所有永磁块都是径向磁化的, 因此在磁体外面可以加软铁屏蔽罩, 以提高磁场强度, 节省永磁材料, 又可屏蔽邻近的铁磁体的干扰。

参 考 文 献

- [1] Halbach, K., *IEEE Trans.*, NS-30(4), 3323(1983).
- [2] 刘茂三等, 高能物理与核物理, 4(6), 774(1980); 5(4), 452(1981); 5(5), 623(1981).
- [3] Lazorev, N. L., Skachkov, V. S., Tipless permanent magnet quadrupole lenses, Proceedings of the 1979 Linear Accelerators Conference (1979), BNL, National Technical Information Service 1979, p. 383.
- [4] Holsinger, R. F., The Drift Tube and Beam Line Quadrupole Permanent Magnets for the New Proton linac, Proceedings of the 1979 Linear Accelerators Conference (1979), BNL, National Technical Information Service, 1979, 373.
- [5] 徐建铭等, 高能物理与核物理, 10(1), 120 (1986).

ANOTHER NEW DESIGN OF PERMANENT MULTIPOLE MAGNETS

XU QING XU JIANMING

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing)

ABSTRACT

Another new project of permanent multipole magnets is described. In this design, the magnet is composed of permanent magnet segments with varied width. Due to the modulation of the width of the segments, by using radially magnetized segments, pure $2N$ pole magnetic field can be built in ideal 2-dimensional case. The 2-dimensional spatial expressions of the scalar potential of the magnetic field are given.

Key words Project of permanent multipole magnets, Scalar potential of magnetic field.