

文章编号: 1002-2082(2008)01-0110-05

超薄镜破坏阈值的研究

王毅, 余景池

(苏州大学 现代光学技术研究所, 江苏 苏州 215006)

摘要: 新一代空间相机的非球面主镜由一些超轻超薄的分块镜组成, 由于目前通用的空间光学反射镜材料非常有限且大部分均为脆性材料, 在力的作用下产生强制性的变形将引起镜体大的应力甚至破碎, 所以必须研究超薄镜的破坏阈值。首先将弹性力学中应力强度因子的概念引入主动光学中, 证明了应力强度因子即传统意义的材料破坏阈值。提出材料表面的微裂纹是材料脆性断裂的根本原因。介绍了一种计算材料应力强度因子的方法。最后针对超薄平面镜模型进行了实例计算, 得到了超薄镜的破坏阈值与其尺寸、厚度、支承条件、表面粗糙度之间的关系。

关键词: 非球面镜; 弹性力学; 应力强度因子; 破坏阈值; 超薄镜

中图分类号: TN247

文献标志码: A

Damage threshold of ultrathin mirror

WANG Yi, YU Jing-chi

(Institute of Modern Optical Technology, Soochow University, Suzhou 215006, China)

Abstract: The aspheric primary mirror of new generation space camera is made up of some ultrathin segments. Since the mirror is ultrathin and the material of the mirror is brittle, it will be broken easily if the force exerted is not proper. Therefore, the damage threshold of ultrathin mirror should be studied. The concept of stress intensity factor in elasticity was applied to active optics and stress intensity factor was proved to be the material's damage threshold. It is put forward that microcrack in the material is the major reason for breaking. A method to calculate stress intensity factor is introduced. At the end, the model of an ultrathin flat mirror was actually calculated, the relation between the damage threshold and the size, thickness, mounting and roughness of ultrathin flat mirror was achieved.

Key words: aspheric mirror; elasticity; stress intensity factor; damage threshold; ultrathin mirror

引言

新一代空间相机大多采用非球面元件来提高系统的分辨力、增大视场以及降低系统复杂性, 进而降低系统质量, 实现发射成本降低。虽然非球面元件具有无比的优越性, 但是由于它特殊的几何形状决定了非球面的加工方法异于球面的制造方法, 所以无论是制造难度还是制造成本都远高于球面

元件。特别是应用于空间光学的非球面元件, 为了使其组成的光学系统达到甚高分辨率, 大多都是大口径、高精度, 所以制造难度非常大。

在此前提下, 我们提出大胆的设想, 将空间相机光学系统中的主镜制作成超轻超薄的球面镜, 然后在背后施加致动力, 将其形变成非球面(如图1所示), 这样制造与检测的难度将大幅度降低。

收稿日期: 2007-03-30; 修回日期: 2007-04-10

基金项目: 江苏省教育厅自然科学基金(05KJA14003)

作者简介: 王毅(1977—), 男, 江苏扬州人, 博士研究生, 助理研究员, 主要从事非球面加工与检测方面的研究。

E-mail: wangyi77103@sohu.com

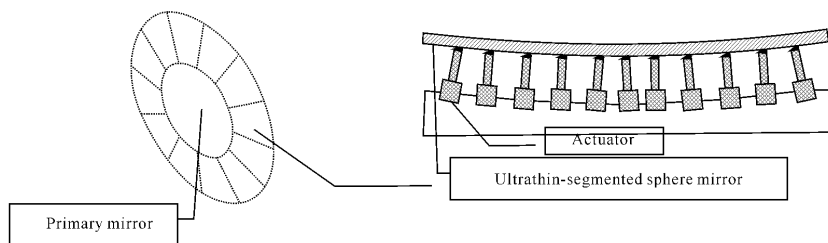


图1 超薄分块镜与其支撑致动器示意图

Fig. 1 Schematic diagram of ultrathin segmented mirrors and their actuators for support

但是这种大胆的设想也面临着前所未有的挑战: 由于目前较为通用的空间光学反射镜的材料非常有限且大部分均为脆性材料, 在力的作用下产生强制性的变形将引起大的应力甚至破碎, 即使致动器达到最优化的排布, 且变形后的非球面满足面形精度要求, 但是超薄镜应力集中区域的最大应力值超过了其破坏阈值, 非球面的主动成形也将不能实现。所以, 必须对超薄镜的破坏阈值展开研究, 这是整个非球面成形机理的前提条件。

1 破坏阈值的描述

1.1 传统破坏阈值的描述

传统的破坏阈值是采用许用应力的概念来描述的, 而许用应力的大小是通过材料的拉伸实验来确定的。将材料装在实验机上, 缓缓加力, 直至断裂, 若此时的载荷为 p , 断裂面的横截面积为 s , 则许用应力大小^[1]为 $\sigma = p/s$ 。但是在实际工况中, 应力大小在远小于许用应力的情况下就已经断裂。要准确描述破坏阈值的大小, 就需要运用断裂力学理论来计算。

1.2 断裂力学中破坏阈值的描述

根据断裂力学, 断裂应该分为 2 个阶段^[2]。

第一阶段, 随着应力的增加, 在材料应力集中范围内出现微裂纹。这些过程不造成材料的断裂, 但是导致大量的微裂纹并具备扩展趋势, 我们称之为弹性阶段, 失去外力后固体材料能够恢复原来形状。

第二阶段, 应力集中区域的微裂纹继续扩展, 固体材料产生颈缩, 开始失去抵抗外力的能力, 失去外力后难以恢复原来形状, 最后发生断裂行为, 它是裂纹扩展的必然趋势。

根据弹性力学理论, 平板的自由边界应该有 3

个, 即法向弯矩、扭矩和横向剪力。但是经典薄板理论的基本微分方程为四阶, 只要求 2 个边界条件。Kirchhoff 首先引入等效剪力的概念, 将扭矩和横向剪力 2 个独立的边界条件合并成为 1 个, 根据 Venant 原理, 这样做只是显著地改变了自由边界附近很小区域的局部应力。其实板的裂纹面就是自由边界, 弯曲裂纹尖端是 2 个自由边界相交的特殊角点^[3-5]。

例如在无限大薄板中, 中心有一个长为 $2a$ 的穿透裂纹, 该裂纹垂直方向作用有均匀拉伸应力 σ , 如图 2 所示。

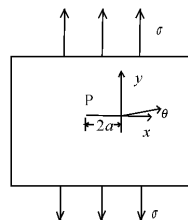


图2 带裂纹矩形薄板受力示意图

Fig. 2 Thin board with a crack caused by external force

在平面应力状态下, 由能量方程可以给出断裂应力 σ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}} \quad (1)$$

式中: E 为材料的弹性模量; γ 为材料的表面能。显然, 外加应力达到 σ 时, 裂纹就扩展, 导致材料的脆性断裂。这就是材料断裂的 Griffith 判据。

从(1)式可以看出, $\sigma\sqrt{\pi a}$ 是一个常数, 与载荷条件、式样尺寸、裂纹大小毫不相干, 只由材料的固有性质决定。

以裂纹右边的顶端为原点, 采用极坐标, 在顶端附近很小的区域内, 距裂纹顶端距离为 r 的 A

点,拉伸应力 σ_y 为

$$\sigma_y = \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (2)$$

式中:因子 $\frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right)$ 只与点的位置有关; $\sigma \sqrt{\pi a}$ 表示拉伸应力与裂纹尺寸对顶端附近区域内各点应力的影响。对裂纹顶端附近区域内任意一点,其坐标 r 和 θ 都是定值,所以这一点的应力就完全取决于因子 $\sigma \sqrt{\pi a}$, 定义其为应力强度因子:

$$k = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3)$$

k 反映了裂纹尖端附近区域内应力的强弱程度。显然,模型的几何形状和受力加载方式会影响 k 的大小,所以用系数 Y 来修正上式,得到:

$$k' = Y\sigma \sqrt{\pi a} \quad (4)$$

既然应力强度因子反映了裂纹尖端附近区域内应力的强弱程度,那么必然可以用应力强度因子作为一把“尺子”来度量和控制脆性材料的断裂,取 k 的临界值 k_0 反映材料阻止裂纹失稳扩展的能力。 k_0 只取决于材料特性,是一个常数^[6]: $k < k_0$ (裂纹不扩展); $k > k_0$ (裂纹失稳扩展)。

2 破坏阈值的计算

2.1 理论计算方法

求解应力强度因子的方法很多,有积分变换法、数值法、解析法(复应力函数法)等。数值法对不同类型的裂纹需要建立不同的数学模型,否则计算精度将大打折扣,而且在裂纹宽度很小(几乎接近于零)时容易产生奇异,需要对应力强度因子进行修正,而解析法对于复杂裂纹求解非常困难,所以我们选用积分变换法^[7-11]。弹性理论已经证明,常体力下弹性平面问题存在应力函数,称为 Airy 应力函数,为双调和函数;对于平面问题,可采用拉普拉斯变换和傅里叶变换来解答应力场强度因子,求解方程为

$$\nabla^4 \Psi = 0 \quad (5)$$

式中 Ψ 为 Airy 应力函数。鉴于求解上述方程很困难,故采用傅里叶变换的方法来求解。首先对 Ψ 实行傅里叶变换,记为 $\bar{\Psi}$,即

$$\bar{\Psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(x, y) e^{-i\lambda x} dx \quad (6)$$

于是 Ψ 应满足方程:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \nabla^4 \Psi e^{-i\lambda x} dx = \left(\frac{d^2}{dy^2} - \lambda^2\right)^2 \bar{\Psi} = 0 \quad (7)$$

用降阶法可求出该方程的通解:

$$\bar{\Psi}(\lambda, \gamma) = [A(\lambda) + B(\lambda)\gamma]e^{-|\lambda|\gamma} + [C(\lambda) + B(\lambda)\gamma]e^{|\lambda|\gamma} \quad (8)$$

由(9)式的结果求解应力分量如下:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx}(\lambda, y) &= \bar{\Psi}''(\lambda, \gamma) \\ \sigma_{yy}(\lambda, y) &= \lambda^2 \bar{\Psi}(\lambda, \gamma) \\ \sigma_{xy}(\lambda, y) &= i\lambda^2 \bar{\Psi}'(\lambda, \gamma) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其相应的位移场为

$$\left. \begin{aligned} u(\lambda, y) &= \frac{i(1+\mu')}{\lambda E'} [(1-\mu')\bar{\Psi}'' + \mu' \lambda^2 \bar{\Psi}] \\ v(\lambda, y) &= \frac{i(1+\mu')}{\lambda E'} [(1-\mu')\bar{\Psi}'' - \mu' \lambda^2 \bar{\Psi}] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

首先需要求解 $A(\lambda), B(\lambda)$ 对偶积分方程组,具体求解过程十分冗长,在此不加赘述,见文献[9]和[10]。然后将(10)式经过反演分析即可求得 Ψ 以及 σ, μ 等全部场量。代入材料参量,即可求应力强度因子。若板无限大,边界受到均匀弯矩,可以得到长为 $2a$ 的裂纹尖端的应力强度因子:

$$K_1(z) = \frac{12z\varphi(1)}{h^3} M \sqrt{\pi a} \quad (11)$$

它的最大值发生在板面 $z=h/2$ 处:

$$K_1 = \varphi(1) \frac{6M}{h^2} \sqrt{\pi a} \quad (12)$$

式中函数 $\varphi(1)$ 依赖于 h/a 与泊松比,文献[10]给出了计算结果。

2.2 超薄平面镜破坏阈值的计算实例

对薄板模型进行计算,正方形板厚度为 h , 边长为 l , 裂纹长为 a , 均匀弯矩 $M=5 \text{ N}\cdot\text{cm}$, 材料为 zerodur (材料手册中没有提供这种特殊材料的许用应力,需要经过实验进行标定,暂时给出普通玻璃许用应力 3.43 MPa, 计算得 $k_0=0.53$)^[12], 弹性模量为 $90.3 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, 泊松比 $\nu=0.24$; 利用对称性,取二分之一板进行计算;应力强度因子 K 随边长变化,如表 1 所示。

表 1 应力强度因子 K 随边长变化

Table 1 Variation of stress intensity factor with length of side

	$h=2 \text{ mm} \quad a=10 \text{ mm}$			
	$l=100 \text{ mm}$	$l=50 \text{ mm}$	$l=20 \text{ mm}$	$l=10 \text{ mm}$
$K(\text{N}/\text{cm}^{3/2})$	0.807	0.808	0.819	0.840
σ/MPa	4.553	4.559	4.621	4.739
status	破裂	破裂	破裂	破裂

改变薄板的厚度,应力强度因子随薄板厚度变化,如表 2 所示。

表2 应力强度因子 K 随板厚变化

Table 2 Variation of stress intensity factor with thickness

	$a=10\text{ nm}$ $l=50\text{ mm}$			
	$h=0.5\text{ mm}$	$h=2\text{ mm}$	$h=3\text{ mm}$	$h=5\text{ mm}$
$K(\text{N}/\text{cm}^{3/2})$	3.349	0.808	0.388	0.14
σ/MPa	18.89	4.559	2.189	0.79
status	破裂	破裂	不破裂	不破裂

从以上计算可以得到结论:随着厚度的增加,应力强度因子迅速减小;随着边长减小,应力强度因子变化不大。

为了比较不同支承条件对应力强度因子的影响,我们计算了4边简支方板,并将其与4边自由的方板进行了比较。计算结果如表3所示。

表3 应力强度因子 K 随支承条件的变化

Table 3 Variation of stress intensity factor with support condition

支承条件	应力强度因子 $K(\text{N}/\text{cm}^{3/2})$			
	$l=20\text{ mm}$	$l=30\text{ mm}$	$l=40\text{ mm}$	$l=50\text{ mm}$
4边简支	0.624	0.640 7	0.673 6	0.677 6
4边自由	0.819	0.805 7	0.885 1	0.956 3
百分相差	31	25.7	31.4	41.1

从表3的计算可以看出,当几何尺寸相同时,在同样的均匀边界弯矩作用下,简支板的应力强度因子比自由板的应力强度因子小30%~40%。

保持板的尺寸以及弯矩不变,绘制了应力强度因子随裂纹宽度变化的曲线(如图3所示)。

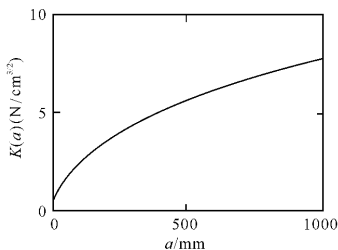


图3 应力强度因子随裂纹宽度变化曲线图

Fig. 3 Variation of stress intensity factor with width of crack

从图3可以看出,应力强度因子随裂纹宽度(表面粗糙度)的增大而增大。

3 结论

通过以上理论分析与实际计算,可以得到以下几个结论:

1) 脆性材料表面具有裂纹,当材料受到拉伸顶压作用力时,在裂纹的尖端区域产生很大的应

力,使裂纹具备扩展趋势并最终造成断裂,应力强度因子表征裂纹尖端区域应力场,根据材料的不同受力情况,可以理论求解应力强度因子的大小;

2) 对薄板受力模型进行分析,随着薄板厚度的增加,应力强度因子迅速减小;随着边长减小,应力强度因子变化不大;当薄板几何尺寸相同时,在同样的均匀边界弯矩作用下,简支板的应力强度因子比自由板的应力强度因子小30%~40%;此外,应力强度因子随裂纹宽度的增大而增大。

虽然我们的研究已经取得了阶段性的成果,但是与最终目标还有很大差距,这主要表现在以下几个方面:

1) 我们所研究的超薄镜模型,是大型的扁球壳受力模型,受力情况为小挠度理论,随着非球面变化梯度的增加,为达到变形要求所需要的弯矩也增加,应力强度因子也随之增加,所以有必要对薄壳模型展开应力强度因子的计算,最终得到超薄镜破坏阈值与非球面变化梯度之间的关系;

2) 对于微裂纹宽度 a 来说, $a/L \approx 0$, $h/a = 10^4$ 甚至更高,按照本模型进行计算是否可行,还是未知,所以需要有限元分析方法进行佐证,必要时开展具体实验加以验证(特别是针对微晶玻璃材料的实验);

3) 以上是针对穿透性裂纹的研究,实际的超薄镜表面不可能是穿透性的裂纹,所以有必要对非穿透性的不同深度及形状的裂纹展开计算工作。

参考文献:

- [1] 韦德骏. 材料力学性能与应力测试[M]. 长沙:湖南大学出版社,1997.
WEI De-jun. Material mechanics performance and stress testing [M]. Changsha: Hunan University Publishing Company, 1997. (in Chinese)
- [2] KNOTT. 断裂力学应用实例[M]. 张运全,译. 北京:科学出版社,1995.
KNOTT. Crack mechanics applications [M]. Translated by ZHANG Yun-quan. Beijing: Science Press, 1995. (in Chinese)
- [3] 徐芝伦. 弹性力学(下)板壳力学[M]. 北京:高等教育出版社,1979.
XU Zhi-lun. Elastic mechanics: board and shell mechanics [M]. Beijing: Higher Education Publishing Company, 1979. (in Chinese)
- [4] 刘鸿文. 高等材料力学[M]. 北京:高等教育出版社,1987.
LIU Hong-wen. Higher material mechanics [M].

- Beijing: Higher Education Publishing Company, 1987. (in Chinese)
- [5] GRIFFITH A A. The phenomena of flow and rupture in solids[J]. Phil. Trans. Roy. Soc., 1920, 12(1): 171-173.
- [6] 柳春图, 李英治. 平板弯曲断裂问题的研究进展[J]. 力学进展, 1982, 12(4): 346-359.
LIU Chun-tu, LI Ying-zhi. Progress of flat board's bending and cracking [J]. Mechanics' Progress, 1982, 12(4): 346-359. (in Chinese)
- [7] IRWIN G R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate[J]. Journal of Applied Mechanics, 1957, 48(12): 361-364.
- [8] TADA H, PARIS P C, IRWIN G R. The stress analysis of cracks handbook[M]. Hellertoen Pa: Del Research Corporation, 1973.
- [9] KNOWLES J K, WANG N M. On the bending of an elastic plate containing[J]. Journal of Mathematical Physics, 1960, 48(39): 223-226.
- [10] HARFRANFT R J, SIH G C. Effect of plate thickness on the bending stress distribution around through cracks [J]. Journal of Mathematical Physics, 1968, 48(47): 276-291.
- [11] SIH G C, PARIS P C, ERDOGAN F. Crack tip, stress-intensity factors for plane extension and plate bending problems [J]. Journal of Applied Mechanics, 1962, 48(29): 306-310.
- [12] 王耀祥. 光学玻璃的发展及其应用[J]. 应用光学, 2005, 26(5): 67-72.
WANG Yao-xiang. Development and applications of optical glasses[J]. Journal of Applied Optics, 2005, 26(5): 67-72. (in Chinese)