，

（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　，　　　100083）

:　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　。Rayleigh　　　　　　　　，
　　　　　　　　　　　　　　　　　　　，
Mueller　　　　　，　　　　　　　　　　，　　　　　　　　　　　、　　　　　　　　　，
　　　　　　　　　，　　　　　　　　　　。　　　　　　　　　　　、
　　　　　　。

:　　　　Rayleigh　　　;Mueller　　;　　;
:　O436. 2-34　　　　　　　　　　　　　:　A

Depolarization characteristics of scattered light emitted from aspherical particles

ZHAO Yi-ming，JIANG Yue-song

（School of Electronic and Information Engineering，Beijing University of Aeronautics
and Astronautics，Beijing 100083，China）

Abstract：The scattering characteristics of the polarized light incident on the target represent the attributive information of the targets. Based on the Rayleigh scattering theory，the Mueller matrix elements of the aspherical particles were calculated by using the vector transmission equation and scattering mathematic model of the incident polarized light scattered by the single-layer aspherical particles，and the polarization degree of the scattering medium was solved. Under the conditions of different thickness，particle radii and detecting angles，the variation characteristics of the depolarization degree of the light scattered by the aspherical particles are discussed，and the simulation result is given. A new way is provided by this method for characterizing the internal structure，thickness，roughness of a target，and for the object acquisition and identification.

Key words：Rayleigh aspherical particle；Mueller matrix；scattered light；polarization degree

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　。　　　　　　　　。

　　　　　（　　　　　、　　、　　　　　　　　　　　　　　　　　　　，
　　　）　　　　　　　　　　　　　，　　　　　　　　　　　　　　　　[2]。

，　　　　　　　　　　　　　　　，

　　　　　。　　　[1]　Mie　　　　　　　　　　　　[2-3]，

。

Mueller　　　　　　　　　，

，

。

，

。

。

1　　　　　Rayleigh

，　$r>0.1\lambda$　，

Rayleigh　　　　　　　　　　。

，

，　　　　　Euler　　$^{[4]}$

。

$^{[4]}$

$$\overline{E}^{\text{sca}}(\overline{r})=\frac{e^{ikr}}{r}\frac{k^2 v_0}{4\pi}(\varepsilon_{sn}-1)(\hat{v}_s\hat{v}_s+\hat{h}_s\hat{h}_s)\cdot\overline{\overline{A}}_b g\hat{e}_i E_0 \tag{1}$$

$$\overline{\overline{A}}_b=a_x\hat{x}_b\hat{x}_b+a_y\hat{y}_b\hat{y}_b+a_z\hat{z}_b\hat{z}_b \tag{2}$$

：$\hat{v}_s$　　$\hat{h}_s$　　　　　　　　　　　；k　　　　　；$\hat{e}_i E_0$　　　　　　。（1）

$$\begin{bmatrix} E_v \\ E_h \end{bmatrix}=\frac{e^{ikr}}{r}\begin{bmatrix} f_{vv} & f_{vh} \\ f_{hv} & f_{hh} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_{vi} \\ E_{hi} \end{bmatrix} \tag{3}$$

f_{vv},f_{vh},f_{hh}　　f_{hv}　　　　　　　　，

T-　　　　　　$^{[4]}$：

$$t_0=\frac{2}{9}\cdot\frac{k^3 ar^2 cr(\varepsilon/\varepsilon_0-1)}{(1+v_d A_c)} \tag{4}$$

$$t_1=\frac{2}{9}\cdot\frac{k^3 ar^2 cr(\varepsilon/\varepsilon_0-1)}{(1+v_d A_a)}$$

$$T_0=it_0-t_0^2 \tag{5}$$

$$T_1=it_1-t_1^2$$

，

$br=cr<ar$

$$A_c=\frac{2}{(ar^2-cr^2)^{2/3}}\Big[\frac{\sqrt{ar^2-cr^2}}{cr}-\arctan\frac{\sqrt{ar^2-cr^2}}{cr}\Big] \tag{6}$$

，

$br=cr>ar$

$$A_c=-\frac{1}{cr^3 e^3}[2e+\ln\frac{1-e}{1+e}] \tag{7}$$

：k　　　　　　；$e=\sqrt{1-a^2/c^2}$　　　　　　　　；$v_d=a^2 c(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}-1)/2$；$A_a=\frac{1}{a^2 c}-A_c/2$。

$$f_{vv}(\theta,\varphi;\theta',\varphi)=\frac{3}{2k}[T_1(\hat{\theta}\cdot\hat{\theta}')+(T_0-T_1)\cdot(\hat{\theta}\cdot\hat{Z}_b)\cdot(\hat{Z}_b\cdot\hat{\theta})]$$

$$f_{vh}(\theta,\varphi;\theta',\varphi)=\frac{3}{2k}[T_1(\hat{\theta}\cdot\hat{\varphi})+(T_0-T_1)\cdot(\hat{\theta}\cdot\hat{Z}_b)(\hat{Z}_b\cdot\hat{\varphi})]$$

$$f_{hv}(\theta,\varphi;\theta',\varphi)=\frac{3}{2k}[T_1(\hat{\varphi}\cdot\hat{\theta}')+(T_0-T_1)\cdot(\hat{\varphi}\cdot\hat{Z}_b)(\hat{Z}_b\cdot\hat{\theta}')]$$

$$f_{hh}(\theta,\varphi;\theta',\varphi)=\frac{3}{2k}[T_1(\hat{\varphi}\cdot\hat{\varphi})+(T_0-T_1)\cdot(\hat{\varphi}\cdot\hat{Z}_b)(\hat{Z}_b\cdot\hat{\varphi})] \tag{8}$$

2　　　　　　　Mueller

VRT　　　　$^{[6]}$

$$\cos\theta_0\frac{d}{dz}\overline{I}_0(\theta_0,\varphi_0,z)=-k_e(\theta_0)\overline{I}_0(\theta_0,\varphi_0,z)+\overline{I}_e(\theta_0,\varphi_0)+\int d\overline{\Omega}'\overline{\overline{P}}(\theta_0,\varphi_0;\theta,\varphi)\cdot\overline{I}(\theta,\varphi,z) \tag{9}$$

：(θ_0,φ_0)　　　　　　，$\overline{I}_0(\theta_0,\varphi_0,z)$，$\overline{I}(\theta,\varphi,z)$　　　　　　　Stokes　　。VRT

$^{[6]}$

$$\overline{I}(\pi-\theta,\varphi,z=0)=\overline{I}_0\delta(\cos\theta-\cos\theta_0)\delta(\varphi-\varphi_0)$$

$$\overline{I}(\theta,\varphi,z=-d)=\overline{\overline{R}}(\theta)\cdot\overline{I}(\pi-\theta,\varphi,z=-d) \tag{10}$$

，(9)　　　　　　，

Stocks　　　　　　　Stocks　　　　　　。

Mueller　　　　，

$$I_s(\theta,\varphi)=M(\theta,\varphi;\pi-\theta_0,\varphi_0)\cdot I_0 \tag{11}$$

：I_0　　　　　　　Stocks　　　；$I_s(\theta,\varphi)$　　　Stocks　　　　；$M(\theta,\varphi;\pi-\theta_0,\varphi_0)$　Mueller　　　。

，　　　　Mueller　　　　　　　　：

$$M=\begin{bmatrix} m_{00} & & & \\ & m_{11} & & \\ & & m_{22} & \\ & & & m_{33} \end{bmatrix} \tag{12}$$

：m_{00}　　　　　　　　；m_{11}　　m_{22}　　　　　2　　　　　　　　　　；m_{33}

　　　　　　　　　　　　　$^{[5]}$

$$pd=\frac{|m_{11}|+|m_{22}|+|m_{33}|}{3m_{00}} \tag{13}$$

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　，　　　　　　　　　　　　　　　：

$$\bar{\bar{k}}_e(\theta,\varphi)=\frac{2\pi}{k}n_0\begin{bmatrix}2\mathrm{Im}\langle f_{vv}^0\rangle & 0 & \mathrm{Im}\langle f_{vh}^0\rangle & -\mathrm{Re}\langle f_{vh}^0\rangle \\ 0 & 2\mathrm{Im}\langle f_{hh}^0\rangle & \mathrm{Im}\langle f_{hv}^0\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{hv}^0\rangle \\ 2\mathrm{Im}\langle f_{hv}^0\rangle & 2\mathrm{Im}\langle f_{vh}^0\rangle & \mathrm{Im}\langle f_{hh}^0+f_{vv}^0\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{vv}^0-f_{hh}^0\rangle \\ 2\mathrm{Re}\langle f_{hv}^0\rangle & -2\mathrm{Re}\langle f_{vh}^0\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{hh}^0-f_{vv}^0\rangle & \mathrm{Im}\langle f_{hh}^0+f_{vv}^0\rangle\end{bmatrix} \tag{14}$$

　　$\bar{\bar{P}}(\theta_0,\varphi_0;\theta,\varphi)$　　　　　　　　　　　$\int \mathrm{d}\Omega'$　　　　　　　　　　　　，　　　　　　　　　　　：

　　$\bar{\bar{P}}(\theta,\varphi;\theta',\varphi')=n_0\,\bar{\bar{L}}(\theta,\varphi;\theta',\varphi')=$

$$n_0\begin{bmatrix}\langle|f_{vv}|^2\rangle & \langle|f_{vh}|^2\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{vv}f_{vh}^*\rangle & -\mathrm{Im}\langle f_{vv}f_{vh}^*\rangle \\ \langle|f_{hv}|^2\rangle & \langle|f_{hh}|^2\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{hv}f_{hh}^*\rangle & -\mathrm{Im}\langle f_{hv}f_{hh}^*\rangle \\ 2\mathrm{Re}\langle f_{vv}f_{hv}^*\rangle & 2\mathrm{Re}\langle f_{vh}f_{hh}^*\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{vv}f_{hh}^*+f_{vh}f_{hv}^*\rangle & -\mathrm{Im}\langle f_{vv}f_{hh}^*-f_{vh}f_{hv}^*\rangle \\ 2\mathrm{Im}\langle f_{vv}f_{hv}^*\rangle & 2\mathrm{Im}\langle f_{vh}f_{hh}^*\rangle & \mathrm{Im}\langle f_{vv}f_{hh}^*+f_{vh}f_{hv}^*\rangle & \mathrm{Re}\langle f_{vv}f_{hh}^*-f_{vh}f_{hv}^*\rangle\end{bmatrix} \tag{15}$$

　　$\bar{I}_e(\theta,\varphi)$　　　　　　　　　。　　VRT　　　　　　　　　[6]

$$\cos\theta\frac{d}{\mathrm{d}z}\bar{I}(\theta,\varphi,z)=-\bar{K}e(\theta,\varphi)\cdot\bar{I}(\theta,\varphi,z)+\bar{S}(\theta,\varphi,z)- \tag{16}$$

$$\cos\theta\frac{d}{\mathrm{d}z}\bar{I}(\pi-\theta,\varphi,z)=-\bar{K}e(\theta,\varphi)\cdot\bar{I}(\pi-\theta,\varphi,z)+\bar{W}(\theta,\varphi,z)\qquad 0\leqslant\theta\leqslant\pi/2,0\leqslant\varphi\leqslant2\pi \tag{17}$$

$$\bar{S}(\theta,\varphi,z)=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi'\int_0^{\pi/2}\mathrm{d}\theta'\sin\theta'\left[\bar{P}(\theta,\varphi;\theta',\varphi')\cdot\bar{I}(\theta',\varphi',z)+\bar{P}(\theta,\varphi;\pi-\theta',\varphi')\cdot\bar{I}(\pi-\theta',\varphi',z)\right]$$

$$\bar{W}(\theta,\varphi,z)=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi'\int_0^{\pi/2}\mathrm{d}\theta'\sin\theta'\left[\bar{P}(\theta,\varphi;\theta',\varphi')\cdot\bar{I}(\theta',\varphi',z)+\bar{P}(\pi-\theta,\varphi;\pi-\theta',\varphi')\cdot\bar{I}(\pi-\theta',\varphi',z)\right]$$

　　$\bar{S},\bar{W}$　　　　　，　　　　　　　　(16)　　　，　　　　　　　　　　　　　　　　　　。　VRT

　　　　　　　　(17)　　，　　　(17)　　　　　　　　　　　　　。　　　　　　　　　　　　　Mueller　　　　　　　[6]：

$$\bar{I}(\pi-\theta,\varphi,z)=\bar{\bar{E}}(\pi-\theta,\varphi)\bar{\bar{D}}[\beta(\pi-\theta,\varphi)z\cos\theta]\bar{\bar{E}}^{-1}(\pi-\theta,\varphi)\bar{I}_0\times\delta(\cos\theta-\cos\theta_0)\delta(\varphi-\varphi_0)+$$
$$\int_z^0\mathrm{d}z'\{\bar{\bar{E}}(\pi-\theta,\varphi)\bar{\bar{D}}[\beta(\pi-\theta,\varphi)(z-z')\sec\theta]\bar{\bar{E}}^{-1}(\pi-\theta,\varphi)\bar{W}(\theta,\varphi,z')\} \tag{18}$$

$$\bar{I}(\theta,\varphi,z)=\bar{\bar{E}}(\theta,\varphi)\bar{\bar{D}}[-\beta(\theta,\varphi)(z+d)\sec\theta]\bar{\bar{E}}^{-1}(\theta,\varphi)\bar{R}(\theta)\bar{\bar{E}}(\pi-\theta,\varphi)\bar{\bar{D}}[-\beta(\pi-\theta,\varphi)d\sec\theta]\bar{\bar{E}}^{-1}(\pi-\theta,\varphi)\,\bar{I^0}\times\delta(\cos\theta-\cos\theta_0)\delta(\varphi-\varphi_0)+\bar{\bar{E}}(\theta,\varphi)\bar{\bar{D}}[-\beta(\theta,\varphi)(z'+d)\sec\theta]\int_{-d}^0\mathrm{d}z'\{\bar{\bar{E}}^{-1}(\theta,\varphi)\bar{R}(\theta)\bar{\bar{E}}(\pi-\theta,\varphi)\bar{\bar{D}}[-\beta(\pi-\theta,\varphi)(z'+d)\sec\theta]\cdot\bar{\bar{E}}^{-1}(\pi-\theta,\varphi)\bar{W}(\theta,\varphi,z)\}+\int_{-d}^{\pi}\mathrm{d}z'\bar{\bar{E}}(\theta,\varphi)\bar{\bar{D}}[\beta(\theta,\varphi)(z'-z)\sec\theta]\bar{\bar{E}}^{-1}(\theta,\varphi)\bar{S}(\theta,\varphi,z') \tag{19}$$

$$\bar{M}_{lj}^{(1)}(\theta,\varphi;\pi-\theta_0,\varphi_0)=\sum_{k,i}\sec\theta\{\bar{\bar{E}}(\theta,\varphi)\bar{\bar{D}}[-\beta(\theta,\varphi)\,d\sec\theta]\bar{\bar{E}}^{-1}(\theta,\varphi)\cdot\bar{R}(\theta)\bar{\bar{E}}(\pi-\theta,\varphi)\}_{lk}\cdot$$

$$\{\bar{\bar{E}}^{-1}(\pi-\theta,\varphi)\bar{\bar{P}}(\pi-\theta,\varphi;\theta_0,\varphi_0)\bar{\bar{E}}(\theta_0,\varphi_0)\}_{ki}\cdot\frac{1-\exp[-\beta_k(\pi-\theta,\varphi)d\sec\theta-\beta_i(\theta_0,\varphi_0)d\sec\theta_0]}{\beta_k(\pi-\theta,\varphi)\sec\theta+\beta_i(\theta_0,\varphi_0)\sec\theta_0}\cdot$$

$$\{\bar{\bar{E}}^{-1}(\theta_0,\varphi_0)\cdot\bar{R}(\theta_0)\bar{\bar{E}}(\pi-\theta_0,\varphi_0)d\sec\theta_0]\bar{\bar{E}}^{-1}(\pi-\theta_0,\varphi_0)\}_{ij}+$$

$$\sum_{k,i}\sec\{\bar{\bar{E}}(\theta,\varphi)\bar{\bar{D}}[-\beta(\theta,\varphi)d\sec\theta]\bar{\bar{E}}^{-1}(\theta,\varphi)\bar{R}(\theta)\cdot\bar{\bar{E}}(\pi-\theta,\varphi)\}_{l,k}\{\bar{\bar{E}}^{-1}(\pi-\theta,\varphi)\bar{\bar{P}}(\pi-\theta,\varphi;\pi-\theta_0,\varphi_0)\bar{\bar{E}}(\pi-\theta_0,\varphi_0)\}_{kj}\cdot\frac{\exp[-\beta_k(\pi-\theta,\varphi)d\sec\theta-\beta_i(\pi-\theta_0,\varphi_0)d\sec\theta_0]}{\beta_i(\pi-\theta_0,\varphi_0)\sec\theta_0-\beta_k(\pi-\theta,\varphi)\sec\theta}\{\bar{\bar{E}}^{-1}(\pi-\theta_0,\varphi_0)\}_{ij}+$$

$$\sec\theta\sum_{k,i}E_{lk}(\theta,\varphi)\{\bar{\bar{E}}^{-1}(\theta,\varphi)\bar{\bar{P}}(\theta,\varphi;\theta_0,\varphi_0)\bar{\bar{E}}(\theta_0,\varphi_0)\}_{ki}\cdot\frac{\exp[-\beta_k(\theta,\varphi)d\sec\theta-\beta_i(\theta_0,\varphi_0)d\sec\theta_0]}{\beta_i(\theta_0,\varphi_0)\sec\theta_0-\beta_k(\theta,\varphi)\sec\theta}$$

$$\{\bar{\bar{E}}^{-1}(\theta_0,\varphi_0)\bar{R}(\theta_0)\cdot\bar{\bar{E}}(\pi-\theta_0,\varphi_0)\bar{\bar{D}}[-\beta(\pi-\theta_0,\varphi_0)d\sec\theta_0]\bar{\bar{E}}^{-1}(\pi-\theta_0,\varphi_0)]_{ij}+$$

$$\sec\theta\sum_{k,i}\bar{E}_{lk}(\theta,\varphi)\{\bar{\bar{E}}^{-1}(\theta,\varphi)\bar{\bar{P}}(\theta,\varphi;\pi-\theta_0,\varphi_0)\bar{\bar{E}}(\pi-\theta_0,\varphi_0)\}_{ki}\cdot$$

$$\frac{1 - \exp[- \beta_k(\theta,\varphi)\mathrm{d} \sec \theta - \beta_i(\pi - \theta_0,\varphi_0)\mathrm{d} \sec \theta_0]}{\beta_k(\theta,\varphi) \sec \theta + \beta_i(\pi - \theta_0,\varphi_0) \sec \theta_0}\{\overline{\overline{E}}^{-1}(\pi - \theta_0,\varphi_0)\}_{ij} \tag{20}$$

$\beta(\theta,\varphi)$ 　　　　　　　　　　　4×4
。　　　　$\overline{\overline{E}}(\theta,\varphi)$,　　　　　$\overline{\overline{D}}[\beta(\theta,\varphi)\mathrm{d} \sec \theta]$
　　　　　　　　　　　[6]　。　　　　　Mueller
m_{00},m_{11},m_{22}　m_{33},　　　　　　(13)
　　　　　　　　　pd。

3

3.1

　　　　　　　　　　。

532.8 nm 　　　　　　　　　,　　　　$\theta_0=30°$,
　　　　　　　　　,　　　　　　　($\theta=\theta_0=$
$30°$)。　　　　　　　2　　　　　　,　$br=$
cr, $ar=2.5$ nm, $cr=ar/5$,　　　　　　ε
$=\varepsilon_0(1.2+i\times0.001)$,　　　　　　　3,3.
$5,4,4.5,5,5.5,6,6.5$(　　　μm)　8　　　。
　(10)　(11)　,　Mueller　　　　　,
　　(8)　　　　　　　　,　　　　1。

表 1
Table 1　The variation of the polarization ratio
with the thickness of the medium

d/μm	3	3.5	4	4.5
pd	0.6456	0.5025	0.4288	0.4047
d/μm	5	5.5	6	6.5
pd	0.4232	0.4926	0.6273	0.8700

　　　　1　　　　　,
　　　　　　,　　　　　　　　,
　　　　　　　　　　　。　　　　8
　　　　　,　　　　　2
　　0.5 μm,
　　　　,　　　0.0185,　　　0.2427,
　　0.1009。　　　　　　　　6.5 μm
4.5μm　,
0.4653;　　　　　　　4μm　5μm　,
　　　　　　　　　　0.0056。　,
　　　　　　　　　,
　　　　　　。

3.2

$\lambda=632.8$ nm,　　　θ_0

$=30°$,　　　　　　　　($\theta=\theta_0=30°$),
$br=cr,cr=ar/5$,　　　　$\varepsilon=\varepsilon_0(1.2+i\times0.001)$,
$d=5 \mu$m。　　　　Mueller
　　　,　　　　　$2.5\sim9$ nm　　　　　,
　　　　2。

表 2
Table 2　The variation of polarization ratio with
the radius of the particle

ar	2.5	3	3.5	4	4.5	5
pd	0.4232	0.6821	0.7027	0.7019	0.6899	0.6674
ar	6	7	7.5	8	8.5	9
pd	0.5686	0.3438	0.4778	0.6468	0.7922	0.8925

　　　2　　　　　,
　　　　(　2
　　　　　),　　　2
　　0.5 nm,
　,
　　　　0.0008,　　　　0.2589,
0.0630。　　　　2.5 nm　3.5 nm　,
　　　　　　0.2795。　2
　　　　　0.1003,
　0.303,　　　0.1815。　　　　9 nm
　7 nm　,
0.5487。　,
　　　　　　　　　　。
　　　　　　　,
　。
　。

3.3

　　　　　　　　　。　　　　　　　　:
$ar=2.5$ nm,$br=cr=ar/5$,
$\varepsilon=\varepsilon_0(1.2+i\times0.001)$,　　　$d=$
5μm,　　$\theta_0=55°$,　　θ　　　　$0°\sim$
$180°$,　　　　1°。　Matlab　Mueller
　　　,　(8)　　　　　,
　　1　。1　　　　,　　　　　,
　　　　　　　　　。$0°\sim90°$
　　　　　,　　　　　　　　。$90°$
$\sim180°$　　　　,
　　　　　1　　,　　　　125°。

，

[2]。

1

Fig. 1　Variation of the polarization degree of scattered light with the detection angle

4

Rayleigh

，

、　　　　　　　　　　　　　。

，

。

，

。

、

，

。

:

[1]　　　　.　　　　　　　　　　　　　　　[J].
　　, 2004,25(2):22-24.
　　YE Fu-qiu. The study of polarization of scattering light of particle group[J]. Journal of Applied Optics, 2004,25(2):22-24. (in Chinese)

[2]　　　,　　　,　　　,　.
　　　　　　　　　　[J].　　　　　　, 2005,17(4):351-354.
　　LI Quan, LIU Ze-jin, SHU Bo-hong, et al. Application of polarization diversity in active imaging[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2005,17(4):351-354. (in Chinese)

[3]　BREUGNOT S, CLéMENCEAU P. Modeling and performances of a polarization active imager at $\lambda=$ 806 nm[J]. Opt. Eng. , 2000,39(10):2681-2688.

[4]　TSANG L, KONG J A, SHIN R. Theory of microwave remote sensing[M]. New York:John Wiley and Sons Press,1985.

[5]　LU S Y. CHIPMAN R A. Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition[J]. J. Opt. Soc. Am. ,1996,13(5):1106-1113.

[6]　JIN Y Q. Electromagnetic scattering modelling for quantitative remote sensing [M]. Singapore:Singapore World Scientific, 1994.