文章编号:1002－2082(2004)03－0023－02

# 光轴与光线轴夹角的数学表示

刘　雁,李国华

(曲阜师范大学 激光研究所,山东 曲阜　273165)

**摘　要:** 利用二轴晶的光波面,对光轴与光线轴的关系进行了研究。计算出了光轴与光线轴夹角的具体表达式,把它应用到黄玉与堇青石中,发现夹角远小于1度。这给光学器件的设计提供了重要的依据。最后对一轴晶进行了讨论,结果表明此时光轴方向与光线轴方向一致。

**关键词:** 光轴;光线轴;夹角

**中图分类号:**O435　　　　**文献标识码:**A

# Mathematical Expression of Included Angle between Optical Axis and Ray Axis

LIU Yan, LI Guo-hua

(Laser Research Institute, Qufu Normal University, Qufu 273165,China)

**Abstract:** The relation of ray axis and optical axis is discussed by using the optical wave camber of biaxial crystal. The mathematical expression of included angle between ray axis and optical axis is also given. The result shows that the included angle is much less than 1° in two biaxial crystals (topaz and cordierite). This is important for the design of the optical devices. It indicates that the direction of ray axis and optical axis is identical by discussing the uniaxial crystal at last.

**Keywords:** ray axis; optical axis; included angle

## 引言

晶体的光轴与光线轴是两个特殊的方向,简言之,光轴是双折射晶体中法线速度相等的方向,光线轴是双折射晶体中光线速度相等的方向。对于二轴晶,法线速度相等的方向其光线速度通常并不一定相等,反之亦然。因此,光轴与光线轴是不一致的。由此可见,在进行晶体的应用和晶体器件设计的研究时,讨论光轴与光线轴之间的夹角具有特别的意义。

## 1　光轴与光线轴的夹角

从二轴晶的光波面可以很方便地找到光轴的位置。图1为平行光轴面切取的光波面之对称面。以$1/n_p$及$1/n_g$为半径的椭圆与半径为$1/n_m$的圆相交于S点,OS即是光线轴的方向。作椭圆与圆的公

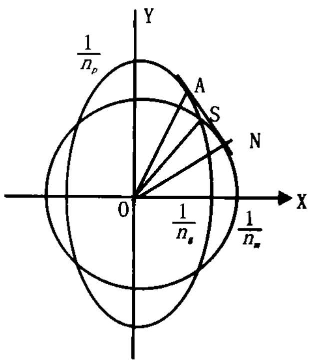


**图1　二轴晶光波面中光轴与光线轴的位置**

**Fig. 1　Position of ray axis and optical axis in the waves camber of diaxial crystal**

**收稿日期:**2003－03－16;**收到修改稿日期:**2003－07－25

**作者简介:**刘雁(1975－),男,湖南新邵人,在读硕士研究生,主要从事激光偏光技术方面的研究。

切线,切圆于N点,切椭圆于A点,连接OA与ON。由于∠ONA=90°,ON即是与OA相当的波法线。因此,在图面内振动的法线速度即等于ON或等于$1/n_m$。换言之,即等于垂直图面振动的波的波法线速度。因此,ON是光轴的位置。令∠SOX=$\alpha$,∠NOX=$\beta$,对于光线轴OS,可设S($\cos\alpha/n_m$, $\sin\alpha/n_m$),将上式代入$\frac{x^2}{\frac{1}{n_g^2}}+\frac{y^2}{\frac{1}{n_p^2}}=1$,得

$$\frac{n_g^2}{n_m^2}\cos^2\alpha+\frac{n_p^2}{n_m^2}\sin^2\alpha=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha$$

方程两边各除以$\cos^2\alpha$,即得

$$\frac{n_g^2}{n_m^2}+\frac{n_p^2}{n_m^2}\mathrm{tg}^2\alpha=\mathrm{tg}^2\alpha+1$$

故

$$\mathrm{tg}\alpha=\sqrt{\frac{n_g^2-n_m^2}{n_m^2-n_p^2}}。$$

由于$N$为圆的切点,故坐标为($\cos\beta/n_m$, $\sin\beta/n_m$),将切线方程与椭圆方程联立:

$$\frac{1}{n_m}\cos\beta X+\frac{1}{n_m}\sin\beta Y=\frac{1}{n_m^2}$$

$$\frac{x^2}{\frac{1}{n_g^2}}+\frac{y^2}{\frac{1}{n_p^2}}=1$$

令$1/n_m=c$, $1/n_g=a$, $1/n_p=b$,有

$$(b^2\sin^2\beta+a^2\cos^2\beta)X^2-2a^2c\cos\beta X+a^2c^2-a^2b^2\sin^2\beta=0$$

要有唯一解,需

$$\Delta=0$$

化简有

$$-c^2+b^2\sin^2\beta+a^2\cos^2\beta=0$$

$$\Rightarrow c^2(\sin^2\beta+\cos^2\beta)=b^2\sin^2\beta+a^2\cos^2\beta$$

$$\Rightarrow\mathrm{tg}\beta=\sqrt{\frac{a^2-c^2}{c^2-b^2}}=\sqrt{\frac{n_g^2-n_m^2}{n_m^2-n_p^2}}\cdot\frac{n_p}{n_g}$$

故光轴与光线轴的夹角为

$$\Delta\theta\approx\mathrm{tg}(\alpha-\beta)=\frac{\sqrt{(n_m^2-n_p^2)(n_g^2-n_m^2)}(n_g-n_p)}{(n_m^2-n_p^2)n_g-(n_g^2-n_m^2)n_p}$$

以黄玉和堇青石为例,根据已知的三个折射率,利用上式求其光轴与光线轴的夹角。

从下表可知黄玉与堇青石中,光轴与光线轴的夹角远小于1°。这一结果表明,在晶体应用或器件设计中,一般可不考虑光轴和光线轴这一微小的差异。

**表1　黄玉和堇青石中光轴与光线轴的夹角**

**Table 1　Included angle between ray axis and optical axis in topaz and cordierite**

| 晶体 | 类型 | $n_g$ | $n_m$ | $n_p$ | $\Delta\theta\approx\mathrm{tg}(\alpha-\beta)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 黄玉 | 正二轴晶 | 1.628 | 1.622 | 1.619 | 0.000 057 |
| 堇青石 | 负二轴晶 | 1.545 | 1.543 | 1.538 | 0.000 226 |

## 2　一轴晶

一轴晶光波面是二轴晶光波面的一种特殊情况:当$n_m=n_p$时,$1/n_m=1/n_p$,此时二光线轴重合为一,即得到正一轴晶的光波面;当$n_g=n_m$时,$1/n_g=1/n_m$,此时二光线轴亦重合为一,即得负一轴晶的光波面。显然,对于一轴晶,光轴方向即为光线轴方向,夹角为零。

## 3　结论

本文具体计算了二轴晶光轴与光线轴的夹角。结果表明,它们的夹角很小。这一结论为光学器件设计提供了重要的依据。

**参考文献:**

[1]　金石琦. 晶体光学[M]. 北京:科学出版社,1995. 148—151.

[2]　肖定金. 晶体物理学[M]. 成都:四川大学出版社,1989. 132—133.