

连铸中间包中夹杂物聚合与去除的数学模型*

张邦文 邓康 雷作胜 任忠鸣

(上海大学上海市钢铁冶金重点实验室, 上海 200072)

摘要 在 Euler(流场)-Lagrange(颗粒) 框架下, 提出了一个夹杂物运动、聚合和去除耦合的统计模型. 运用此模型数值计算了连铸中间包的三维流场, 对夹杂物的行为进行了 Monte-Carlo 模拟. 计算结果显示, 20, 40 和 60 μm 夹杂物的总去除效率约为 20%, 36% 和 75%, 其中壁面吸附的贡献占 1/6—1/4. 受中间包实际条件的限制, 夹杂物的碰撞长大并不显著.

关键词 连铸中间包, 夹杂物, 去除

中图法分类号 TB115

文献标识码 A

文章编号 0412-1961(2004)06-0623-06

A MATHEMATICAL MODEL ON COALESCENCE AND REMOVAL OF INCLUSION PARTICLES IN CONTINUOUS CASTING TUNDISH

ZHANG Bangwen, DENG Kang, LEI Zuosheng, REN Zhongming

Shanghai Enhanced Laboratory of Ferro-Metallurgy, Shanghai University, Shanghai 200072

Correspondent: REN Zhongming, professor, Tel: (021)56331102, E-mail: bangwen@263.net

Supported by National Natural Science Foundation of China (No.50174037)

Manuscript received 2003-06-26, in revised form 2004-01-08

ABSTRACT Combing Euler framework for flow fluid and Lagrangian framework for particle motion, a statistic model coupling the motion, coalescence and removal of inclusion in molten melts has been developed to interpret the basic behavior of inclusion in continuous casting tundish. Numerical calculation was conducted for 3D turbulent flow field using $k-\varepsilon$ turbulence model, then the removal efficiencies and growth rate of inclusion were statistically computed based on the random-trajectory model. The results indicate that the total removal efficiencies of 10, 20 and 30 μm inclusion are approximately 20%, 36% and 75% respectively, of which the attribution due to adhesion to the refractory of inclusion occupies 1/6—1/4. It is found that the growth of inclusion due to coalescence is not marked, restricted by the realistic condition in tundish.

KEY WORDS continuous casting, tundish, inclusion, removal

由于独特的位置和可操作条件, 中间包是连铸过程控制钢液清洁度的关键环节. 为了充分利用中间包去除夹杂物, 国内外采用实验^[1,2]和数学模拟^[3-6]等手段开展了一系列的工作. 在基础研究方面, 根据夹杂物的碰撞长大问题提出了两类模型: 一是基于颗粒聚合动力学的 Smoluchowski(斯氏)方程^[7-9], 二是基于 Euler 框架的“群平衡方程”^[5,6], 即以 Smoluchowski 方程为源项的颗粒群浓度方程. Smoluchowski 方程的基本缺陷在于, 颗粒“最大尺寸”的选择存在歧义, 实际计算无法满足质量守

恒, 另外它只适于混合均匀的系统. 群体平衡方程适于非均匀系统, 克服了 Smoluchowski 方程的一些不足, 但也继承了它固有的缺点. 另外, 群体平衡方程的边界条件很难确定(壁面吸附), 并且计算量极其庞大, 实际应用尚有困难. 假设碰撞效率为 100%, 并且对 Smoluchowski 源项作了较大简化处理后, Sinha 和 Sahai^[6]计算显示, 中间包中湍流碰撞聚合对夹杂物去除率的贡献小于 17%.

研究夹杂物传递的另一种数学手段是 Lagrange 模型, 即描述颗粒运动轨迹, 这种方法比 Euler 方法更直观甚至更基础, 包括确定性的轨道模型^[10,11]和随机轨道模型^[7,12]. 确定性颗粒轨道模型以时均流场为载体, 给出的是光滑的轨道, 可以近似估计夹杂物在冶金容器里的临界去除半径. 而随机轨道模型以瞬时流场为载体, 通过对各种可能的运动轨迹的统计, 给出夹杂物的去除效率. 从物理过程看, Lagrange 模型更接近实际. 颗粒随机轨

* 国家自然科学基金项目 50174037 和国家杰出青年基金项目 50225416 资助

收到初稿日期: 2003-06-26, 收到修改稿日期: 2004-01-08

作者简介: 张邦文, 1972 年生, 男, 博士生

道模型不存在边界条件的概念, 处理颗粒的壁面传质时比 Euler 浓度场模型合理, 但要把夹杂物的运动和碰撞耦合在一起, 存在基本的理论困难, 目前这方面的工作尚未见报道. 但是, 这个问题非常基础, 可以提供处理夹杂物传递和聚合问题的一种新的思路和方法.

本文提出数学模型的基本思路是中间包流场由湍流模型描述, 夹杂物运动由颗粒随机轨道模型描述, 夹杂物生长由颗粒碰撞长大率描述. 应用该模型, 数值计算了中间包的三维流场, 对夹杂物行为进行 Monte-Carlo 模拟, 分析了中间包的流动特征, 考察了上浮、碰撞、吸附等各种实际因素对夹杂物去除的影响, 统计了夹杂物的去除效率, 得到了新的结论.

1 模型的建立

本模型基于以下假设: 钢液做稳态不可压缩流动; 夹杂物体积分数很小, 对流场无影响; 夹杂物为尺寸连续分布的多分散系, 其空间分布是稳态和近似均匀的; 忽略钢液的二次氧化, 夹杂物生长的主要方式是湍流引起的碰撞聚合.

1.1 流体流动

三维流场采用标准的 $k-\varepsilon$ 双方程模型, 其控制方程由下列方程组成:

连续方程

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i) = 0, \quad i = x, y, z \quad (1)$$

动量方程

$$\frac{\partial(\rho U_i U_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2)$$

湍流动能 (k) 方程

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho U_i k - \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) = G - \rho \varepsilon \quad (3)$$

湍流耗散率 (ε) 方程

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho U_i \varepsilon - \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) = (C_1 G \varepsilon - C_2 \rho \varepsilon^2) / k \quad (4)$$

其中

$$G = \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

有效粘性系数等于分子粘性系数和湍流粘性系数之和, 即

$$\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t, \quad \mu_t = C_D \rho k^2 / \varepsilon \quad (5)$$

这里 U_i 为流场时均速度, ρ 为钢液密度, μ 为动力学粘度, μ_t, μ_{eff} 分别表示湍流粘性系数和有效粘性系数. 式中常数 C_1, C_2, C_D, σ_k 和 σ_ε 分别取 1.44, 1.92, 0.09, 1.0 和 1.3.

1.2 夹杂物运动 (随机轨道模型)

夹杂物的运动可由 BBO 方程描述^[13], 不考虑 Basset 力, BBO 方程写为

$$\left(1 + \frac{\rho}{2\rho_p} \right) \frac{du_{pi}}{dt} = \frac{f}{\tau_p} (u_i - u_{pi}) + \frac{3\rho}{2\rho_p} \frac{du_i}{dt} + \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p} \right) g_i, \quad i = x, y, z \quad (6)$$

$$\tau_p = \frac{2\rho R^2}{9\mu}, \quad f = C_m (1 + 0.15 Re_p^{0.687}),$$

$$Re_p = \frac{2\rho R |u_i - u_{pi}|}{\mu}$$

夹杂物的位移

$$x_{pi} = \int u_{pi} dt \quad (7)$$

其中 u_i, u_{pi} 为流体和夹杂物的瞬时速度, g_i 重力加速度, Re_p 为颗粒 Reynolds 数, R 为夹杂物半径, 由下文式 (14) 确定, x_{pi} 为夹杂物的位移. 刚性夹杂物的碰撞聚合, 常常形成不规则的聚合体, 其 Stokes 阻力系数需要修正, 参数 C_m 即为形状修正系数, 文献 [14] 建议 $C_m = 2-3$.

流体的瞬时速度 u_i 等于时均速度 U_i 与脉动速度 u' 之和, 即

$$u_i = U_i + u' \quad (8)$$

1.2.1 脉动速度的确定

脉动速度表征湍流涡的强度, 涡的存在被认为是一个平稳的可以重演的随机过程. 颗粒在运动过程中, 实际上遭遇了一系列离散的瞬息变化的随机涡. 为了模拟颗粒与涡的相互作用, 重要的是要确定涡的大小 (u'), 以及二者的相互作用时间 (T_{int}).

根据湍流理论, 脉动速度 u' 对均方根速度服从正态分布^[15,16], 因此

$$u' = \zeta_n \sqrt{u'^2} \quad (9)$$

其中 ζ_n 为服从 Gauss 分布的随机数. 均方根速度按下式确定

$$\sqrt{u'^2} = \begin{cases} (2k/3)^{1/2} & y^+ \geq 30^{[15]} \\ 0.005u^*(y^+)^2 & y^+ < 30^{[16]} \end{cases} \quad (10)$$

其中 k 为湍流耗散率, $y^+ = yu^*/\nu$ 为无量纲距离 ($y^+ < 30$, 表示边界层), $u^* = (\tau_w/\rho)^{1/2}$ 为壁面摩擦速度, τ_w 为壁面剪力, $\nu = \mu/\rho$ 为钢液的运动学粘度.

相互作用时间 T_{int} 与涡的寿命以及颗粒惯性有关. 如果忽略“轨道穿越效应”^[16], 则

$$T_{\text{int}} = \zeta_e \beta k / \varepsilon \quad (11)$$

其中系数 $\beta \approx 0.3$, ζ_e 为服从指数分布的随机数. 对 T_{int} 随机化, 将确保所模拟的湍流是平稳的, 并且产生自洽的扩散特性^[16].

对 u' 抽样, 通过如下方式实现: 根据当地湍流强度, 按式 (9), (10) 在颗粒运动的当前位置产生一个随机涡,

并按式 (11) 赋予颗粒和涡的相互作用时间, 具体地说, 就是在 T_{int} 时间内, 保持 u' 不变. 在该 T_{int} 结束后, 颗粒已到达新的位置, 再按当地条件, 产生新的 u' , T_{int} , 计算颗粒轨迹, 如此反复直到计算终止.

1.2.2 壁面吸附的确定 夹杂物到达壁面后, 未必完全吸附, 吸附的稳定性与 Van der Waals 力、壁面剪力、颗粒大小及表面粗糙度等有关, 其吸附概率可以表示为 [17]

$$P_a \approx \exp(-0.287\tau_w/\tau_{\text{crit}}) \quad (12)$$

其中 τ_w 为壁面剪力, τ_{crit} 表示使颗粒在壁面滚动的临界流体剪力, 它越大, 吸附概率越小. τ_{crit} 由下式确定

$$\left(\frac{AR}{6h^2} - 6.46\rho^{1/2}\mu^{-1}\tau_{\text{crit}}^{3/2}R^3\right)\frac{R\Delta}{R+\Delta} = 43.92\tau_{\text{crit}}R^3 \quad (13)$$

这里 Hamaker 数 $A=2.3\times 10^{-20}$, Van der Waals 力作用间距 $h=4$ nm, 壁面表现粗糙度 $\Delta \approx R$.

对夹杂物的吸附按 Poisson 过程处理: 从计算机产生一个在 (0, 1) 之间均匀分布的随机数 ζ , 让 P_a 与 ζ 比较, 如果 $P_a > \zeta$, 认为吸附有效, 计算终止, 否则颗粒返回钢液, 继续跟踪计算. 如图 1 所示.

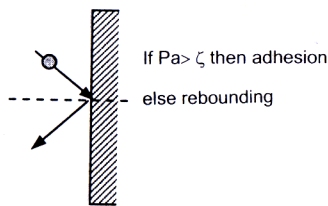


图 1 夹杂物壁面吸附的确定

Fig.1 Adhesion to wall of inclusion

1.3 夹杂物碰撞长大

夹杂物在运动的同时, 发生碰撞长大. 根据文献 [18], 夹杂物的湍流碰撞长大速率为

$$\frac{dR}{dt} = 0.065n_0\varepsilon^{0.38}\nu^{-0.5}\left(aR + b + \frac{c}{R} + \frac{d}{R^2}\right) \quad (14)$$

$$a = f(r_1, 3) - f(r_0, 3), \quad b = f(r_1, 4) - f(r_0, 4)$$

$$c = f(r_1, 5) - f(r_0, 5), \quad d = f(r_1, 6) - f(r_0, 6)$$

其中 ε 即湍流耗散率, 参数 n_0 取决于总氧含量. 其中, 函数 $f()$ 定义为

$$f(x, n) = -\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda^{n+1}} \sum_{k=0}^n \frac{n!}{(n-k)!} (\lambda x)^{n-k}$$

$\lambda=0.4-0.8$ 为夹杂物分布的指数因子 [18].

2 数学模拟

2.1 边界和初始条件

中间包为两流、一重堰坝设计, 几何尺寸为 $8.0\text{ m}\times 1.02\text{ m}\times 1.15\text{ m}$, 堰深 0.65 m 、离入口 0.6 m , 坝

高 0.60 m 、离入口 1.2 m , 堰和坝厚 0.06 m ; 操作和物性参数为: 体积流量 $0.0167\text{ m}^3/\text{s}$, 钢液密度 $\rho=7000\text{ kg}/\text{m}^3$, 动力学粘度 $\mu=0.006\text{ Pa}\cdot\text{s}$, 夹杂物密度 $\rho_p=3500\text{ kg}/\text{m}^3$, 半径主要分布区间 $1-35\text{ }\mu\text{m}$, 总氧含量 0.005 .

在入口, 速度 $u_{\text{in}}=1.66\text{ m}/\text{s}$, 湍流动能 $k_{\text{in}}=0.01 u_{\text{in}}^2$, 耗散率 $\varepsilon_{\text{in}}=k_{\text{in}}^{1.5}/R_{\text{in}}$, $R_{\text{in}}=0.055\text{ m}$ 为水口半径. 在对称面以及液面, 法向速度为 0, 其他变量的法向梯度为 0. 在固体壁面, k , ε 和切应力按壁面函数法确定 [19].

夹杂物的初始位置 (x_0, y_0, z_0) 在入口的横截面上随机取值, 或者写为 $x_0=\zeta_x x_{\text{in}}$, $y_0=\zeta_y y_{\text{in}}$, $z_0=H$. ζ_x, ζ_y 为 (0, 1) 之间均匀分布的随机数, $x_{\text{in}}, y_{\text{in}}$ 为入口在 x, y 方向的尺寸, 如图 2 所示, H 为入口高度. 初始速度等于钢液速度.

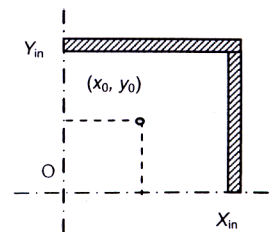


图 2 夹杂物在入口横截面上初始位置

Fig.2 Initial position of inclusion at inlet

2.2 数值计算和 Monte-Carlo 模拟

计算方案分两步进行. 首先, 采用 SIMPLE 法 [19] 计算三维湍流场, 获得时均流场 U_i 、湍流动能 k 、湍流耗散率 ε 和壁面剪力 τ_w . 由于本中间包的对称性, 计算区域取整个容器的 $1/4$, 划分为 $76\times 28\times 42$ 个网格. 控制方程采用有限体积法离散成线性方程组, 然后采用 TDMA 法迭代求解, 当相对残差小于 10^{-4} , 迭代终止. 然后, 把上述参数作为已知条件, 代入方程 (10), (11), 采用 Gill 法 [10] 耦合求解夹杂物的空间位置和半径, 时间步长取 $5\times 10^{-5}\text{ s}$, 颗粒运动遭遇的当地流速, 通过对附近节点的流场线性插值确定. 所有计算程序自己开发, 采用 Visual Basic 6.0 语言编写.

夹杂物从入口横截面上随机释放, 之后追踪该颗粒的运动和碰撞长大. 当它到达液面、或在壁面吸附、或到达出口, 计算终止. 一次计算相当于一次实验, 一条轨迹形成一个样本. 按照同样的方法, 对同一夹杂物进行重复模拟, 得到多个轨迹或样本, 对所有轨迹的去向进行统计, 可得到该夹杂物的去除效率. 如果夹杂物上浮去除的次数记为 N_f , 被壁面吸附的次数记为 N_a , 总实验次数记为 N_t , 则夹杂物上浮、吸附与总去除率分别为: $\eta_f = N_f/N_t$; $\eta_a = N_a/N_t$; $\eta_t = \eta_f + \eta_a$.

3 计算结果及讨论

3.1 流场

图 3 是计算的中间包纵剖面的流场. 钢液注入后, 迅

速抵达包底,并向四周辐射.向右的流股,一部分遇挡墙阻碍,在底部形成一个急剧的环流,一部分往两侧铺开,贴着侧墙和坝进入右侧的开阔区域,并形成一个大的环流,最后经出口流出.可以看到,导流装置有效地防止了钢液的短路,同时把剧烈的湍流控制在左侧,而在右侧液面附近形成一个相对平稳的“准活塞流”.前者有利于夹杂物的碰撞长大,后者利于夹杂物的浮出.为分析方便,定义坝左侧的强射流区为“I区”,以右较为平静的区域为“II区”.表1给出了I区和II区平均耗散率和平均停留时间的计算结果,平均停留时间等于钢液体积于体积流率之比.表1表明,钢液在I区的搅拌强度远远高于II区,以致于湍流耗散率比后者大两个数量级,在这两个区域,停留时间分别为162 s和378 s.

3.2 夹杂物运动

图4,5为不同夹杂物的运动轨迹.图4显示了 $60\ \mu\text{m}$ 的颗粒自入口不同位置释放后的可能轨迹,可见由于湍流细节运动(涡结构)的随机性,夹杂物的运动轨迹也是随机的,对每一次运动夹杂物的最终去向并不确定,可能是浮出,也可能是流出或者吸附.值得注意的是,壁面吸附提供夹杂物去除的潜在手段.但是,浮出、流出和吸附这

表1 钢液平均停留时间及湍流耗散率的计算结果
Table 1 Some calculation results of flow field in tundish

Parameter	Zone I	Zone II
Mean residence time of fluid, s	162	378
The mean value of ϵ , m^2/s^3	8.17×10^{-3}	5.09×10^{-5}

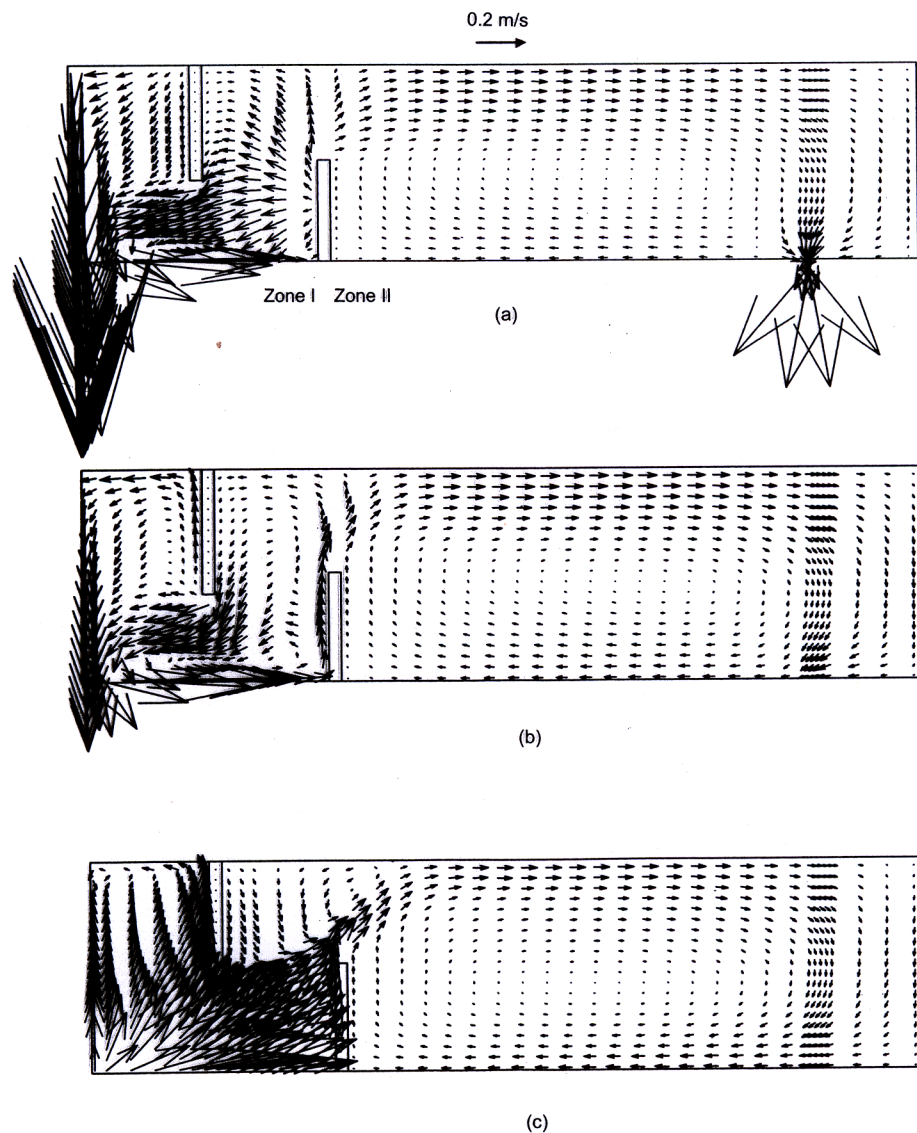


图3 中间包纵剖面上预测的速度场

Fig.3 Predicted velocity fields on the longitudinal section planes at $y/W=0.04$ (central symmetry plane) (a), $y/W=0.32$ (b), $y/W=0.92$ (near the long wall) (c)

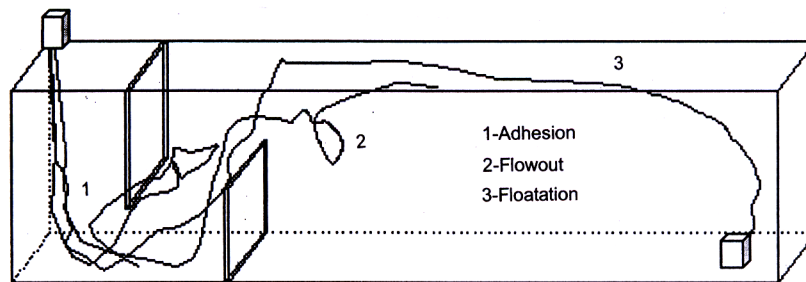


图 4 60 μm 夹杂物从入口不同位置释放后的运动轨迹

Fig.4 Trajectories of inclusion with 60 μm in diameter released from different positions at inlet

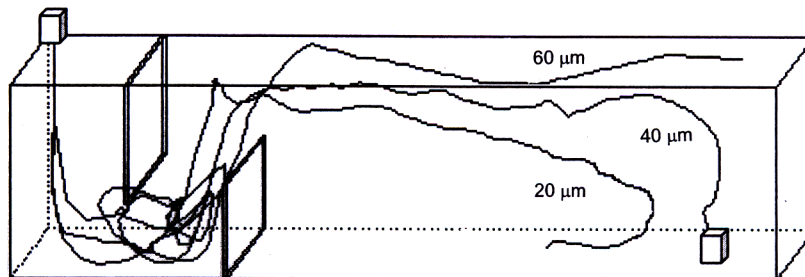


图 5 不同尺寸夹杂物从入口同一位置释放后的运动轨迹

Fig.5 Trajectories of inclusion with different sizes released from the same position at inlet

三个事件并不是等概率发生，因为颗粒越大惯性越大，排除湍流随机涡干扰的能力越强，就越容易上浮去除。图 5 给出的不同颗粒自入口同一位置释放后的轨迹，就大致反映了这种影响。因此，夹杂物的去除效率需要通过大量模拟和统计，才能获得。

在 I 区，由于湍流强烈，夹杂物的运动轨迹比较混乱。预计，在这里夹杂物发生碰撞的机会较多，从而长大较快。

利用表 1 的数据，根据式 (14) 分别计算了 20, 40 和 60 μm 的夹杂物在中间包中的碰撞长大速率，结果见图 6。t 为钢液的平均停留时间，用它近似代表夹杂物的停留时间。实际上后者应比前者大，因为液体质点比固体质点

更容易遍历容器空间，从而花费更多的停留时间。虚线以左为 I 区，以右表示进入 II 区。

图 6 表明，搅拌越强烈，夹杂物碰撞长大越快，因此生长曲线在 I 区比 II 区陡峭。停留时间越长，夹杂物长得越大，并且上浮机会也越多。因此，单就促进夹杂物碰撞长大而言，适当强化钢液搅拌强度、增加中间包容量是有益的。设置挡墙约束射流达到了强化 I 区搅拌的效果，但搅拌不宜过分，激烈的湍流可能造成液面卷渣，结果适得其反。

计算显示 20, 40 和 60 μm 的夹杂物在 I 区最大可分别长大到 27, 49 和 68 μm，在进入 II 区后，可长到 30, 50 和 71 μm。20 μm 夹杂物尺寸变化较大，但没有翻倍，40, 60 μm 等较大的夹杂物前后变化不大。总的来看，夹杂物的碰撞长大并不明显。究其原因，中间包在连铸工序中所处的位置决定了其总氧较低，钢液搅拌只限于局域射流并且停留时间较短，致使夹杂物的碰撞长大条件十分有限。

3.4 夹杂物的去除

通过大量追踪夹杂物的去向，表 2 统计了不同原始直径 (d_0) 的夹杂物的去除效率，其中 N_t 表示模拟次数，计算条件为： $[O\%]=0.005$, $\lambda=0.6$ 。可见，当模拟次数达到 500 次后，去除效率出现统计规律，到 800 次后结果趋于稳定。该表显示，在本中间包中，20, 40 和 60 μm 夹杂物的总去除效率约为 20%，36% 和 75%，其中壁面吸附的贡献占 1/6—1/4。颗粒越大，越容易穿越边界层，到

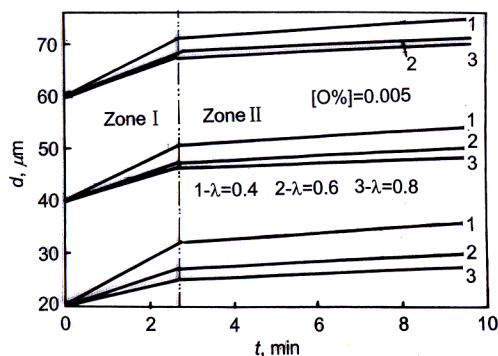


图 6 不同夹杂物的碰撞长大速率

Fig.6 Rates of growth of inclusion with different initial diameters due to collision

表 2 夹杂物去除效率的统计结果 (不考虑聚合 / 考虑聚合)

Table 2 Statistics of removal efficiency of inclusion (no coalescence/coalescence)

Initial diameter of inclusion d_0		Total simulation number N_t			
		200	500	800	900
$d_0=20$	η_f	0.13/0.14	0.14/0.17	0.16/0.18	0.15/0.18
	η_a	0.04/0.04	0.03/0.04	0.03/0.04	0.03/0.04
	η_t	0.17/0.18	0.17/0.21	0.19/0.22	0.18/0.22
$d_0=40$	η_f	0.23/0.25	0.31/0.32	0.29/0.31	0.29/0.31
	η_a	0.06/0.06	0.06/0.08	0.06/0.07	0.06/0.07
	η_t	0.29/0.31	0.37/0.40	0.35/0.38	0.35/0.38
$d_0=60$	η_f	0.60/0.63	0.56/0.57	0.57/0.58	0.57/0.58
	η_a	0.20/0.22	0.14/0.16	0.16/0.18	0.16/0.18
	η_t	0.80/0.85	0.70/0.73	0.73/0.76	0.73/0.76

达壁面, 因此, 吸附的贡献越大. 另外, 碰撞长大对 20, 40 和 60 μm 夹杂物去除的贡献分别约为 4%, 3% 和 3%, 小于 5%. 这与以前的报道不同^[6,9], 由于夹杂物碰撞长大并不明显, 这个结果看来是可信的.

4 结论

本文把颗粒随机轨道模型和聚合动力学结合, 在 Lagrange 框架下提出了连铸中间包中夹杂物去除的一个统计模型, 对中间包的三维流场、夹杂物的运动和去除进行了数值和 Monte-Carlo 模拟, 考察了 Stokes 上浮、碰撞聚合、壁面吸附等各种因素对夹杂物去除的影响, 计算结果表明:

(1) 通过浮力上浮, 是中间包中夹杂物去除的主要方式, 壁面吸附、碰撞聚合增进了夹杂物的去除效果. 在本中间包中, 20, 40 和 60 μm 夹杂物的去除效率约为 20%, 36% 和 75%, 其中壁面吸附的贡献占 1/6—1/4, 碰撞长大的贡献小于 5%.

(2) 较高的氧含量、较强的搅拌以及足够的停留时间, 是夹杂物碰撞长大的基本条件, 中间包的特殊位置决定

了这些条件并不优越, 因此夹杂物的碰撞长大并不明显.

参考文献

- [1] Mazumdar D, Yamanoglu G, Shankarnaryana R, Guttrier R I L. *Steel Res*, 1995; 66(1): 14
- [2] Gao W F, Liu C X, Ma Q X. *Iron Steel*, 1997; 32(Suppl.): 740
(高文芳, 刘成信, 马勤学. 钢铁, 1997; 32(Suppl.): 740)
- [3] He Y D, Sahai Y. *Acta Metall Sin*, 1989; 25: B272
(贺友多, Sahai Y. 金属学报, 1989; 25: B272)
- [4] Soo J, Gethrie R I L. *Metall Trans*, 1993; 24B: 755
- [5] Ilegbusi O J, Szekeley J. *ISIJ Int*, 1989; 29(2): 1031
- [6] Sinha A K, Sahai Y. *ISIJ Int*, 1993; 33(5): 556
- [7] Miki Y, Thomas B G. *Metall Trans*, 1999; 30B: 639
- [8] Tozawa H, Kata Y, Sorimachi K. *ISIJ Int*, 1999; 39(5): 426
- [9] Zhang L, Taniguchi S, Cai K. *Metall Mater Trans*, 2002; 31B: 253
- [10] Zhang B W, Li B W, Liu Z X. *J Baotou Univ Iron Steel*, 1999; 18(2): 125
(张邦文, 李保卫, 刘中兴. 包头钢铁学院学报, 1999; 18(2): 125)
- [11] Li B K, He J C. *J Res Iron Steel*, 1997; 9(5): 1
(李保宽, 赫冀成. 钢铁研究学报, 1997; 9(5): 1)
- [12] Nakaoka T. *Camp ISIJ*, 1997; 10: 760
- [13] Crowe C, Sommerfad M, Tsuji Y. *Multiphase Flows with Drops and Particles*. CRC Press, 2000: 37
- [14] Fang D Y. *Two Phase Flow*. Changsha: National Defence Univ of Science and Technology, 1988: 34
(方丁酉. 两相流. 长沙: 国防科技大学出版社, 1988: 34)
- [15] Gosman A D, Ioannidest E. *J Energy*, 1983; 7(1): 482
- [16] Kallio G A, Reeks M W. *J Int Multiphase Flow*, 1989; 15(3): 433
- [17] Zhang B W, Ren Z M, Zhong Y B, Deng K. *J Rare Earth*, 2002; 20: 398
(张邦文, 任忠鸣, 钟云波, 邓康. 稀土学报, 2002; 20: 398)
- [18] Zhang B W. *PhD Dissertation*, Shanghai University, 2003: 46
(张邦文. 上海大学博士学位论文, 2003: 46)
- [19] Patanker S V. *Numerical Heat Transport and Fluid Flow*, McGraw-Hill Book Comp., 1980