

地震作用下挡土墙上的主动土压力

杨雪强 庄心善 陈升平
(土木工程系)

摘要 以土的塑性上限分析理论为基础,结合墙后土体的两种三维破坏模式,在地震作用下推出了适用于长、短挡土墙上主动土压力上限值的统一表达式,并通过算例计算进行验证.

关键词 挡土墙; 塑性上限分析; 地震角; 主动土压力

中图分类号 TU 411.2

过去不少挡土结构如码头岸壁、桥台、公路与铁路上的挡土墙等受到震害,其原因是一些土的抗剪强度在振动下降低,引起墙上的土压力大大提高,导致了挡土结构的倾覆或滑移过大.我国是一个地震频繁的国家,目前正处于地震活跃期中,因此深化在震载时墙上主动土压力的研究具有重要的现实意义.

常用拟静力法求解在地震作用下墙上的主动土压力.图1为 Mononobe-Okabe 力学模型,得出的主动土压力的大小^[1-4]

$$P_{AE} = \frac{\rho H^2 (1 + K_v) \cos^2(\varphi - \theta - \epsilon)}{2 \cos \theta \cos^2 \epsilon \cos(\delta + \theta + \epsilon) \left(1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \theta - i)}{\cos(\delta + \epsilon + \theta) \cos(i - \epsilon)}} \right)^2} \quad (1)$$

式中: ρ 为无震载时土体的天然重度; K_v 为竖向地震加速度系数,大小为地震加速度的竖向分量与重力加速度 (g) 之比; θ 为地震角, $\theta = \arctan(K_h / (1 + K_v))$ (K_h 为水平向地震加速度系数,大小为地震加速度的水平分量与 g 之比); φ 为墙后土体的内摩擦角; δ 为墙、土间所发挥出的内摩擦角.

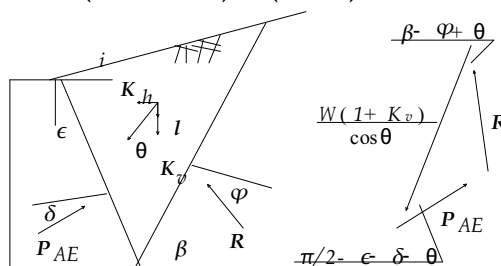


图1 Mononobe-Okabe计算模式

式(1)是基于平面状态下导出的,适用于有震载时长挡土墙上主动土压力的计算.实际工程中,许多挡土墙的长度是有限的,其中短挡土墙占相当比例.由于短挡土墙上的主动土压力明显地受墙两端端部效应的影响,继续用式(1)计算引起的误差较大,已不适用.为简化研究,本文假定:沿墙高土体中各点的加速度和地面的相同,不考虑震载转动分量的影响;墙的移动足够引起墙上主动土压力的产生;土的力学指标仍采用静力状态下的指标.在文献[5~7]的基础上,下面继续探讨震载时墙上的主动土压力随墙的 B/H (长与高之比)的变化规律.

收稿日期 1998-05-22

杨雪强 男 1965年生 副教授 武汉 湖北工学院土木工程系 430068

1 地震作用下挡土墙上的主动土压力

1.1 墙后砂土的纯剪切破坏型

假定墙后砂土遵循摩尔-库仑屈服准则和服从相关联的流动法则,对 B/H 值较大的挡土墙,随挡土墙向前平移,墙后砂土呈三维的纯剪切破坏型,如图 2 所示.考虑震载的影响,下面用塑性上限分析理论^[8],求在如图 2 的纯剪切破坏模式下作用在墙上主动土压力的上限值.

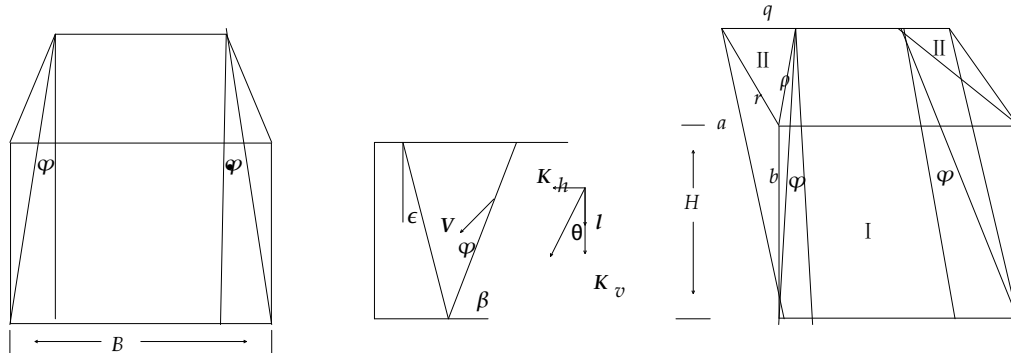


图 2 墙后土体的纯剪切破坏型

由图 2, 据几何关系可求出整个破裂体的惯性力的大小

$$W_1 = \rho B(1 + K_v)(\cot\beta + \tan\epsilon)(H^2/2 - H^3 \tan\varphi / (3B \sin\beta)) / \cos\theta, \quad (2)$$

则破裂体惯性力 W_1 作的外力功率

$$\dot{W}_{ex} = W_1 V \sin(\beta + \theta - \varphi) = BV f_{W_1}, \quad (3)$$

式中 $f_{W_1} = \rho(1 + K_v) \sin(\beta + \theta - \varphi) (\cot\beta + \tan\epsilon) (H^2/2 - H^3 \tan\varphi / (3B \sin\beta)) / \cos\theta.$ (4)

如图 3 所示,挡土墙对破裂土体的推力 F 产生的消散功率

$$\dot{W}_{in} = FV \cos(\beta - \varphi - \epsilon - \delta) \quad (5)$$

由 $\dot{W}_{ex} = \dot{W}_{in}$, 求出单位长度挡土墙上受到的平均主动土压力的大小

$$E_{AE} = F/B = f_{W_1} / \cos(\beta - \varphi - \epsilon - \delta). \quad (6)$$

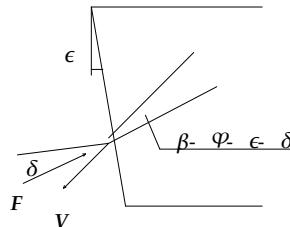


图 3 挡土墙的推力产生的消散功率

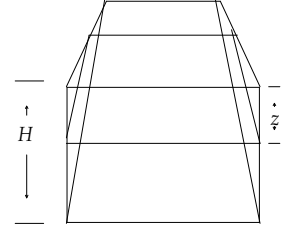


图 4 任一深度 z 处的三维破裂土体

如图 4 所示,将式(4)中的 H 项用 Z 置换并对 Z 求导,则可求出分布主动土压力的大小

$$\sigma_{AE1} = f'_{W_1} / \cos(\beta - \varphi - \epsilon - \delta), \quad (7)$$

其中 $f'_{W_1} = \rho(1 + K_v) \sin(\beta + \theta - \varphi) (\cot\beta + \tan\epsilon) (Z - Z^2 \tan\varphi / (B \sin\beta)) / \cos\theta.$ (8)

对于式(6),用不同的 β 角进行试算,求出最大的 E_{AE} 所对应的 β 即为墙后破裂土体的临界破裂角 β_{cr} , 此时的 E_{AE} 即为作用在单位长度墙上主动土压力的上限值 E_{AE}^{\pm} ,

$$E_{AE}^{\pm} = f_{W_1}(\beta_{cr}) / \cos(\beta_{cr} - \varphi - \epsilon - \delta), \quad (9)$$

与 E_{AE}^{\pm} 对应的分布主动土压力的大小

$$\sigma_{AE1}^{\pm} = f'_{W_1}(\beta_{cr}) / \cos(\beta_{cr} - \varphi - \epsilon - \delta), \quad (10)$$

E_{AE}^{\pm} 作用点距墙底之距离

$$L = \int_0^H \sigma_{AE1}^{\pm}(H - Z)dZ/E_{AE}^{\pm}. \tag{11}$$

对长条形挡土墙, 其 $H/B \rightarrow 0$, 如墙后填土表面水平($i = 0^\circ$), 则式(6)可简化为

$$E_{AE} = \rho H^2(1 + K_v)\sin(\beta + \theta - \varphi)(\cot\beta + \tan\epsilon)/2\cos\theta\cos(\beta - \varphi - \epsilon - \delta). \tag{12}$$

式(12)即为在平面状态下从能量角度推出的震载时墙上主动土压力公式. 可例证由式(12)求出的 E_{AE}^{\pm} 和由式(1) 求出的 P_{AE} 相吻合. 如当 $\varphi = 30^\circ, \delta = i = \epsilon = 0^\circ$ 和 $\theta = 14.04^\circ$ 时, 由式(12) 试算出 $E_{AE}^{\pm} = 0.2592\rho H^2(1 + K_v)$, 而由式(1) 也算出 $P_{AE} = 0.2592\rho H^2(1 + K_v)$, 两者相等.

在平面状态下, 若墙背光滑且无震载时, 文献[9]指出

$$\beta_{cr} = (\pi/2 + \epsilon + \varphi)/2 = \pi/4 + \varphi/2 + \epsilon/2; \tag{13}$$

当有震载时, 由于墙后土体中最大主应力方向偏转了 θ 角, 可类推此时的 β_{cr} 也随着偏转了 θ 角, 即为

$$\beta_{cr} = \pi/4 + \varphi/2 + \epsilon/2 - \theta. \tag{14}$$

所以当有震载时, 墙后破裂体的范围得到了扩大, 同时土体的重度也增至 $\rho(1 + K_v)/\cos\theta$, 从而导致了作用在挡土墙上主动土压力大大增加.

1.2 墙后砂土的拉裂- 剪切复合破坏型

图 2 所示的破坏模式是墙后土体沿破裂角 β 产生沿墙全高的整体剪切破坏, 产生该模式的条件是 $B - 2H \tan\varphi \sin\beta \geq 0$, 即 $B/H \geq 2 \tan\varphi \sin\beta$.

类似文献[6, 7]的处理, 这时定义 $H_{cr} = B \sin\beta/2 \tan\varphi$ 所以, 当 $B/H < 2 \tan\varphi \sin\beta$ 时, 沿墙全高的破裂体以 H_{cr} 为界被分成上下两部分. 其下部分符合砂土运动的相容、连续条件, 因而该段的破坏是剪切破坏; 其上破裂部分为竖直的三棱柱段, 是因下部分破裂体的剪切滑移对土体部分的搬运而产生的上部分土体在竖直界面的受拉破坏, 如图 5 所示.

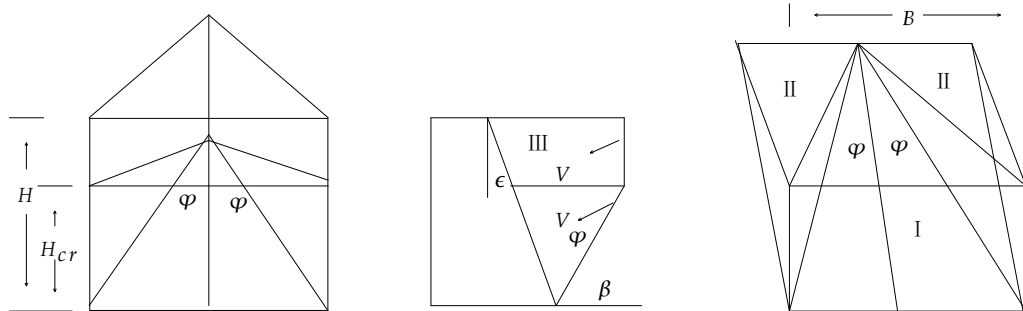


图 5 墙后土体的拉裂- 剪切复合破坏型

在静力状态下, 图 5 所示的破坏模式被砂土挡墙的室内模型试验所验证^[10]. 考虑震载时由图 5 所示的几何关系, 则破裂体惯性力的大小

$$W_2 = \frac{\rho B^3(1 + K_v)}{\cos\theta} \left(\frac{\sin^2\beta(\cot\beta + \tan\epsilon)}{12 \tan^2\varphi} + \frac{\sin\beta}{4 \tan\varphi} \left(\frac{H}{B} - \frac{\sin\beta}{2 \tan\varphi} \right) \right) \cdot (\cot\beta + \tan\epsilon) + \tan\epsilon(H/B - \sin\beta/2 \tan\varphi)^2/2). \tag{15}$$

由 $W_2 V \sin(\beta + \theta - \varphi) = F V \cos(\beta - \varphi - \epsilon - \delta)$, 则可求出单位长度挡墙上的平均主动土压力的大小

$$E_{AE} = F/B = f_{W_2}/\cos(\beta - \varphi - \epsilon - \delta), \tag{16}$$

其中
$$f_{W_2} = \frac{\rho B^2(1 + K_v)\sin(\beta + \theta - \varphi)}{\cos\theta} \left(\frac{\sin^2\beta(\cot\beta + \tan\epsilon)}{12\tan^2\varphi} + \frac{\sin\beta}{4\tan\varphi} \cdot \left(\frac{H}{B} - \frac{\sin\beta}{2\tan\varphi} \right) (\cot\beta + \tan\epsilon) + \frac{\tan\epsilon}{2} \left(\frac{H}{B} - \frac{\sin\beta}{2\tan\varphi} \right)^2 \right). \quad (17)$$

同理由式(16)可试算出 β_{cr} , 与其对应的

$$E_{AE}^{\perp} = f_{W_2}\beta_{cr}/\cos(\beta_{cr} - \varphi - \epsilon - \delta) \quad (18)$$

如图 6 所示, 与 E_{AE}^{\perp} 对应的分布主动土压力的大小:

1) 当 $0 \leq Z \leq H_{cr}$ 时,

$$\sigma_{AE1}^{\perp} = \frac{f'_{W_1}(\beta_{cr})}{\cos(\beta_{cr} - \varphi - \epsilon - \delta)} = \frac{\rho(1 + K_v)\sin(\beta_{cr} + \theta - \varphi)(\cot\beta_{cr} + \tan\epsilon)(Z - \frac{Z^2 \tan\varphi}{B \sin\beta_{cr}})}{\cos\theta \cos(\beta_{cr} - \varphi - \epsilon - \delta)}; \quad (19)$$

2) 当 $H_{cr} \leq Z \leq H$ 时, 将式(17)中的 H 项替换为 Z , 然后把式(16)对 Z 求导得

$$\sigma_{AE2}^{\perp} = \frac{\rho B(1 + K_v)\sin(\beta_{cr} + \theta - \varphi) \left(\frac{\sin\beta_{cr}(\cot\beta_{cr} + \tan\epsilon)}{4\tan\varphi} + \tan\epsilon \left(\frac{Z}{B} - \frac{\sin\beta_{cr}}{2\tan\varphi} \right) \right)}{\cos\theta \cos(\beta_{cr} - \varphi - \epsilon - \delta)}. \quad (20)$$

相应的
$$L = \int_0^{H_{cr}} \sigma_{AE1}^{\perp}(H - Z)dZ + \int_{H_{cr}}^H \sigma_{AE2}^{\perp}(H - Z)dZ)/E_{AE}^{\perp}. \quad (21)$$

2 算例与讨论

当挡土墙的 $B/H \geq 2\tan\varphi/\sin\beta$ 时, 墙后土体沿墙全高产生整体剪切破坏, 这时应该用式(6) 试算出主动土压力值 E_{AE}^{\perp} ; 当 $B/H < 2\tan\varphi/\sin\beta$ 时, 墙后土体的破坏模式呈上部拉裂与下部剪切的复合型, 该条件下用式(16) 试算出主动土压力 E_{AE}^{\perp} . 下用算例来验证本文理论的合理性.

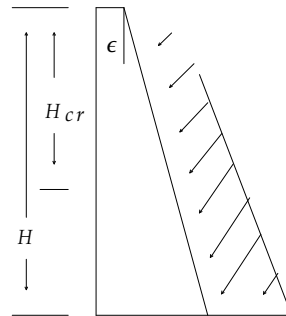


图 6 动主动土压力沿墙高的分布

算例 1: 某挡土墙直立 ($\epsilon = 0^\circ$), 墙背光滑 ($\delta = 0^\circ$), 墙后砂土水平 ($i = 0^\circ$), 砂土的 $\varphi = 30^\circ$. 无震载时, 文献[7]算出: 当 $B/H \geq 1.30$ 时, 墙后土体的破坏属纯剪切型; 当 $B/H < 1.30$ 时, 墙后土体的破坏属拉裂-剪切复合型. 无震载时, 文献[7]给出的计算结果如表 1.

表 1 主动土压力等随 B/H 的变化规律

$\frac{B}{H}$	$\frac{E_{AE}^{\perp}}{E_{AE}^{\perp}}/\%$	L/m	$\frac{r}{H}$	$\beta_{cr}/(^\circ)$
0.5	33.4	0.44H	0.190	64
1.0	56.9	0.39H	0.393	63
2.0	77.9	0.36H	0.532	62
4.0	88.9	0.35H	0.554	61
6.0	92.6	0.348H	0.577	60
8.0	94.4	0.341H	0.577	60
10.0	95.6	0.337H	0.577	60
∞	100	0.333H	0.577	60

注: $\theta = 0^\circ$

表 2 动主动土压力等随 B/H 的变化规律

$\frac{B}{H}$	$\frac{E_{AE}^{\perp}}{P_{AE}}/\%$	L/m	$\frac{r}{H}$	$\frac{E_{AE}^{\perp}}{E_a^{\perp}}$	$\beta_{cr}/(^\circ)$
0.5	30.37	0.444H	0.236	1.70	57
1.0	52.43	0.393H	0.484	1.72	56
2.0	74.51	0.357H	0.781	1.79	52
4.0	86.97	0.346H	0.869	1.83	49
6.0	91.25	0.341H	0.900	1.84	48
8.0	93.40	0.339H	0.900	1.85	48
10.0	94.72	0.338H	0.933	1.85	47
∞	100	0.333H	0.966	1.87	46

注: $\theta = 14.04^\circ$

算例 2: 某挡土墙直立 ($\epsilon = 0^\circ$), 墙背光滑 ($\delta = 0^\circ$), 墙后砂土水平 ($i = 0^\circ$), 砂土的 $\varphi =$

30°. 有震载时, $K_h = 0.3, K_v = 0.2$. 计算表明: 当 $B/H \geq 1.42$ 时, 墙后土体的破坏属纯剪切型; 当 $B/H < 1.42$ 时, 墙后土体的破坏属拉裂-剪切复合型, 计算结果如表 2.

算例 3: 某挡土墙直立 ($\epsilon = 0^\circ$), 墙背光滑 ($\delta = 0^\circ$), 墙后砂土水平 ($i = 0^\circ$), 砂土的 $\varphi = 30^\circ$. 有震载时, $K_h = 0.2, K_v = 0.1$. 计算表明: 当 $B/H \geq 1.38$ 时, 墙后土体的破坏属纯剪切型; 当 $B/H < 1.38$ 时, 墙后土体的破坏属拉裂-剪切复合型, 计算结果如表 3.

根据上述计算结果, 可得出如下结论:

表 3 动主动土压力等随 B/H 的变化规律

$\frac{B}{H}$	$\frac{E_{AE}^{\pm}}{P_{AE}}/\%$	L/m	$\frac{r}{H}$	$\frac{E_{AE}^{\pm}}{E_a^{\pm}}$	$\beta_{cr}/(^\circ)$
0.5	31.42	0.443H	0.223	1.42	59
1.0	54.01	0.397H	0.459	1.43	58
2.0	75.83	0.359H	0.700	1.47	55
4.0	87.67	0.345H	0.727	1.49	54
6.0	91.77	0.341H	0.754	1.50	53
8.0	93.87	0.339H	0.781	1.50	52
10.0	95.10	0.338H	0.810	1.50	51
∞	100	0.333H	0.848	1.51	50

注: $\theta = 10.31^\circ$

1) 类似于静力状态时的主动土压力, 当有震载时, 挡土墙上的主动土压力对墙的 B/H 有着明显的依赖性, B/H 值越小, 则墙的端部效应对土压力的折减越大. 从表 2 与表 3 的计算结果知 Mononobe-Okabe 的主动土压力公式较适用于墙的 $B/H \geq 4$ 时的情况.

2) 无论是否有震载, 用室内模型试验研究墙上的主动土压力一定要注意尺寸效应, 研究平面状态或近似平面状态下的主动土压力, 室内模型墙的 B/H 应大于或等于 4.

3) 有震载时存在地震角 θ , 使墙后土体的破裂角 β_{cr} 明显减少. θ 越大, 则 β_{cr} 减少得越多, 从而引起了墙后破裂土体范围的增大, 使墙上的主动土压力大大增加.

4) 在有震载时, 随着 B/H 的减少, 墙后土体较早地由纯剪切破坏型转入拉裂-剪切复合破坏型. θ 越大, 则这种转化越早.

5) 无论是否有震载, 随着挡土墙 B/H 的减小, 墙背上的分布主动土压力随深度 Z 的非线性分布越来越明显, 结果导致了土压力合力作用点的逐渐上移.

6) 挡土墙震载时的 E_{AE}^{\pm} 与无震载时的 E_a^{\pm} 比值随 B/H 值的降低而减少的幅度很小, 基本上保持为某一恒值, θ 越大, 则相应的近似恒值也越大. 该结论便于对挡土墙进行抗震设计. 文献[11]指出, 对于具有水平填土面的挡土墙, 如按静力状态设计并具有 1.5 的安全系数, 可以预计它能承受高达 0.2 g 的水平加速度. 本文算例 3 的计算结果与该结论基本吻合.

3 结语

实践表明, 挡土墙上的主动土压力有着显著的尺寸效应. 本文根据墙后土体的两种三维破坏模式, 初步探讨了主动土压力随 B/H 值的变化规律, 较好地解决了这一问题. 在式(6)与(16)中如令 $K_v = 0$ 和 $\theta = 0$, 即可简化为在静力状态下文献[7]导出的主动土压力的计算公式.

有震载时主动土压力问题很复杂, 实测表明 E_{AE}^{\pm} 的作用点明显地得到了上移, 笔者认为主要是以下三方面综合作用的结果:

1) 挡土结构的 B/H 值. 其值较小的挡土墙、桥台等能引起 E_{AE}^{\pm} 作用点的明显上移.

2) 震动加速度系数沿墙高的非均匀分布. 实测证明, 水平震动加速度系数在墙顶处较大, 而在墙底部处较小, 从而引起墙的上部区域主动土压力相对较大, 而其下部区域主动土压

力相对较小,导致了主动土压力合力作用点的上移.

3) 墙后土体内聚力和内摩擦角的变化. 试验证明,震动加速度越大,则土体的内聚力和内摩擦角折减得越多. 由于震动加速度沿墙高的分布呈上大下小状,从而使墙上部区域主动土压力的增大幅值大于墙下部区域的增大幅值,最终也引起了 E_{AE} 作用点的上移. 这三方面对墙上主动土压力的影响都有待于今后进一步地探讨.

参 考 文 献

- 1 刘惠珊,张在明编著. 地震区的场地与地基基础. 北京: 中国建筑工业出版社, 1994
- 2 [美]B Raja M Das 著. 土动力学原理. 吴世明, 顾尧章译. 杭州: 浙江大学出版社, 1984
- 3 [印]P rakash S 著. 土动力学. 徐攸在, 王志良, 王余庆等译. 北京: 水利电力出版社, 1984
- 4 谢定义编著. 土动力学. 西安: 西安交通大学出版社, 1988
- 5 杨雪强, 何世秀, 余天庆. 提高挡土墙精度设计的若干方法. 武汉: 湖北工学院学报, 1996(2): 19~ 27
- 6 杨雪强, 何世秀, 余天庆. 对加筋砂土作用在挡土墙上土压力的研究. 武汉: 岩土力学, 1997(1): 25~ 34
- 7 杨雪强. 挡土墙土压力理论及边坡加固与深基坑支护的设计探讨[博士学位论文]. 武汉: 武汉水利电力大学, 1998
- 8 Chen W F. Limit Analysis and Soil Plasticity. Elsevier Scientific Publishing Company, 1975
- 9 Roy E Hunt. Geotechnical Engineering Analysis and Evaluation. New York: McGraw - Hill Book Company, 1986
- 10 顾慰慈. 挡土墙主动土压力作为空间问题的一种计算方法. 土木工程学报, 1985(2): 66~ 75
- 11 [美]温特卡思, 方晓阳著. 基础工程手册. 钱鸿缙, 叶书译. 北京: 中国建筑工业出版社, 1983

Active Soil Pressures Acted on Retaining Walls During Earthquakes

Yang Xueqiang Zhuang Xinshan Chen Shemping

Abstract Based on soil plasticity and limit analysis theorem, together with two three-dimensional failure modes of cohesionless backfill, this paper presents a general formula of upper bound values of active soil pressure acted on rough retaining walls during earthquakes. These formula in the paper are verified by some calculation examples.

Keywords retaining wall; plasticity upper bound analysis; seismic angle; active soil pressure

(责任编辑 徐雄立)