

文章编号: 1671-7848(2008)03-0269-04

# 一种基于滑模的自适应预测函数控制新算法

刘福才, 贺浩博

(燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004)



**摘 要:** 提出了一种应用带时变遗忘因子的基于滑模的自适应预测函数控制新算法。该算法采用带时变遗忘因子的递推最小二乘算法在线辨识模型参数, 将滑模控制与预测函数控制(PFC)相结合对系统进行控制。与其他模型预测控制不同, 预测函数控制可以克服其他模型预测控制可能出现规律不明的控制输入问题, 具有良好的跟踪能力和较强的鲁棒性, 离散滑模控制中的滑动模态对干扰具有不变性; 最后分析了控制系统的闭环渐近稳定性。仿真结果验证了该方法的有效性。

**关键词:** 滑模控制; 预测函数控制; 时变遗忘因子; 稳定性

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

## New Algorithm of the Sliding-model Based Adaptive Predictive Function Control

LIU Fu-cai, HE Hao-bo

(Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** An adaptive predictive function control algorithm based on the sliding-model is presented. This method estimates model parameters on-line by the least squares identification with time-varying forgettable factor, and combines predictive function control(PFC) with sliding-model control(SMC). The proposed schemes, which have advantages of PFC and SMC, have the ability of tracking the reference signal and the strong robustness on the sliding surface. The robust performance of controlled system is improved and the computational speed is higher. The asymptotical stability of closed-loop system is analyzed. The simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words:** sliding-model control; predictive function control; time-varying forgettable factor; stability

### 1 引言

模型预测控制(MPC)是近几十年发展起来的一类新型计算机控制算法, 控制效果好、鲁棒性强。预测函数控制属于模型预测控制的范畴<sup>[1]</sup>, 它将控制输入结构化, 可大大减少在线计算量, 可以克服其他模型预测控制可能出现规律不明的控制输入问题, 同时具有良好的跟踪能力和较强的鲁棒性<sup>[2]</sup>。

滑模控制的优点是滑动模态对系统摄动具有完全自适应性, 从原理上存在可以避免高频抖振的可能, 处于滑模运动的系统就具有很好的鲁棒性<sup>[3]</sup>。文献[4]提出了一种时滞系统自适应预测函数PI控制, 文献[5]引入终端滑模区作为预测控制的终端吸引区, 但此方法只是基于状态空间描述。

本文将预测函数控制与离散滑模控制相结合, 提出了一种带终端滑模等式约束的基于受控自回归积分滑动平均(CARIMA)模型的具有稳定性的APFC算法。

### 2 终端滑模等式约束的自适应预测函数控制算法

采用单输入单输出(SISO)的CARIMA模型:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-1) + \alpha(z^{-1})\alpha(t)\Delta \quad (1)$$

式中,  $A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_nz^{-n}$ ;  $B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_nz^{-n}$ ;  $u(t)$ 和  $y(t)$ 分别表示被控对象的输入和输出;  $\Delta = 1 - z^{-1}$ 表示差分算子;  $\alpha(t)$ 是均值为零的白噪声。

令  $\alpha(z^{-1}) = 1$ , Diophantine 方程:

$$1 = E_j(z^{-1})A(z^{-1})\Delta + z^{-j}F_j(z^{-1}) \quad (2)$$

式中,  $E_j(z^{-1}) = 1 + e_1z^{-1} + \dots + e_{j-1}z^{-j+1}$ ;

$$F_j(z^{-1}) = f_0^j + f_1^jz^{-1} + \dots + f_n^jz^{-n}$$

将式(1)两边同时乘以  $E_j(z^{-1})\Delta$  后, 与式(2)可得时刻  $t$  后  $j$  步的预测方程:

$$y(t+j) = G_j(z^{-1})\Delta u(t+j-1) +$$

收稿日期: 2006-09-12; 收修定稿日期: 2006-09-27

基金项目: 燕山大学博士基金资助项目(B111)

作者简介: 刘福才(1966-), 男, 黑龙江勃利人, 教授, 博士, 主要从事模糊辨识与模型预测控制、电力拖动及其计算机控制等方面的教学与科研工作。

$$F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})\omega(t+j) \quad (3)$$

$$G_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})B(z^{-1}) = g_0 + g_1z^{-1} + \dots + g_{j-1}z^{-j+1} + g_jz^{-j} + \dots$$

$t$  时刻的输出预测值为

$$\hat{y}(t+j) = G_j(z^{-1})\Delta u(t+j-1) + F_j(z^{-1})y(t) \quad j=1, 2, \dots, N \quad (4)$$

式(4)包括  $t$  时刻的已知量和未知量两部分, 用  $g(t+j)$  表示已知量。

$$g(t+1) = (G_1 - g_0)\Delta u(t) + F_1(z^{-1})y(t)$$

$$g(t+2) = (G_2 - z^{-1}g_1 - g_0)\Delta u(t) + F_2y(t)$$

$$g(t+N) = z^{-N}(G_N - z^{-N+1}g_{N-1} - \dots - z^{-1}g_1 - g_0)\Delta u(t) + F_Ny(t)$$

根据式(4)可得最优输出预测值为

$$Y = G\Delta U + H \quad (5)$$

且有:

$$\begin{cases} Y = [\hat{y}(t+1), \hat{y}(t+2), \dots, \hat{y}(t+N)]^T \\ \Delta U = [\Delta u(t), \Delta u(t+1), \dots, \Delta u(t+N-1)]^T \\ H = [g(t+1), g(t+2), \dots, g(t+N)]^T \end{cases} \quad (6)$$

$$G = \begin{pmatrix} g_0 & & & 0 \\ g_1 & g_0 & & \\ & & & \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & g_0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

与其他模型预测控制不同, 预测函数控制认为控制输入的结构是确保控制性能的关键, 在预测函数控制中, 控制作用认为是若干个已知基函数  $u_n$  的线性组合, 即:

$$u(t+i) = \sum_{n=1}^N \mu_n u_n(i) \quad (i=0, 1, \dots, N-1) \quad (8)$$

式中,  $N$  为基函数的个数;  $u_n(i)$  为基函数在  $t = iT_s$  时的值,  $T_s$  为采样周期;  $\mu_n$  为线性组合系数。

基函数的选择取决于设定值的性质, 通常采用多项式基函数的形式, 当取一个基函数时, 基函数可以取阶跃函数, 即:

$$u(t+i) = u(t) = \mu_1 \quad (i=0, 1, \dots, N-1)$$

当取两个基函数时, 基函数可以取阶跃函数和斜坡函数, 即:

$$u(t+i) = \mu_1 + i\mu_2 \quad (i=0, 1, \dots, N-1)$$

取:

$$M = \begin{pmatrix} u_1(0) & \dots & u_N(0) \\ \vdots & & \vdots \\ u_1(N-1) & \dots & u_N(N-1) \end{pmatrix}, \mu = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_N \end{pmatrix}$$

$$U = M\mu \quad (9)$$

即:

$$\begin{pmatrix} u(k) \\ \vdots \\ u(k+N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1(0) & \dots & u_N(0) \\ \vdots & & \vdots \\ u_1(N-1) & \dots & u_N(N-1) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_N \end{pmatrix} \quad (10)$$

对于式(1)描述的系统, 设计如下滑动运动方程<sup>[6]</sup>:

$$s(t+j) = T(z^{-1})e(t+j) \quad (11)$$

$$T(z^{-1}) = 1 + t_1z^{-1} + \dots + t_nz^{-n} \quad (12)$$

$$e(t+j) = y(t+j) - y_r(t+j) \quad (13)$$

式中,  $s(t+j)$ ,  $y_r(t+j)$ ,  $e(t+j)$  分别表示  $t$  时刻第  $j$  步切换函数预测值, 参考信号值, 输出跟踪误差预测值;  $T(z^{-1})$  为后移算子  $z^{-1}$  的多项式。

根据离散线性系统稳定理论, 适当选择参数  $t_i$ , 使式(12)渐近稳定。取控制时域  $N_u = N$ , 最小预测时域  $N_1 = 1$ 。取性能指标为

$$J = S^T S \text{ 且 } s(t+N) = 0 \quad (14)$$

将式(5), 式(9)代入式(11), 写成向量形式可以表示为

$$S = T(z^{-1})[H + G\Delta M\mu - Y_r] \quad (15)$$

$$s(t+N|t) = T(z^{-1})[H_N + G_N\Delta M\mu - Y_r(N)] \quad (16)$$

将式(15), 式(16)代入式(14),  $\lambda$  为拉格朗日乘数, 使性能指标函数  $J$  取最小值的控制律为

$$T(z^{-1})\Delta M\mu = [G^T G + \lambda G_N^T G_N]^{-1} \times [G^T (T(z^{-1})Y_r - T(z^{-1})H) + \lambda G_N^T (T(z^{-1})y_r(t+N) - T(z^{-1})H_N)] \quad (17)$$

根据式(17)求出  $\mu$ , 令:

$$R = [1 \ 0 \ \dots \ 0]_{\times N} \quad (18)$$

这样, 得到最终控制律为

$$u(t) = R M \mu \quad (19)$$

### 3 带时变遗忘因子的最小二乘法辨识模型参数

选取具有时变遗忘因子的递推最小二乘辨识算法进行系统辨识, 能更好地克服“数据饱和”现象, 也解决了受控系统稳定时参数估计的误差协方差阵  $P(t)$  由于信息量减少按指数增加的问题。

将模型式(1)写成最小二乘格式:

$$\Delta y(t) = h^T(t)\theta + \omega(t) \quad (20)$$

式中,

$$h(t) = [-\Delta y(t-1), -\Delta y(t-2), \dots, -\Delta y(t-n_a), \Delta u(t-1),$$

$$\Delta u(t-2) \dots \Delta u(t-1-n_b)]^T \quad (21)$$

$$\theta = [a_1, a_2, \dots, a_{n_a}, b_0, b_1, \dots, b_{n_b}]^T \quad (22)$$

初始条件一般取为

$$\hat{\theta}(0) = \varepsilon \text{ (充分小的实向量)}$$

$$P(0) = a^2 I \text{ (} a \text{ 为充分大的数)}$$

则带时变遗忘因子的递推最小二乘法为

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t) [y(t) - h^T(t)\hat{\theta}(t-1)] \quad (23)$$

$$K(t) = P(t-1)h(t) [h^T(t)P(t-1)h(t) + \mu(t)]^{-1} \quad (24)$$

$$P(t) = [I - K(t)h^T(t)]P(t-1) \quad (25)$$

$$\mu(t) = 1 - \frac{1}{\sigma_0^2 L} \left( 1 - \frac{h^T(t)P(t-1)h(t)}{\mu(t-1) + h^T(t)P(t-1)h(t)} \right) \quad (26)$$

式中， $\sigma_0^2$  为量测噪声方差； $L$  为数据长度； $\mu(t)$  为时变遗忘因子，一般选取  $0.9 \leq \mu(t) \leq 1$ ，且  $\mu(t) = 1$  时为普通最小二乘法。

### 4 稳定性分析

**定理 1** 如果选择合适的预测时域  $N$ ，使得性能指标式 (14) 在初始时刻  $t$  有解，则所设计的终端滑模等式约束的自适应预测函数控制系统是渐近稳定的；系统至少在当前时刻的  $N$  步后能够达到滑动面上。

证明 由离散滑模控制可知，只需要证明系统从初始输出在预测函数控制下能够达到滑动模态上，就可以证明系统闭环稳定。

在  $t$  时刻，求得的控制序列为  $u_N^*(t)$ ，只采用当前时刻的控制量，可得  $u(t) = u_t^*(0)$ ，令此时的性能指标为  $J_N^*(t)$ 。在下一个采样时刻  $(t+1)$ ，求得的预测控制序列为  $u_N^*(t+1)$ ，性能指标值记为  $J_N^*(t+1)$ 。

定义一个可行的预测控制序列  $u_N(t+1)$  为

$$u_N(t+1) = \{u_{t+1}(0), u_{t+1}(1), \dots, u_{t+1}(N-2), u_{t+1}(N-1)\} = \{u_t^*(1), u_t^*(2), \dots, u_t^*(N-1), u_{t+1}(N-1)\} \quad (27)$$

式中  $u_{t+1}(N-1)$  取为滑模面上的等效控制作用，满足  $s_{t+1}(N) = 0$ 。

其相应的输出预测  $Y_N(t+1)$  和切换函数预测值  $S_N(t+1)$  为

$$Y_N(t+1) = \{y_{t+1}(1), y_{t+1}(2), \dots, y_{t+1}(N-1), y_{t+1}(N)\} = \{y_t^*(2), y_t^*(3), \dots, y_t^*(N), y_{t+1}(N)\}$$

$$S_N(t+1) = \{s_{t+1}(1), s_{t+1}(2), \dots, s_{t+1}(N-2), s_{t+1}(N-1), s_{t+1}(N)\} =$$

$$\{s_t^*(2), s_t^*(3), \dots, s_t^*(N-1), 0, 0\} \quad (28)$$

此时性能指标定义为  $J_N(t+1)$ ，与  $(t+1)$  时刻的优化性能指标  $J_N^*(t+1)$  比较，只要优化问题有解，则存在下式：

$$J_N^*(t+1) \leq J_N(t+1) \quad (29)$$

如果性能指标  $J_N(\cdot)$  满足  $J(0) = 0$ ，则有：

$$J_N(t+1) = \sum_{j=1}^N s_{t+1}^2(j) = \sum_{j=1}^{N-1} s_t^2(j+1) + s_{t+1}^2(N) = \sum_{j=0}^N s_t^2(j) - s_t^2(0) = J_N^*(t) - s_t^2(0) = J_N^*(t) - s^2(t) \quad (30)$$

因此有：

$$J_N^*(t+1) - J_N^*(t) \leq -s^2(t) \quad (31)$$

所以：

$$J_N^*(t+1) - J_N^*(t) \leq 0 \quad (32)$$

由式 (32) 知，优化性能指标的值  $J_N^*(\cdot)$  是非增的。

当输出值不在滑模面上时，由式 (31) 得到：

$$J_N^*(t+2) - J_N^*(t+1) \leq -s^2(t+1)$$

$$J_N^*(t+N) - J_N^*(t+N-1) \leq -s^2(t+N-1)$$

上式两边分别相加，有：

$$J_N^*(t+N) - J_N^*(t) \leq -\sum_{j=1}^N s^2(t+j) = -J_N(t)$$

由式 (29) 知， $J_N^*(t+N) \leq 0$ ，且  $J_N^*(t+N) \geq 0$ ，知  $J_N^*(t+N) = 0$ ，从而有  $s(t+N+j) = 0, j = 0, 1, \dots, \infty$ 。

因此，如果初始输出值不在滑动面上，则系统在  $(k+N)$  时刻能够到达滑动面上。

### 5 仿真研究

取被控对象为

$$y(t) = 0.61y(t-2) - 0.23y(t-3) + 1.01u(t-1) + 0.26u(t-2) + 0.814u(t-3) + 0.1\omega(t)$$

仿真研究中，选取  $T = 1 + 1.6z^{-1} + 0.64z^{-2}$  满足式 (12) 渐近稳定；预测时域  $N = N_u = 4, N_1 = 1$ ；拉格朗日常数  $\lambda = 2$ ；取基函数为阶跃、斜坡函数；初始条件为  $y(1) = 0.39, y(2) = -0.2, y(3) = 0.63$ ； $u(1) = u(2) = 0, u(3) = 0.34$ ；时变遗忘因子辨识算法中取  $\mu(0) = 0.98, \sigma_0^2 L = 100, \hat{\theta}(0) = 0.001, P(0) = 10^6 I$ 。

采用本文算法的过程输出和控制曲线，分别如图 1，图 2 所示。

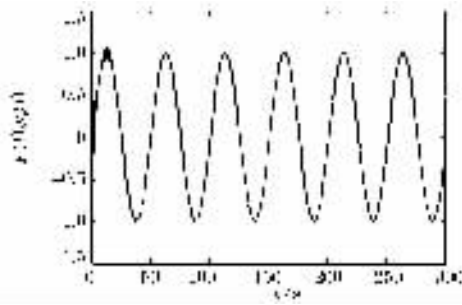


图 1 输出跟踪曲线

Fig.1 The tracking curve of output

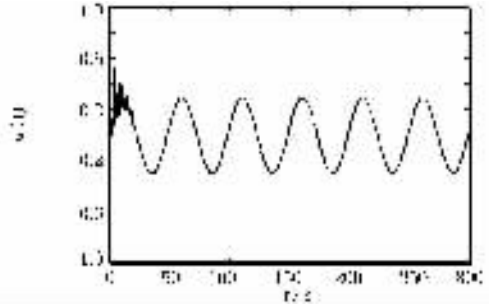


图 2 控制曲线

Fig.2 The control curve

由仿真曲线可以看出,采用本文提出的控制算法,在初始时刻,输出有一定的超调,但不是很大。随着进一步的跟踪控制,输出能很好地跟踪设定值的变化,并且有很好的稳定性和鲁棒性。同时,初始时刻控制信号的震动幅度也比较小,在控制过程中,控制信号变化较平稳。仿真结果验证了本文提出的终端滑模等式约束的自适应预测函数控制方法是有效的。

### 6 结 语

本文提出一种基于终端滑模等式约束的自适应预测函数控制算法。该算法采用带时变遗忘因子的递推最小二乘法在线辨识模型参数,减小了建模误差,提高了建模精度,具有预测函数控制可以克服其他 MPC 可能出现规律不明的控制输入问题的优点和离散滑模控制中的滑动模态对干扰具有不变性的优点,有良好的跟踪能力和较强的鲁棒性,在实际工业控制中,尤其是在环境复杂,性能要求较高的工业系统中有很好的应用前景。

(上接第 252 页)

### 5 结 语

本文针对压水堆核电站 SG 水位控制系统,将蒸汽流量作为可测扰动加到预测模型中,设计了具有前馈补偿作用的 MPC 控制器,使系统对于不同的蒸汽扰动具有一定的自适应能力,与变参数 PID 控制相比,有较好的控制效果。将给水流量增量施以约束后,水位控制在允许范围内,同时给水流量变化较平缓,减少了对给水阀可能的冲击。由于 SG 水位存在警戒线限制,将水位施加硬、软约束,在施加硬约束不能得到可行解时,软约束的施加能使系统达到较理想的稳定控制效果。

### 参考文献(References):

[1] 周刚,彭威,张大发.核动力蒸汽发生器水位控制方法分析[J].原子能科学技术,2004,38(5):19-23.(Zhou Gang,Peng Wei,Zhang Dafa. Analysis of water level control methods for nuclear steam generator[J]. Atomic Energy Science and Technology,2004,38(5):19-23.)

[2] Na M G,Sim Y R,Lee Y J.Design of an adaptive predictive controller for steam generator[J].IEEE Transactions on Nuclear Science,2003,50

### 参考文献(References):

[1] Mayne D Q,Rawlings J B,Rao C V,et al. Constrained model predictive control: stability and optimality[J].Automatica,2000,36(4):789-814.

[2] 金晓明,王树青,荣冈.先进控制技术及应用[J].化工自动化及仪表,1999,26(6):74-79.(Jin Xiaoming,Wang Shuqing,Rong Gang. Advanced control technique and its application[J].Control and Instruments in Chemical Industry,1999,26(6):74-79.)

[3] Chan C Y. Discrete adaptive sliding-mode control of a class of stochastic systems[J].Automatica,1999,35(11):1491-1498.

[4] 刘福才,梁晓明,孙立萍.一种具有PI结构的时滞系统APFC控制[J].控制工程,2006,13(6):563-566.(Liu Fucui,Liang Xiaoming,Sun Liping. Adaptive predictive function control with proportional integral structure for time-delay system[J].Control Engineering of China,2006,13(6):563-566.)

[5] 周建锁.非线性模型预测控制算法研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2001.(Zhou Jiansuo. Study on nonlinear model predictive control algorithm[D]. Harbin:Harbin Institute of Technology,2001.)

[6] 刘福才,梁晓明.Hénon混沌系统的广义预测控制与同步快速算法[J].物理学报,2005,54(10):4584-4589.(Liu Fucui,Liang Xiaoming. A fast algorithm for generalized predictive control and synchronization of Hénon chaotic systems[J].Acta Physica Sinica,2005,54(10):4584-4589.)

(1):186-193.

[3] Mayuresh V K,Mettler B,Morari M. Linear parameter varying model predictive control for steam generator level control[J].Computers Chemistry Engineering,1997,21(5):861-866.

[4] Cho B H,No H C. Design of stability guaranteed fuzzy logic controller for nuclear steam generator[J].IEEE Transactions on Nuclear Science,1996,43(2):716-730.

[5] Irving E,Miossec C,Tassart J. Towards efficient full automatic operation of the PWR steam generator with water level adaptive control[A].Proceedings of Conference on Boiler Dynamics and Control in Nuclear Power Stations[C].London:British Nuclear Energy Society,1980.

[6] Kothare M V,Mettler B. Level control in the steam generator of a nuclear power plant[J].IEEE Transactions on Control Systems Technology,2000,8(1):55-69.

[7] 滕树杰,张乃尧,崔震华.压水堆蒸汽发生器水位的分层自适应模糊控制[J].核动力工程,2003,24(3):281-284.(Teng Shujie,Zhang Nairao,Cui Zhenhua. Hierarchical automatism adaptive fuzzy control of SG level of nuclear power plants in PWR[J].Nuclear Power Engineering,2003,24(3):281-284.)

[8] Kothare M V,Mettler B. A unified framework for the study of anti-wind-up designs[J].Automatica,1994,30(12):1869-1883.

[9] Chen H,Allgower F. A quasi-infinite horizon predictive control scheme for constrained nonlinear systems[J].Control Theory and Applications,1999,16(3):313-319.

[10] Fletcher R. Practical methods of optimization[M].New York:John Wiley & Sons,1987.

[11] 吕志信.环保型锅炉操作及运行[M].北京:中国计量出版社,2003.(Lv Zhixin. Operation and circulation of environmental protective boiler[M].Beijing:China Metrology Publishing House,2003.)