

## Cu-13.5%Sn 合金雾化液滴凝固过程模拟\*

王晓峰 赵九洲 何杰 王江涛

(中国科学院金属研究所, 沈阳 110016)

**摘要** 在群体动力学的基础上, 提出了描述 Cu-13.5%Sn(质量分数) 合金雾化液滴凝固过程的动力学模型; 并将其与液滴的传热方程和运动方程相耦合, 对雾化液滴的冷却凝固过程进行了模拟分析, 探讨了液滴尺寸、气体初始速度、熔体过热度 and 初生相与异质形核基底间润湿角对液滴凝固行为的影响. 模拟结果表明: 本模型能够很好地描述雾化液滴的凝固过程; 液滴冷却至一定温度开始形核, 随后晶粒长大; 液滴直径越小, 冷却速度越快, 液滴内晶粒数量密度就越高, 凝固结束时晶粒亦越细小. 形核润湿角和熔体过热度的增加, 导致液滴内晶粒数量密度降低, 晶粒半径增大; 而气体初始速度的增加, 有利于液滴内晶粒细化.

**关键词** Cu-13.5%Sn 合金, 喷射成形, 群体动力学, 模拟

**中图法分类号** TG244, TB115 **文献标识码** A **文章编号** 0412-1961(2005)09-0923-06

## MODELING OF SOLIDIFICATION PROCESS OF THE GAS-ATOMIZED Cu-13.5%Sn ALLOY DROPLETS

WANG Xiaofeng, ZHAO Jiuzhou, He Jie, WANG Jiangtao

Institute of Metal Research, The Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016

Correspondent: ZHAO Jiuzhou, professor, Tel: (024) 23971918, E-mail: jz Zhao@imr.ac.cn

Supported by National Natural Science Foundation of China (No.50395104)

Manuscript received 2005-03-24, in revised form 2005-05-19

**ABSTRACT** Based on the population dynamic method a model has been developed to describe the solidification process and the thermal histories of gas-atomized droplets. The model is coupled with the droplets' heat transfer controlling equation and the droplets' motion controlling equation, and used in Cu-13.5%Sn (mass fraction) alloy. The effects of the droplet size, the initial gas velocity, the superheat of the melt and the wetting angle between the primary phase and the catalyzing substrate for heterogeneous nucleation on droplet solidification behaviors were discussed.

**KEY WORDS** Cu-13.5%Sn alloy, spray forming, population dynamics, modeling

喷射成形是一种新型的材料制备技术, 它将快速凝固技术与金属材料的直接成形技术有机地结合起来, 能够制备出晶粒细小、成分均匀、合金元素过饱和度和高的管坯、板坯或圆柱坯等<sup>[1-6]</sup>. 除传统材料外, 随着大块非晶合金研究的不断发展, 喷射成形技术在非晶材料上亦具有较好的应用前景, 如文献 [7-12] 报道已采用喷射成型技术制备了  $Al_{84}Y_3Ni_8Co_4Zr_1$  非晶合金. 对喷射成形过程的研究表明, 沉积坯顶部“糊状区”(mushy layer) 的固相体积分数对沉积坯形状进化和组织演变影响很大<sup>[13]</sup>. 如果“糊状区”固相体积分数过低, 不仅难以成形, 而且会形成类似于铸态的组织, 出现宏观偏析; 如果固相体积分数过高, 则沉积坯中空隙较多, 导致密度较差, 合金收得率

较低. 因此为了保证沉积坯顶部具有合适的固相体积分数, 必须深入地研究在喷射成形过程中雾化液滴的凝固行为<sup>[14-19]</sup>, 优化喷射成形过程的工艺参数.

目前虽然已通过喷射成形制备了 Cu-13.5%Sn(质量分数, 下同) 合金<sup>[20]</sup>, 但对该合金雾化液滴凝固过程的研究却未见报道. 本工作以 Cu-13.5%Sn 合金为研究对象, 在群体动力学方法的基础上, 提出了描述合金雾化液滴凝固过程的动力学模型, 并将其与液滴的传热方程和运动方程相耦合, 分析了喷射成形 Cu-13.5%Sn 过程中单个液滴的凝固行为, 探讨了液滴尺寸、气体初始速度、过热度以及形核润湿角的大小对液滴凝固过程的影响.

### 1 数学模型

#### 1.1 群体动力学方程

定义  $f(r, t)$  为晶粒半径分布函数,  $f(r, t)dr$  给出  $t$  时刻单位体积内半径在  $r \rightarrow r+dr$  之间的晶粒的数目, 在形核和晶粒长大的共同作用之下,  $f(r, t)$  满足如下连

\* 国家自然科学基金资助项目 50395104

收到初稿日期: 2005-03-24, 收到修改稿日期: 2005-05-19

作者简介: 王晓峰, 男, 1976 年生, 博士生

续性方程<sup>[21-23]</sup>

$$\frac{\partial f(r,t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}[f(r,t)v(r,t)] = \frac{\partial I(r,t)}{\partial r}|_{r=r^*} \quad (1)$$

式中,  $I(r,t)$  是形核率;  $r^*$  是临界晶核半径,  $r^* = 2\gamma_{s-1}/\Delta G_V$ , 其中  $\gamma_{s-1}$  是固/液界面能,  $\Delta G_V$  是液、固两相单位体积自由能差值;  $v(r,t)$  是晶粒的生长速度.

形核率  $I(r,t)$  可用经典形核理论<sup>[24]</sup> 计算

$$I = F_0 N_0 \left[ -\frac{16\pi}{3k_B T_d} \frac{\gamma_{s-1}^3 T_1^2 S(\theta)}{\rho_{\text{melt}}^2 L^2 (T_1 - T_d)^2} \right] \quad (2)$$

$$S(\theta) = \frac{(2 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)^2}{4} \quad (3)$$

式中,  $N_0$  是单位体积中与非均匀形核位置相接触的原子数,  $N_0 \approx 10^{29} \text{ m}^{-3}$ ;  $F_0$  是原子的跳跃频率,  $F_0 \approx 10^{11} \text{ s}^{-1}$ ;  $k_B$  是 Boltzmann 常数;  $T_1$  是合金的液相线温度;  $\rho_{\text{melt}}$  是液体金属的密度;  $L$  是熔化潜热;  $T_d$  是液滴的温度 (假设液滴的温度是均匀的);  $S(\theta)$  表示润湿角  $\theta$  对形核率的影响.

形核开始温度  $T_n$  由下式给出

$$V_d \int_{T_n}^{T_1} \frac{I(T_d)}{T_d} dT_d \approx 1 \quad (4)$$

式中,  $\dot{T}_d$  是液滴的冷却速度,  $\dot{T}_d = -dT_d/dt$ ;  $V_d$  是液滴的体积, 假设液滴是直径为  $d$  的球体, 则  $V_d = \pi d^3/6$ .

晶粒的生长速度  $v(r,t)$  由下式给出<sup>[16,25]</sup>

$$v(r,t) = B \frac{\eta}{a} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{L_{\text{mol}}(T_1 - T_d)}{RT_1 T_d}\right] \right\} \times [1 - \varphi(t)] \quad (5)$$

式中,  $B$  是固/液界面上可供生长的原子位置分数, 在此取为 1;  $a$  是原子的跳跃距离, 取为 Cu 原子的直径;  $L_{\text{mol}}$  是合金的摩尔熔化潜热;  $R$  是气体常数;  $\eta$  是扩散系数,  $\eta = (k_B T_d)/(3\pi a \mu_m)$ , 其中  $\mu_m$  是液体金属的粘度. 假设晶核在液滴的表面形成<sup>[16,21]</sup>, 在包晶反应开始前, 任一时刻液滴中固相体积分数  $\varphi(t)$  可由下式给出<sup>[21]</sup>

$$\varphi(t) = \int_0^\infty \left( \frac{2\pi r^3}{3} - \frac{\pi r^4}{2D} \right) f(r,t) dr \quad (6)$$

## 1.2 金属液滴的传热方程

因液滴温度较低, 对流传热处于主导地位<sup>[18,20]</sup>, 液滴的温度满足如下热平衡方程

$$-\frac{hs(T_d - T_g)}{V_d} + L\rho_d \frac{d\varphi}{dt} = c\rho_d \frac{dT_d}{dt} \quad (7)$$

式中,  $s$  是液滴的表面积,  $s = \pi D^2$ ;  $c$  是液滴的比热容,  $c = (1 - \varphi)c_{\text{melt}} + \varphi c_{\text{solid}}$ ;  $c_{\text{melt}}$  和  $c_{\text{solid}}$  分别表示金属熔体和固体的比热容. 等式左边的第 1 项表示因对流而散失的热量, 第 2 项表示凝固过程中释放的潜热; 等

式的右边表示热量随时间的变化. 对流传热系数  $h$  可用下式表示<sup>[26]</sup>

$$h = \frac{\kappa_g}{D} (2.0 + 0.6 Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3}) \quad (8)$$

式中,  $\kappa_g$  是雾化气体的导热率;  $Pr$  是气体的 Prandtl 常数,  $Pr = c_g \mu_g / \kappa_g$ ;  $c_g$  是气体的比热容;  $Re$  是 Reynolds 数,  $Re = \rho_g d |v_d - v_g| / \mu_g$ , 其中  $\mu_g$  是气体的粘度,  $v_d$  和  $v_g$  分别为液滴和气体的速度, 可由 Newton 第二定律求得<sup>[27]</sup>

$$\rho_d V_d \frac{dv_d}{dt} = V_d (\rho_d - \rho_g) g - \frac{1}{2} \rho_g A_d C_D |v_d - v_g| (v_d - v_g) \quad (9)$$

式中,  $A_d$  是液滴的横截面积;  $g$  是重力加速度;  $\rho_g$  是气体的密度; 液滴密度  $\rho_d = (1 - \varphi)\rho_{\text{melt}} + \varphi\rho_{\text{solid}}$ , 其中  $\rho_{\text{melt}}$  与  $\rho_{\text{solid}}$  分别是金属熔体与固体的密度;  $C_D$  是雾化气体对液滴的拖曳系数<sup>[28]</sup>,  $C_D = 0.28 + 6/\sqrt{Re} + 21/Re$ ; 气体速度  $v_g = v_{g,i} \exp(-z/\lambda_V)$ <sup>[8]</sup>, 其中  $z$  是液滴的飞行距离,  $\lambda_V$  是衰减系数,  $\lambda_V$  与气体的初始速度  $v_{g,i}$  之间的关系是:  $\lambda_V = a_0 v_{g,i}^n$ , 其中  $a_0 = 3.04 \times 10^{-4} \text{ m}^{-0.24} \cdot \text{s}^{1.24}$ ,  $n=1.24$ .

式 (7) 中的雾化气体温度  $T_g = T_{g,f} - (T_{g,f} - T_{g,i}) \exp(-z/\lambda_T)$ . 其中,  $\lambda_T$  是一个与温度有关的常数,  $\lambda_T$  取为  $0.1 \text{ m}^{[14]}$ ;  $T_{g,i}$  和  $T_{g,f}$  分别是雾化气体的初始温度和最终温度<sup>[8]</sup>, 分别取为 298 和 348 K.

模拟过程做了如下假设: (1) 所有液滴都在雾化喷嘴的出口处 ( $z=0$ ) 形成, 其初始速度为 0; (2) 液滴在飞行过程中不考虑彼此间的碰撞. Cu-13.5%Sn 合金和雾化气体  $N_2$  的热物性参数分别见文献<sup>[29-32]</sup>. 采用隐式差分方法求解式 (1), 模拟液滴的凝固过程, 详见文献<sup>[30]</sup>.

## 2 模拟结果与讨论

### 2.1 金属液滴的运动行为

图 1a—c 分别为不同尺寸液滴的速度、液滴与气体间的相对速度和液滴表面的对流传热系数随飞行距离的变化关系. 金属液滴一般经历一个先加速后减速的过程, 这是因为在雾化过程中, 金属液滴的速度远小于雾化气体的速度, 两者的速度差异使得雾化气体对雾化液滴产生拖曳作用. 随着两者间相对速度  $v_r$  的减小, 拖曳作用力减小; 当两者速度相等时, 雾化液滴的速度达到最大值; 此后, 由于雾化气体的速度小于液滴的速度, 雾化液滴在飞行过程中受到来自雾化气体的阻力, 速度逐渐减小. 小尺寸的雾化液滴惯性小, 加速和减速的过程较快; 而大尺寸的液滴由于惯性大, 加速慢, 减速也慢.

对流传热系数是衡量雾化气体与金属熔滴交互作用程度的一个重要指标. 图 1c 为雾化液滴对流传热系数随飞行距离的变化曲线. 可见对流传热系数与相对速度有相似的变化趋势. 这是因为对流传热系数按式 (8) 依赖于

液滴和雾化气体之间的相对速度。在相同的工艺参数条件下，小尺寸的液滴比大尺寸的液滴具有更高的初始对流传热系数，在飞行过程中，雾化液滴的对流传热系数急剧下降，当液滴与雾化气体之间的相对速度为零时，液滴的对流传热系数达到最小值 ( $2\kappa_g/D$ )。例如直径  $D=20\ \mu\text{m}$  的液滴在雾化开始时， $h=15004.54\ \text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ；当飞行到 0.2 m 时， $h$  降至  $3231.68\ \text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。而直径  $D=160\ \mu\text{m}$  液滴在雾化开始时， $h=4715.32\ \text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ；

当飞行到 0.44 m 时， $h$  降至  $418.9\ \text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ；此后，液滴的对流传热系数又因相对速度的增加而逐渐增大。对流传热系数的变化幅度说明大尺寸液滴的热交换过程趋于平缓，冷却过程也相对缓慢。

### 2.2 不同尺寸雾化液滴的凝固行为

图 2 为不同尺寸液滴的温度、固相体积分数和形核率随飞行距离的变化曲线。从图 2a 可以看出，小液滴冷却速度较快，在飞行过程中温度迅速下降到液相线以下。当过冷度足够大时，固相开始形核。在凝固初期，由于液滴

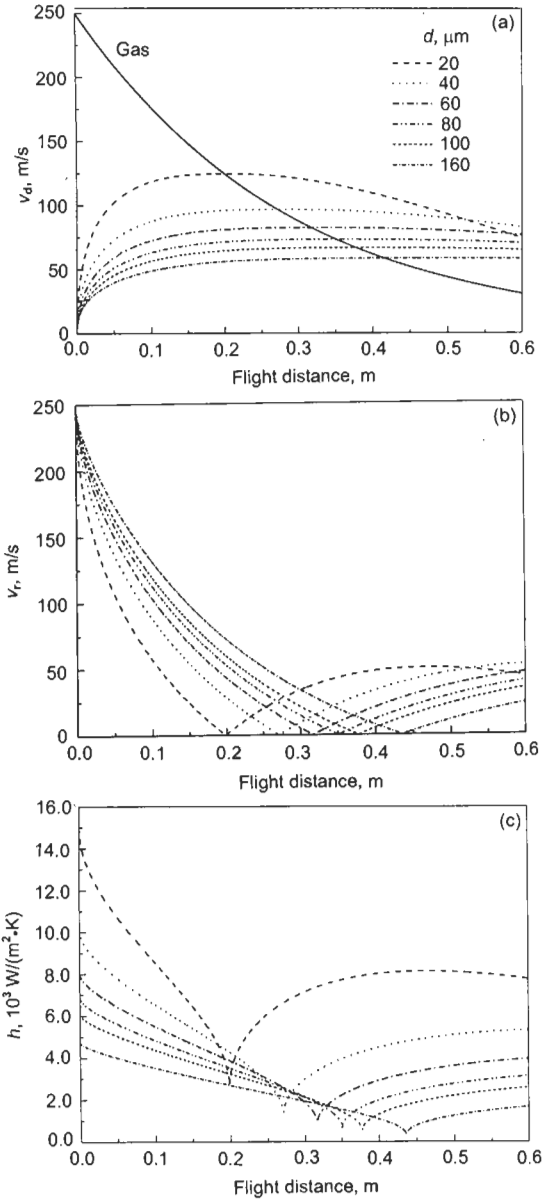


图 1 不同尺寸液滴的速度、液滴与气体间相对速度和液滴表面的对流传热系数随飞行距离的变化曲线

Fig.1 The velocities of the atomized droplets (a), the relative velocities between the droplet and the atomization gas (b) and the convective heat transfer coefficients (c) of the atomized droplets as a function of flight distance of the droplets ( $v_{g,i}=250\ \text{m/s}$ ,  $\theta=35^\circ$ ,  $\Delta T=150\ \text{K}$ )

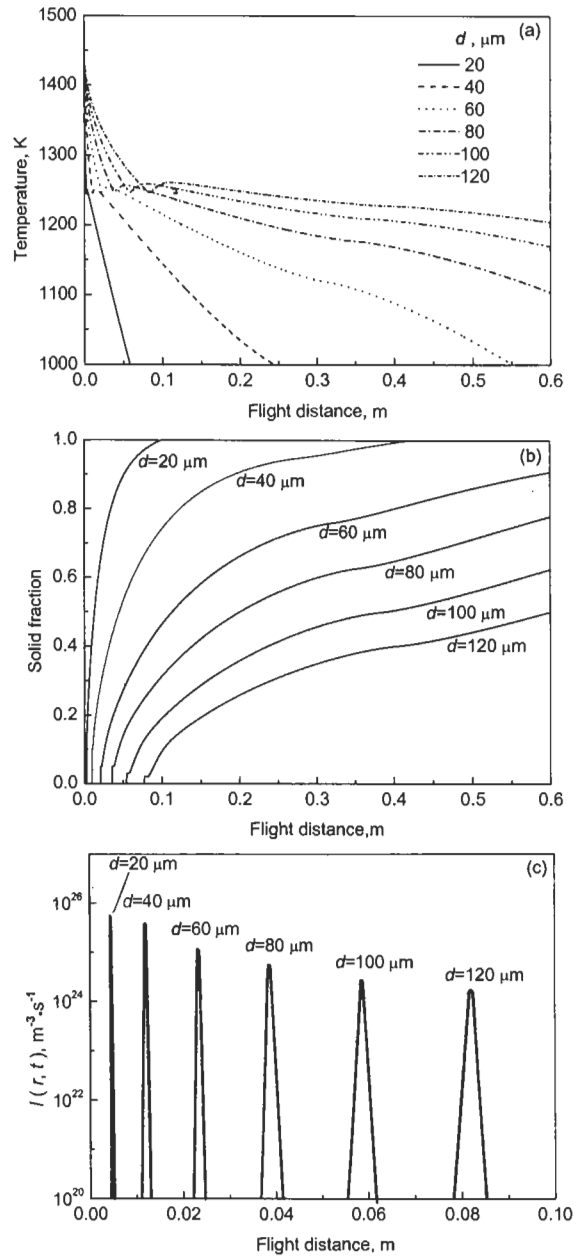


图 2 不同尺寸液滴的温度、固相体积分数和形核率随飞行距离的变化曲线

Fig.2 The temperature (a), the solid fraction (b) and the nucleation rate (c) of the atomized droplets as a function of flight distance ( $v_{g,i}=250\ \text{m/s}$ ,  $\theta=35^\circ$ ,  $\Delta T=150\ \text{K}$ )

过冷度较大, 晶粒快速生长, 液滴的固相体积分数急剧增长 (见图 2b), 凝固放出的结晶潜热使得液滴温度迅速回升到液相线附近, 即“再辉”; 此后, 液滴在较小的过冷度下继续凝固, 晶粒生长速度较小, 固相体积分数缓慢增加, 小尺寸液滴的温度迅速下降, 而大尺寸液滴的温度缓慢降低.

液滴的尺寸对其凝固行为影响较大, 尺寸较大的液滴冷却速度较慢, 发生形核和凝固的时间较迟. 例如, 直径为 120  $\mu\text{m}$  的液滴在气体速度为 250 m/s, 熔体过热度为 150 K, 润湿角为  $35^\circ$  时, 要飞行到距离导流管 0.07 m 处才开始形核, 飞行到距离导流管 0.60 m 处时, 其固相体积分数仅为 49.9%; 而直径为 20  $\mu\text{m}$  的液滴在飞行到距离导流管 0.003 m 处形核, 在飞行到距离导流管 0.1 m 处就已经完全凝固了. 图 2c 表明, 液滴在凝固过程中只发生一次形核, 这是因为在“再辉”后, 液滴的过冷度较小, 不足以使液滴再次形核.

图 3 示出本模型和 Scheil 方程预测的直径为 60  $\mu\text{m}$  液滴内的固相体积分数. 从图可见, 在凝固开始之前以及凝固初期两者差异非常大. 这是因为在此阶段内液滴远离平衡凝固状态, 不能用 Scheil 方程预测固相体积分数.

“再辉”开始后, 液滴逐渐趋于平衡态凝固, 因此这时的差异越来越小. 在凝固后期, 液滴基本处于平衡凝固状态, 因此两者的差异趋于零, 这说明本模型能够很好地模拟液滴的凝固过程.

**2.3 气体初始速度对液滴凝固行为的影响**

增加气体初始速度, 可以提高液滴的对流换热系数和冷却速度, 有利于形核, 如图 4a 所示. 但是, 由图 4b, c 可以看到, 在给定的飞行距离处, 气体初始速度小时, 液滴的固相体积分数高, 但温度低. 如当飞行距离为 0.6 m 时, 直径为 60  $\mu\text{m}$  的液滴在气体初始速度分别等于 100,

200, 250, 300, 400 和 500m/s 的情况下, 其固相体积分数分别为 96.22%, 93.37%, 85.81%, 81.43%, 74.74% 和 71.78%. 这是因为气体初始速度提高, 液滴到达某一飞行距离的时间越短. 如直径为 60  $\mu\text{m}$  的液滴在气体初始速度为 100 m/s 的情况下, 飞行到距喷嘴 0.6 m 所需的时间为 32.43 ms; 而当气体初始速度为 500 m/s 时, 飞行到距喷嘴 0.6 m 处所需的时间为 3.79 ms.

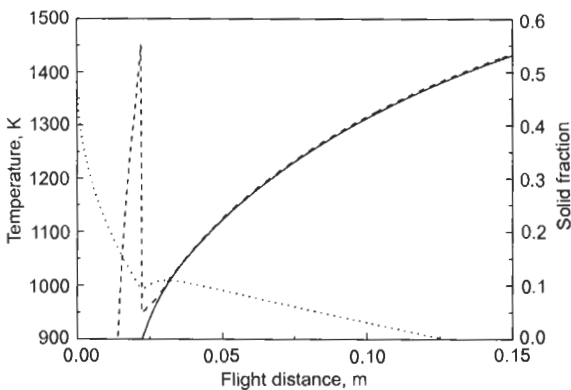


图 3 本模型和 Scheil 方程预测的直径为 60  $\mu\text{m}$  液滴内的固相体积分数

Fig.3 Volume fractions of solid in a droplet of 60  $\mu\text{m}$  in diameter predicted with present model (solid line), and Scheil equation (dashed line) and the droplet temperature (dotted line) vs flight distance

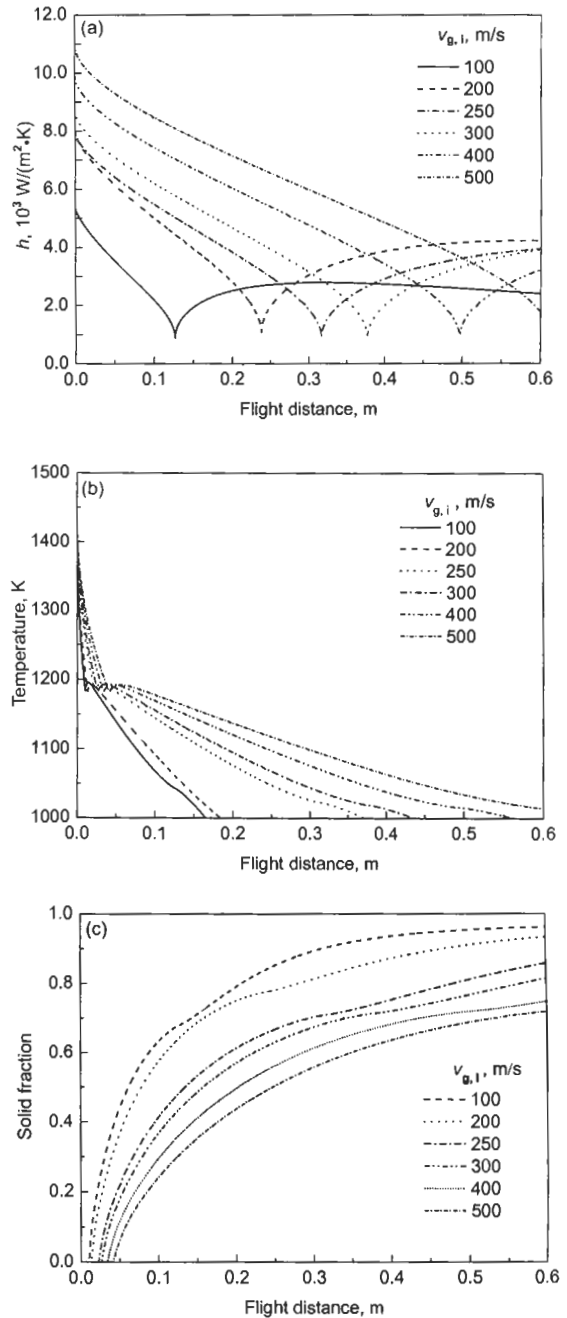


图 4 气体的初始速度对直径为 60  $\mu\text{m}$  液滴的对流传热系数、温度以及固相体积分数的影响

Fig.4 The convective heat transfer coefficient (a), temperature (b) and the solid fraction (c) of the atomized droplets as a function of flight distance ( $d=60 \mu\text{m}$ ,  $\theta = 35^\circ$ ,  $\Delta T=150 \text{ K}$ )

### 2.4 熔体过热度对液滴凝固行为的影响

图 5 是直径为 60 μm 雾化液滴在不同过热度情况下，液滴温度和固相体积分数随飞行距离变化曲线。从图可见，由于液滴自身温度的提高，液态金属的冷却时间延

长，形核率降低，凝固开始的位置向后推移。如直径为 60 μm 的雾化液滴，在过热度分别为 100，150，200 和 250 K 的情况下，开始凝固时的飞行距离分别为 0.012，0.021，0.031 和 0.043 m；而在随后的飞行凝固过程

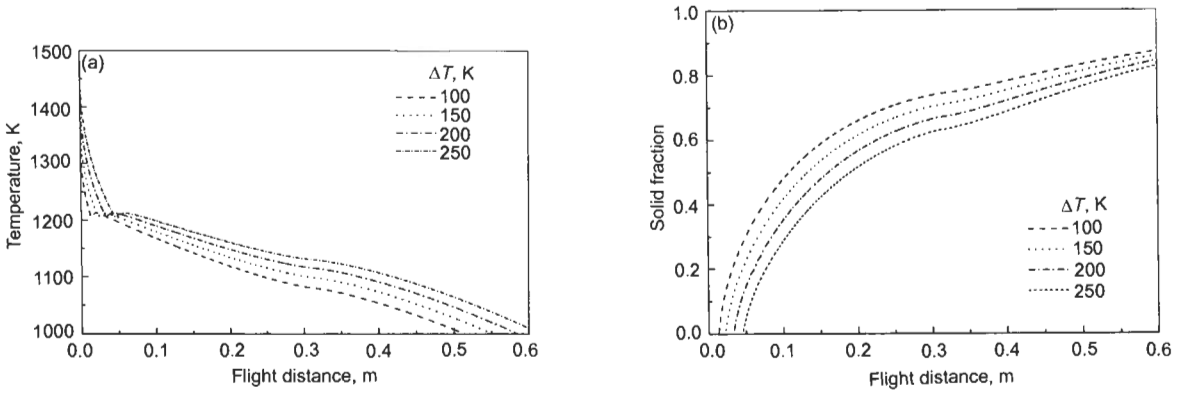


图 5 过热度对直径为 60 μm 液滴的温度和固相体积分数的影响

Fig.5 The temperature (a) and the solid fraction (b) of the atomized droplets as a function of flight distance under different super-heating degrees ( $d=60 \mu\text{m}$ ,  $\theta = 35^\circ$ ,  $v_{g,i}=250 \text{ m/s}$ )

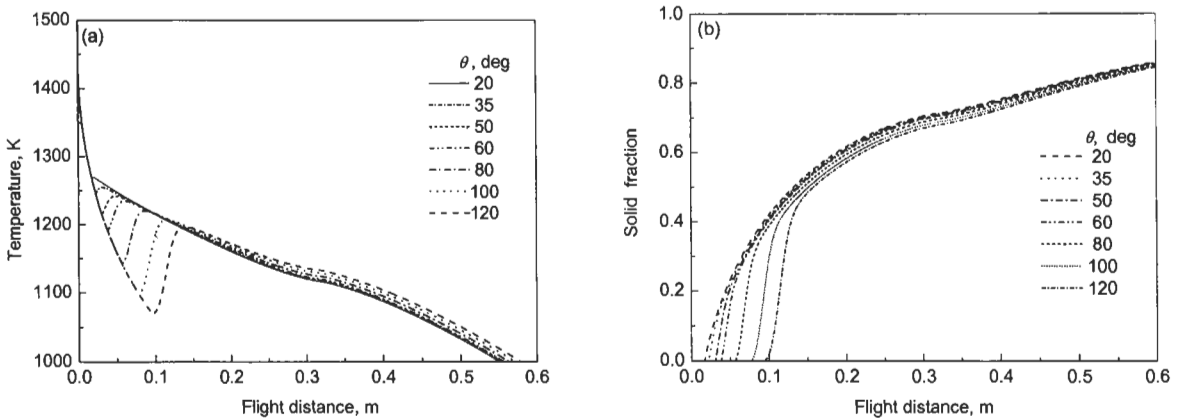


图 6 润湿角对直径为 60 μm 液滴的温度和固相体积分数的影响

Fig.6 The temperature (a) and the solid fraction (b) of the atomized droplets as a function of flight distance when the wetting angle is changed from 20° to 120° ( $d = 60 \mu\text{m}$ ,  $v_{g,i}=250 \text{ m/s}$ ,  $\Delta T=150 \text{ K}$ )

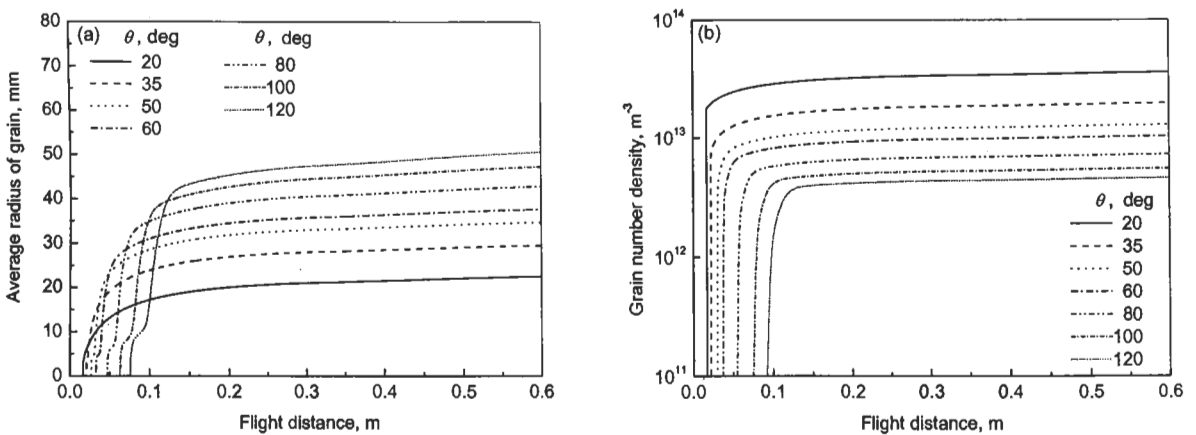


图 7 润湿角对直径为 60 μm 液滴晶粒平均半径和晶粒数量密度的影响

Fig.7 The average grain radius (a) and the grain number density (b) of the atomized droplets as a function of flight distance when the wetting angle is changed from 20° to 120° ( $d=60 \mu\text{m}$ ,  $v_{g,i}=250 \text{ m/s}$ ,  $\Delta T=150 \text{ K}$ )

中,与低过热度的液滴相比,高过热度的液滴需要更长的飞行距离进行冷却凝固.因此,在同一飞行距离上高过热度液滴的固相体积分数较少,温度较高,液滴内晶粒的平均半径大,数量密度低.

### 2.5 形核润湿角的大小对液滴凝固行为的影响

图6为润湿角对直径为60 μm液滴的温度和固相体积分数的影响.从图中可以看到,随着润湿角的增加,形核温度显著降低,即形核所需的临界过冷度增大,液滴需要飞行到更远的距离形核才能发生,但是具有不同形核润湿角的液滴几乎在同一位置完成凝固.因此,对于具有较大润湿角的液滴来说,液滴的凝固是在较短的飞行距离内完成的.由图6可见,随着润湿角的增加,除了“再辉”发生的位置有所改变外,整个曲线的变化不大.此外,随着润湿角的增大,液滴内晶粒的尺寸增加,晶粒数量密度降低,如图7所示.

## 3 结论

在群体动力学的基础上,建立了描述喷射成形过程中雾化液滴凝固过程的动力学模型;并将其与液滴的传热方程和运动方程相耦合,模拟分析了Cu-13.5%Sn合金雾化液滴的凝固过程,讨论了液滴尺寸、气体初始速度、熔体过热度及润湿角大小对液滴凝固行为的影响.

模拟结果表明:本模型很好地描述了雾化液滴的凝固过程;液滴冷却至一定温度开始形核,随后晶粒长大;液滴直径越小,冷却速度越快,液滴内晶粒数量密度就越高,凝固结束时晶粒亦越细小;形核润湿角和熔体过热度的增加,导致液滴内晶粒数量密度降低,晶粒半径增大;而气体初始速度的增加,有利于液滴内晶粒细化.

### 参考文献

- [1] Singer A R E. *Mater Sci Eng*, 1991; A135: 246
- [2] Grant P S. *Prog Mater Sci*, 1995; 39: 497
- [3] Fan H B, Cao F Y, Cui C S, Jiang Z L, Li Q C. *Chin J Nonferrous Met*, 1998; 8: 431  
(范洪波,曹福洋,崔成松,蒋祖龄,李庆春.中国有色金属学报,1998;8:431)
- [4] Zhang J S, Liu X J, Cui H, Duan X J, Sun Z Q, Chen G L. *Metall Mater Trans*, 1997; 28A: 1261
- [5] Yang L, Chen L J, Liu Z, Zhao J Z, Zhang Y C, Ye H Q. *J Mater Sci Lett*, 2003; 22: 45
- [6] Xiong B Q, Zhang Y A, Lin Y J, Zhang S M, Shi L K. *Trans Nonferrous Met Soc Chin*, 1999; 9: 302
- [7] Liu Y, Guo S, Liu Z M, Du Y, Huang B Y, Huang J S, Chen S Q, Liu F X. *Z Metallkd*, 2005; 96: 83
- [8] Kim H J, Lee J K, Shin S Y, Jeong H G, Kim D H, Bae J C. *Intermetallics*, 2004; 12: 1109
- [9] Zambon A, Bedpan B. *Mater Sci Eng*, 2004; A375: 638
- [10] Kiminami C S, Basim N D, Kaufman M J, Amateau M F, Eden T J, Galbraith J M. *Adv Powder Technol II: Key Eng Mater*, 2001; 189(1): 503
- [11] Afonso C R M, Bolfarini C, Kiminami C S, Bassim N D, Kaufman M J, Amateau M F, Eden T J, Galbraith J M. *J Non-Cryst Solids*, 2001; 284: 134
- [12] Golumbfskie W J, Amateau M F, Eden T J, Wang J G, Liu Z K. *Acta Mater*, 2003; 51: 5199
- [13] Liu D M, Zhao J Z, Ye H Q. *Acta Metall Sin*, 2004; 40: 873  
(刘东明,赵九洲,叶恒强.金属学报,2004;40:873)
- [14] Grant P S, Cantor B, Katgerman L. *Acta Metall Mater*, 1993; 41: 3097
- [15] Liu D M, Zhao J Z, Ye H Q. *Acta Metall Sin*, 2003; 39: 375  
(刘东明,赵九洲,叶恒强.金属学报,2003;39:375)
- [16] Xu Q, Lavernia E J. *Acta Mater*, 2001; 49: 3849
- [17] Cantor B, Baik K H, Grant P S. *Prog Mater Sci*, 1997; 42: 373
- [18] Mathur P, Apelian D, Lawley A. *Acta Metall*, 1989; 37: 429
- [19] Seok H K, Lee H C, Oh K H, Lee J C, Lee H I, Ra H Y. *Mater Trans*, 2000; 31A: 1479
- [20] Fu X W, Zhang J S, Sun Z Q. *Acta Metall Sin*, 1999; 35: 147  
(傅晓伟,张济山,孙祖庆.金属学报,1999;35:147)
- [21] Cai W D, Lavernia E J. *Metall Mater Trans*, 1998; 29B: 1085
- [22] Liu D M, Zhao J Z, Ye H Q. *Mater Sci Eng*, 2004; A372: 229
- [23] Zhao J Z, Drees S, Ratke L. *Mater Sci Eng*, 2000; A282: 262
- [24] Zhao J Z, Ratke L, Feuerbacher B. *Modell Simul Mater Sci Eng*, 1998; 6: 123
- [25] Porter D A, Easterling K E. *Phase Transformations in Metals and Alloys*. New York: Van Nostrand Reinhold ComDanv, 1981: 193
- [26] Liu B C, Jing T. *Numerical Simulation and Quality Control for Casting Engineering*. Beijing: China Machine Press, 2001: 167  
(柳百成,荆涛.铸造工程的模拟仿真与质量控制.北京:机械工业出版社,2001:167)
- [27] Ranz W E, Marshall W R. *Chem Eng Prog*, 1952; 48: 141, 173
- [28] Lu Q Q, Fontain J R, Aubertin G. *Int J Heat Mass Transfer*, 1993; 36: 79
- [29] Clif R, Grace J R, Weber M E. *Bubbles, Drops and Particles*. New York: Academic Press, 1978: 111
- [30] Tiedje N, Hansen P N, Pedersen A S. *Metall Mater Trans*, 1996; 27A: 4085
- [31] Patankar S V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York: McGraw-Hill, 1980: 59
- [32] Massalski T B. *Binary Alloy Phase Diagrams*. 2nd ed., Materials Park, Ohio: ASM International, 1990: 14