大系统的分散控制方法综述（下）

N.R.Sandell P.Varajya M.Athans M.G.Safonov

四 分散反馈控制

A 引言

通常的现代控制理论不能足以处理有关大系统的问题，从而促进了分散控制的研究。现代控制理论中的一个关键的概念就是状态反馈。通过诸如线性二次品质（LQ）最优控制或极点配置等技术，我们可以利用状态反馈来实现系统行为的改善。然而在系统中实现全状态反馈的要求常常是不可能的，因此已经发展了许多技术来克服这一困难，诸如线性——二次品质——高斯型（LQG）控制、基于观测器的控制以及时域的补偿器设计技术等等。但是所有这些技术的一个关键的特征在于：其设计的结果中每个敏感元件的输出均影响着每个执行元件的输入。这种情形我们称之为集中控制。当然，在许多系统中（尤其是大系统中），是不可能在设计中加入这么多的反馈回路的。

分散控制理论就是为解决这一困难而出现的。分散控制的基本特征在于：在某些组的敏感元件或执行元件之间的信息传输上加上了一定的限制。例如，考虑图1，其中只有状态变量x_1被用来构成控制作用u_1，同样只有状态变量x_2被用来构成控制作用u_2。这是一种完全分散化的情形。但在控制器间的信息传输上还可能有一种限制（图5）。在这些情形中信息传输的速率被限制到低于实现集中化所需的程度，这种情形称为部分的分散化。

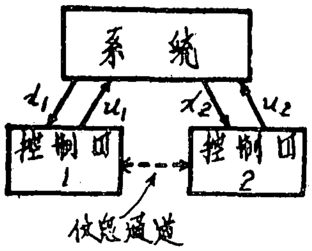

图5 部分分散化

所以说，分散控制是和反馈的概念紧密地联系在一起的。由于非线性反馈控制理论的发展比线性理论要差得多，因此最为经常研究的问题都是线性问题。如果这个反馈是通过解最优化问题得到的，那么通常就意味着是随机性问题，因为对于确定性问题说来最优的开环解和闭环解是完全一致的。还应当特别指出的是，“分散化”一词是指所控制结构的实现而言的；而控制的规律仍可按完全集中的方式来设计。读者应当将分散问题与第五节讨论的多级递阶控制问题区别开来。

B 分散随机控制方法

在集中控制时，对时定线性系统设计反馈控制律的一种非常重要的办法是使一个无穷范围的二次品质指标极小化。在确定性的全状态反馈情形下，这可通过解一个Riccati代数方程来实现，解算的方法有许多种。众所周知，在一些合理而较弱的条件下，对任意选择的品质指标均可给出稳定的设计；同时通过改变品质指标，设计者可以在下列两个因素间进行权衡或折衷：一个是在脉冲式扰动后，状态变化为零时的误差，另一

个是对应的控制作用（它们均以积分的方差来度量）。还有一点虽然较少有人强调但从应用的观点来看却可能更为重要的是：通过适当选择品质指标〔81〕，LQ设计方法可得到渐近的极点配置，对于包括古典的增益和相位裕度（Phase margins）在内的各种品质准则而言，它有极好的灵敏度和强壮性（Robustness）的性质〔82〕，并可用和处理单回路问题完全一样的方式来处理多回路。这些结果一般地可以推广到随机的情形（LQG问题），在这种情形中，扰动是由将白色高斯噪音通过一有限维成型滤波器而加以模拟，同时只能使用一部份状态信息。但是用分离定理求得的LQG问题的解要求使用Kalman滤波器来重现所失去的状态变量。这就需要另外解一个滤波器Riccati方程，该滤波器的振型将在系统的闭环响应中出现，其增益和相位裕度将会减小，从而和对应的LQ设计比起来，LQG设计的灵敏度和强壮性都将较差〔73〕。

既然对集中情形的LQG解具有所期望的性质，自然有许多研究者曾试图将其推广于分散的情形。但奇怪的是至今尚未有什么进展。下面我们试图对这种状况作出解释。

以线性随机系统为例

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+\sum_{i=1}^{N}B_iu_i(t)+\xi(t) \qquad \text{（状态方程）} \qquad (4.1)$$

$$y(t)=Cx(t)+\sum_{i=1}^{N}D_iu_i(t)+E\theta(t) \qquad \text{（量测方程）} \qquad (4.2)$$

其中$\xi(t)$，$\theta(t)$为独立的白色高斯过程。注意，在(4.1)中，系统输入的总体集合被分解为多个输入$u_i(t)$，而假定它们每个均是由不同的控制器来规定的。(4.2)中的量$y(t)$则对应于系统所有敏感元件的输出。某一控制器所获得的部份测量是由问题的信息模式(Information pattern)来加以规定的〔83〕。对于我们这里讨论的问题，信息模式就是一矩阵的集合

$$\mathcal{K}=\{H_1,\ H_2,\ \cdots\cdots H_N\} \qquad (4.3)$$

其意义为，第i个控制器所获得的那一部份测量为：

$$z_i(t)=H_i(t)y(t), \qquad i=1,\ \cdots\cdots,\ N \qquad (4.4)$$

我们通常研究的称为古典信息模式的情形中有：

$$H_i=I, \qquad i=1\cdots\cdots,\ N \qquad (4.5)$$

亦即所有控制器均具有相同的信息。

假定有一个二次品质指标，其形为：

$$J=\lim_{T\to\infty}\left\{\frac{1}{T}\int_0^T\left[x'(t)Qx(t)+\sum_{i=1}^{N}u_i'(t)R_iu_i(t)\right]dt\right\} \qquad (4.6)$$

由于其信息模式不是古典的，控制器将限制为具有以下形式

$$u_i(t)=\gamma_i(z_i^t) \qquad (4.7)$$

其中

$$z_i^t=\{z_i(\tau):0\leqslant\tau\leqslant t\} \tag{4.8}$$

就是说，第 i 个控制器的控制作用应选为它所具有的那些过去和当前信息的任意一个泛函，不过，为了保证问题的适当性而在函数$\gamma_i(\cdot)$上加上了一定的技术性的限制（例如参看〔84〕）。

请注意，一旦给定了一组控制规律$\gamma_i(\cdot)$，$i=1，\cdots\cdots,N$，便可以利用（4.7）来从（4.1）、（4.2）和（4.6）中消除$u_i(t)$，从而使得状态和观测作为随机过程，费用作为随机变量均具有明确的意义。显然所有这些量均依赖于γ_i的选择。具体说来，费用的期望值

$$\mathcal{J}(\gamma_1,\cdots\cdots,\gamma_N)=EJ \tag{4.9}$$

将依赖于控制律的选择。而随机控制问题就是泛函$\mathcal{J}(\gamma_1,\cdots\cdots\gamma_n)$的极小化问题。

在古典信息模式情况下，众所周知的分离定理断言了由Kalman滤波器给出的状态估计所得出的线性反馈的最优性质。这种解答有两个方面需特别强调提出来。其一，该最优控制律是线性的，因而它至少不亚于任何非线性控制律。其二，和所有那些可以依赖于无限维的过去测量记录的控制规律相比较，这种只依赖于有限维的Kalman滤波器状态估计的最优控制器自然要优越得多。但是在以非古典信息模式为特征的分散控制情形下，这两种性质都不成立了。

对于非古典的LQG随机控制问题采用非线性解法的可能性是在1968年明显起来的。Witsenhausen〔85〕提出了一个显然是繁琐的二级的、标量的、离散时间的LQG问题，他证明了在一种极限情形下，一个特定的非线性控制律将优于最好的线性控制律。对于Witsenhausen的这个反例，虽然对于其解的性质已经有了许多了解，但始终没有找到它的最优解。

为理解对于分散的LQG问题求其非线性解的原因，我们将考察一种称之为控制——划分（control—sharig）的信息模式的蜕化情形〔86—88〕。在这个问题中矩阵$\mathbf{C}$，$\mathbf{D}_1$，…，$\mathbf{D}_N$，$\mathbf{H}_1$，…，$\mathbf{H}_N$，$\mathbf{E}$将这样选择，使得每个$z_i(t)$均包含$u_j(t)$，而此时$j\neq i$（假定测量和通讯均不带有噪音）。换言之，每个控制器精确而且即时地知道由所有其它控制器所产生的控制作用。为说明一非线性解确为最优的，设在时刻t，在古典信息模式下第i个控制器将采用最优控制：

$$u_i^*(t)=\frac{1}{3}=0.3333\cdots\cdots \tag{4.10}$$

设它在时刻t的观测值为

$$z_i(t)=\frac{2}{3}=0.666\cdots \tag{4.11}$$

我们考察一下控制选择的结果

$$u_i(t)=.333\cdots336666\cdots \tag{4.12}$$

显然，（4.12）中规定的控制作用力图由第 i 个控制器将其观测值“发讯”给其它控制

器，进而能由$u_i(t)$中“恢复”出$z_i(t)$ 来。此外，可以使$u_i t)$ 任意接近于$u_i^*(t)$ ，从而当以$u_i(t)$代替$u_i^*(t)$ 时，对系统响应的影响可以是一个无限小的量。如果所有的控制器互相协作并且都利用这种方法，就可使其期望费用值任意接近于古典信息模式的相应问题的费用值。自然，这些“发讯”控制律（Signaling Control Laws）的非线性是相当大的。

上一段的推理使人联想起“无噪声信息通道具有无限的容量”这一推理。这决不是一种巧合；在许多通讯问题中控制通道输入的装置所用信息必然与对通道输出进行必要观测的装置所用的信息不相同，这类问题可以看做是非古典的随机控制问题。然而在非古典的随机控制中，输入选择具有双重性目的：通过系统动力学及敏感元件向其它控制器进行通讯，以及直接对系统进行控制。这样，将$z_i^*(t)$ 的数字组入$u_i(t)$ 中就可以通过在无噪声通道中传递单个实际变量而达到完善地传递这两个量的目的。反之，对于控制一划分问题，$z_i(t)$ 的数字必须添加在舍尾后的$u_i^*(t)$ 的末尾，从而$u_i(t)$ 和$u^*_i(t)$近似相等并对系统有相似的作用。要做到这一点就必须用任意小的，但是是有限的误差来实现。

从这个控制——划分的例子中，我们可以想到，非古典LQG控制中的非线性解答来源于这些分散的控制器的特殊作用：企图利用控制系统作为通讯通道而互相传递信息。但我们很难使这一概念精确化，因为我们不可能精确地断定这些系统输入的哪些部分用于传递信号，而哪些部份是用于控制的〔注13〕。〔89〕曾给出发讯控制规律的一种严格的定义，但这一定义实质上研究的是潜在发讯（Potential Signaling）问题的。

尽管作出精确的断言是困难的，但所有我们已知的在分散随机控制方面的工作都肯定了我们对非古典问题的解释。例如已经证明，具有一定的非古典信息模式的，离散时间的LQG问题具有线性的解〔90—92〕。这些称为部分成套的（Partially Nested）信息模式具有这样一种性质，即任一控制器在给定时间的信息，不受先前曾经施加于系统的任何控制作用的影响。对于这种问题当然就没有发送信息的可能性。作为另一个例子，Witsenhausen反例中的非线性控制策略可以归结为力图从一个控制器将现行状态的值发送到另一个在后来起作用的另一个控制器去。有趣的是，这种策略只有在一种极限情形下才优于最好的线性控制律，这种情形就是在通过状态和观测方程进行通讯时，信噪比应当很高。如果我们熟悉通讯的基本理论，这一点是不足为怪的，因为大家知道只有在信噪比很高的范围内，非线性调制才是最优的〔94〕。

可能有人怀疑，在通过控制系统动力学进行通讯时采用非线性发讯策略究竟有什么好处。它的实现可能极为复杂，而品质将对系统参数的变化十分敏感。在任何情形下，这些发讯策略的确定均已证明是等价于一个无限维的、非凸的最优控制问题，在可予见的将来还看不到求其解析解甚至于计算解的可能性〔95〕。这一现实迫使人们重新审查问题的提法。回想我们将之推广于分散情形的那个集中化的解所具有的性质，该解使一

〔注13〕在自适应控制中也有类似问题，在这种情况中也难以精确区分控制信号的哪些部份用于测量系统，哪些部分用于控制目的。

个贝叶斯品质准则在所有过去观测的函数类中达到最优化。幸而如我们前面所述，集中化情形的最优解是易于计算和实现的，而且它具有在最优性的定义中未明显地要求的一些我们期望的其他特征。虽然均方品质指标并非不重要，但由分离定理求出的解如果不具有上述那样“期望的其它性质”（例如强壮性），那么它就只有纯学术的意义。

前面的讨论表明，我们或许是在把分离定理解法的错误性质推广到分散化的情形。如果我们放宽要求，即该解并不是对所有过去的观测这样一个非常广泛的函数类而言是最优的，那么就可能得到一个可计算的、可实现的同时具强壮性的解。当然，如果不允许非线性的发讯，就必须容许二次费用泛函的值稍有增加。但是对于控制系统动力学只能提供一个很差的通讯通道的情形（在大系统的情形常常如此），这种损失应当极小。

从上述讨论可以直接想到的一种办法就是予先就只限于注意线性的控制律上。但是这种办法由于所谓的第二猜测现象（Second Guessing Phenomenon）〔96、97〕，也迂到了困难。具体地说，在通常的LQG集中化的情形中，分离定理规定了最优控制必须是Kalmam滤波器状态估计的一个线性反馈，从而最优补偿器的阶数恰等于系统的阶数。在分散化的情形中，如后面所论证的，不会得到这样的结果。我们考虑有两个控制器的一个系统，假定其中一个控制器由状态估计的一个线性反馈所组成。这样按通常的分离定理的结果，另一个控制器应由两部分组成：一个系统状态估计的线性反馈和对其它控制器的估计量所作的估计。重复应用这一推理就可以看出两个控制器都不能是有限维的。另一种分析是在频率域提出最优化问题，这时可以证明最优控制器的传递函数是无理式〔98〕。

从这一讨论我们可以看到，如果把控制律限制为过去观测值的任意线性函数，那么就不一定能给出便于计算和实现的最优解。下一个逻辑步骤就是进一步试图把控制器限定为不仅是线性的，而且还是固定的结构，并对所有的结构的参数进行最优化。这种方法首先是在微分对策应用中提出的〔96〕，而后又被一些作者用于分散随机控制和估计问题，其中包括有限给定范围〔99〕和无限给定范围〔100、101〕两种情形。这种固定结构的方法是可行的，可以看作是LQG设计方法之用于分散控制情形的一个适当的推广。但这种提法并没有回答如何选取结构的问题。现在还只能在使用直观启发推理而进行试错的基础上进行结构的选择〔102〕。显然，工程的判断只能提供一种帮助而已！

除了我们已经谈到的以外，在随机分散控制方面的大部分研究都在于确定给定的分散控制结构的最优参数〔99〕—〔109〕。例如〔103〕中考察了分散的Kalman滤波器。〔104〕中考虑了用类似于第二节中描述的一种$\in$展开技术计算最优增益的问题。〔105〕和〔106〕推导了非常一般的控制结构下的一组必要条件，并描述了通过迭代分解技术（参看下一节）求解的办法。在〔107〕中讨论了由一些彼此相同的，线性地互联在一起的子系统构成的无穷的串列的分散控制问题的十分有趣的分析。关于这种在一般领域中的一些应用文章也出现了〔108〕〔109〕。

与我们文中谈到的很少注意到结构问题的一般论述不同的是关于周期协调（Periodic coordination）方案的文章〔110〕（或见〔111〕）。虽然这显然是比较特殊的情形，但这一工作却指出了数学的考虑如何在结构的选择研究中运用的问题。

C 分散的镇定和极点配置

现代控制理论的一个基本结果就是能控的线性系统极点可以用状态变量反馈来任意地加以指定（当然，复极点必须是成对出现）。这一结果又被进一步推广而指出，由一能控且能观的线性系统和一定阶数的动态补偿器组成的闭环系统的极点均可自由地指定〔112〕。这些结果不仅有巨大的理论意义，而且已经成为实际综合步骤的基础。

当对分散反馈控制作出限制时，就出现了极点配置问题的一个自然的推广。虽然有一些作者已经较早地注意到了这一问题〔113—116〕，但最明确的结果则是由Wang和Davison〔117〕以及Corfmat和Morse〔118〕，〔119〕给出的。本文的这一部分将简要地概述他们的结果。

对线性系统，分散地配置极点的问题提出如下。考察线性系统

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+\sum_{i=1}^{N}B_i u_i(t) \tag{4·13}$$

$$y_i(t)=C_i x(t) \tag{4·14}$$

其中$i=1,\cdots,N$表示各个控制器的输入和输出变量。第i个控制器使用下列形式的动态补偿器。

$$u_i(t)=M_i z_i(t)+F_i y_i(t)+G_i v_i(t) \tag{4·15}$$

$$\dot{z}_i(t)=H_i z_i(t)+L_i y_i(t)+R_i v_i(t) \tag{4·16}$$

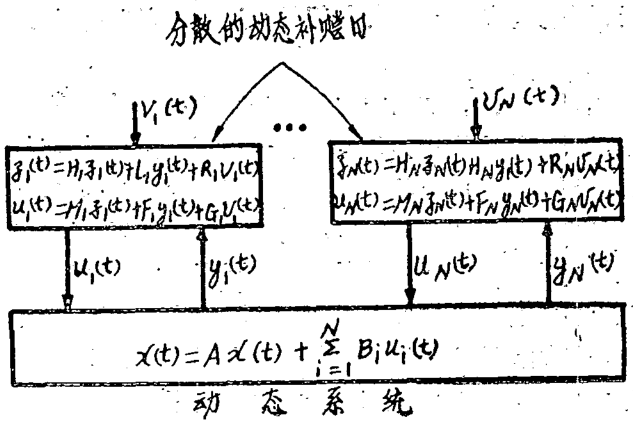

图6　局部的动态反馈

如图6所示。分散的极点配置问题就是如何求出由（4·13）—（4·16）描述的闭环系统具有予先给定的极点〔注14〕的矩阵M_i、F_i、G_i、H_i、L_i、R_i。

当然，如果对某i，〔C_i，A，B_i〕是能控且能观的，那么问题是容易的。令人关心的情况是在均具有一种相似的可观性假定情况下，当(4·13)对所有控制u_1，…，u_N来说是能控的，但对任何单个u_i来说都是不能控的这样一种情形。

在上述问题中首先考虑$M_i=O$的特殊情形。这对应于非动态的分散输出反馈。若

〔注14〕这个问题的一个推广，即分散的伺服问题，已由Davison〔120，121〕进行了研究。

F表示反馈矩阵的集合(F_1，F_2，…，F_n)，那么极点配置问题就是要确定满足下述条件的F矩阵，即：

$$A_F \overset{\triangle}{=} A + \sum_{i=1}^{n} B_i F_i C_i \tag{4·17}$$

具有任意给定的一组特征值。显然，在这种情形下实现极点配置的一个必要条件就是各多项式 $|\lambda I - A_F|$ 没有公因子，亦即

$$\alpha(\lambda) \overset{\triangle}{=} g.c.d.|\lambda I - A_F| = 1 \tag{4·18}$$

(g.c.d—最大公因子)。更重要的是这个条件在动态分散补偿情况下，对于零点配置来说既是必要的也是充分的〔117〕。更广义地说，既然α(λ)的零点（称为系统的固定振型）在分散动态补偿情况下是不变的，从而可镇定性的一个充分和必要的条件就是α(λ)的根应具严格的负的实数部份。

系统固定振型的计算可进行如下，参看〔121〕。首先应看到，由于可以有 $F_i = O$，$i=1, \cdots, k$，所以A的固定振型自然是其特征值的一个子集。因此，第一步我们应计算A的特征值。其次可以证明，若随机地选定F，那么A的固定振型就是A和A_F的公共特征值。这种事例的概率是1。由于有许多算法确定相当高维系统（例如100维）的特征值，所以固定振型的计算是比较便当的。

上面所引的关于极点配置结果的证明中还包含了一个构造的算法。这一算法第一步要求选择F(可能是随机地)，使A_F的极点不同于A的极点。而后在各控制站逐渐使用动态反馈，以配置对某特定站来说是能控和能观的那些极点。图7就说明了这一过程〔121〕。

Corfmat 和 Morse〔119〕也研究了分散的反馈控制问题，他们是从对可定镇性和极点配置的条件进行更完备的特性描述这一观点来进行的。他们的基本途径是，确定在什么样的条件下，一个形如（4·13）—（4·14）的系统对应于一个给定的控制器的输入和输出，可以由使用来自其它控制器的静态反馈而变成为能控和能观的。这样就可用规定的方法，在该给定的控制器中使用动态补偿来配置系统的极点。

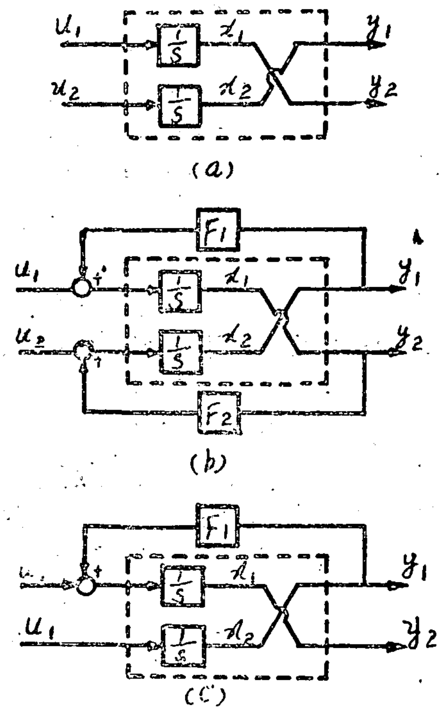

图7　注意在第三步中，对所有的 $F_1 \neq 0$，两个振型根据 u_2和y_2均为能控和能观的

不难看到，使得（4.13）—（4.14）

对某个控制器成为能控和能观的一个必要条件是，函数

$$G_{ij}(s)=C_i(sI-A)^{-1}B_j \tag{4.19}$$

的消失情况各不相同。满足这个条件的系统称为强关联的（Strongly connected）〔119〕。

如果一个系统不是强关联的，就不可能使它对某一个控制器变为能控和能观的。这时需将系统分解为一组强关联的子系统，而后使每个子系统对于它自己的某个控制器来说，变为能控和能观。这样，我们可以集中注意力于强联关的情形，同时又不损失一般性。对于强关联系统，Corfmat 和Morse 已经给出了一个非常值得注意而且相当直观的可使（4.13—4.14）相应于某一控制器成为能控和能观的必要条件。

他们已经证明，如果强关联系统可对某一个控制器变为能控且能观的，那么它对任何控制器都可变成为能控和能观的，而为了实现这一点，其必要充分条件是系统应是完备的（Complete）。对形如（4.13）—（4.14）的系统，完备性是用系统的传输多项式（Transmission Polynominals）来加以定义的〔122〕。例如，在N＝2 的情形下，检验完备性的一个办法是〔118〕，〔119〕对所有的 s

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} (sI-A) & B_1 \\ C_2 & O \end{bmatrix} \geqslant n \tag{4.20}$$

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} (sI-A) & B_2 \\ C_1 & O \end{bmatrix} \geqslant n \tag{4.21}$$

由于除非 s 是A的一个特征值，我们恒有

$$\operatorname{rank}(sI-A)\geqslant n \tag{4.22}$$

所以我们只须在A的值谱上检验前述条件。进而使（4.20）和（4.21）中矩阵不满秩的那些s的值就是（C_2，A，B_1）和（C_1、A、B_2）的传输零点（参看〔123〕及其中列举的文献）。因此完备性的缺乏总是和极零相消联系在一起的。对一个完备系统的情形，Corfmat和Morse还用传输零点表征了Wang和Davison的固定振型概念。

但作为一种实际设计方法，Corfmat—Morse方法有些不足之处。首先，应注意的是既使大系统的所有振型均可变为对某一个控制器而言是能控和能观的（当系统不是强关联的，则是对某几个控制器），其中的某些振型仍可能是十分弱地能控和能观的。这样当由某一个控制器来配置所有极点时，就可能要求无法实现的极高的增益。其次，我们不知道这个方法是否以最好的方式使用了设计人员所拥有的各种自由度，实质上，这个方法要求系统中所有的扰动均传播至同一输出，并在该输出点被观测，被来自邻近输入的控制信号加以补偿。但在许多情形下更好的办法却可能是用控制器来抑制系统中的扰动传播。最后，将控制结构的全部复杂性集中于一个（或少数几个）控制器的做法也并不是我们所期望的。

Davison—Wang方法也有类似的缺点。虽然也并未明显地力图使所有强关联子系统变为对某一控制器为能控和能观的，但该方法第一步的必然结果恰恰会导致这种情形。

将极点配置和LQG方法进行一下比较是很有意思的。至少从直观启发的角度可以说，两种方法的共同的基本问题都是发讯现象，这一点是明显的。我们在LQG那一段已经讨论过发讯问题，所以现在考察一下它在极点配置问题中的作用。为具体起见考虑图7中的例子，并特别考察一下第一个控制器的作用（图7(C)）。将y_1到u_1的反馈回路闭合的结果将使x_2成为由y_2能观的，因而这就十分具体地将$x_2(t)$的值发讯到第二个控制器去了。但我们应看到，闭合从y_1到u_1的回路同样可使x_1成为由y_1能控的。正如我们前面指出的，我们无法精确断言控制律的哪一部分用于发讯而哪一部分用于控制，甚至连这个问题的提法本身恐怕都是无意义的。

在小林等人最近的一篇文章〔124〕中，发讯在一种定性的（而不是最优的）分散控制理论中的作用看来是更清楚了。他们考虑的问题是在什么样的条件下，（4.13）的任意未知的初始条件可以在有限时间内用分散控制将其变为零。其办法是让系统在短时间内自由运动，在此期间每个控制器用其观测值$y_i(t)$来“了解”初始状态$x(O)$在对应于〔A，C_i〕的可观子空间上的投影$P_i x(O)$。而后控制器将$P_i x(O)$的值发讯（每次一个）给其它的控制器。每个控制器在发讯完毕之后，就停止其对系统的控制作用。这样，在适当的条件下，每个控制器均了解了初始状态$x(O)$，从而它们可以开环形式相互合作以使状态变为零。

作为对本节介绍的结果的最后一点说明，我们指出，究竟什么样的分散结构是人们期望的这样一个基本问题还完全没有解决。有效的作法应该是对能够使某一特定系统锁定的分散结构进行简单的表征。然而，大家知道，这样的表征即使是在集中的情形下也是不可能实现的。

五　确定性最优控制的多级方法

A　引言

大型的工业复合体是由一些互相关联的子系统组成的，而在实践中，它们也都不是以集中的方式进行控制的。为从这种实际情况导出精确的概念，有必要区别两种类型的控制结构。在多层结构（Multilayer)中，控制的确定分割为按不同时间尺度而工作的多个算法。图8给出了一个三层结构的符号的表示〔125〕，其中作用于对象的控制变量u是由一调节器来确定的，它将特定的输出变量y在时期T_1内导致其期望的目标值y^d。y^d的值则由最优化层在周期$T_2 \gg T_1$内予以规定。在计算这些值时，假定在T_2期间内最优化层中已经给定了某些环境参数θ。自适应层则在每个周期长度T_2终了时确定θ的更新值。显然，这种结构确实表示了一个工业复合体受控方式的某些方面。同样明显的是，在较高层次的运行中将使用与较低层次比起来更为集结的模型。可惜在讨论多层结构的分析或设计的文献中并没有什么超出这种描述性的论断的结果，虽然有一些处理第二节所讨论的那种奇异扰动系统的文章可以认为是讨论这一问题的。在此，我们讨论一下关于多级（Multilevel)结构的大量文献。在这种

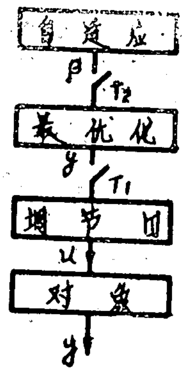

图8　多层控制器

结构中控制向量 u 被分成一些子向量，它们由个别的局部控制器独立地进行选择。局部控制器按它自己的简化的系统模型及简化的费用准则进行这些选择。为了使这些独立地达到的选择能与全系统的准则相协调，就需设计一些高级的控制器，其职能就是通过调整各个模型或准则以对各低级控制进行协调。我们将阐明对系统模型的具体假定，以及为设计一个二级控制器所必须的步骤。

B　二级控制结构

第一步：设全系统为

$$\dot{x}=F(x,u,t) \tag{5.1}$$

假定它由一些弧立的子系统所组成：

$$\dot{z}_i=f_i(z_i,u_i,t)+g_i(v,t)\quad i=1,\cdots,k \tag{5.2}$$

这些子系统通过以下约束条件而互相关联：

$$v(t)=x(t) \tag{5.3}$$

这里，$x\in R^n$，$z_i\in R^{n_i}$，$u\in R^m$，$u_i\in R^{m_i}$同时在（5.1）—（5.3）中：

$$x'(t)=(z_1'(t)\ \cdots,\ z_K'(t))\ ,\ u'(t)=(u_1'(t),\cdots u_K'(t)) \tag{5.4}$$

控制的选择将受以下向量不等式的约束：

$$u(t)\in U(x(t),\ t)=\{u|q(x(t),u,t)\leqslant O\} \tag{5.5}$$

而初始状态规定为$x(t_0)=x$。控制的目标是求以下极小化值：

$$\min_{u(t)\in U(x(t),\ t)}\int_{t_0}^{t_1}C(x(t),u(t),t)dt \tag{5.6}$$

所有这些方法都要求某种形式的可分性（Separability），它意味着以下关系有一个或多个成立：

$$g_i(v,t)=\sum_j g_{ij}(v_j,t), \tag{5.7}$$

$$q(z,u,t)=\sum_j q_j(z_j,u_j,t) \tag{5.8}$$

$$c(z,u,t)=\sum_j c_j(z_j,u_j,t) \tag{5.9}$$

（在许多情形下虽然初看似乎不可分，但经巧妙地选择附加变量仍可得到可分性。）假定所有这些关系均成立，那么原来的最优控制问题（5·1）、（5·5）、（5·6）可改写为：

$$\min\sum_i\int_{t_0}^{t_1}c_i(z_i,u_i,t)dt$$

$$\text{约束为}\ \dot{z}_i=f_i(z_i,u_i,t)+\xi_i(t),\quad i=1,\cdots\cdots k, \tag{5.10}$$

$$\left.\begin{aligned}&z_i(O)=x_{oi}\\&\xi_i(t)\sum_j g_{ij}(z_j,t),\quad i=1\cdots k\\&\sum_i q_i(z_j,u_j,t)\leqslant 0\end{aligned}\right\} \tag{5.11}$$

总之，在第一步中通过使用相互作用变量$\xi_i(t)$而将原问题变换为一组子问题。但事实上原问题当然不是这些独立子问题的集合，这反映在（5·11）中的耦合约束上，问题的这种变换了的提法就称为全局问题并记为P_G〔126〕。通常（5·11）的互联控制限制被假定为去耦的〔127〕：

$$q_i(z_i, u_i t) \geqslant O \qquad i=1, \cdots, k \tag{5.12}$$

我们下面为简单起见也将采用这一假定。

第二步（分解）　这是关键的一步。现在我们用一族参数化了的k个去耦的子问题来代替全局的问题，这些子问题具较小的维数和较简单的结构。我们记参数为$\boldsymbol{\alpha}=(\alpha, \cdots, \alpha_K)$，记子问题为$P_1(\alpha_1)$，…，$P_K(\alpha_K)$。这一族问题应是把$P_G$嵌入其中，亦即应存在参数$\alpha^*$，使得问题$Pi(\alpha_i^*)$，(i=1，…，k）的解给出$P_G$的一个解。用多级控制的语言来说（参看〔128〕，〔129〕）这种嵌入的条件就称为可协调性（Coord nability）；而若我们采用大规模数学规划文献的术语，将参数化的问题族称为主问题（Master problem）〔130〕可能更合适一些。而各种方法均给出下列类型的一种迭代程序（图9）。

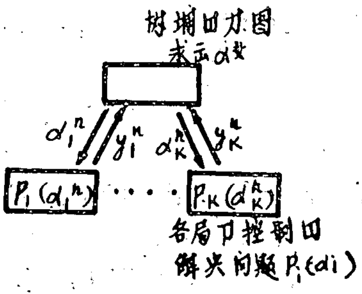

图9　两级控制器

步骤A　局部控制器从协调器接收α^n解问题$P_i(\alpha^n)$，而后将其解的某个函数y_i^n传送给协调器。

步骤B　协调器按照α^n和$y_1^n, \cdots, y_K^n$，而计算新的值$\alpha^{n+1}=(\alpha_1^{n+1}, \cdots, \alpha_K^{n+1})$，而后转回步骤A。

C　迭代程序　例子

去耦问题的结构和维数的简化总是可以通过消去（5.11）的耦合限制的明显的作用而达到〔注15〕。我们简单地介绍一下这样作的两个基本途径：

第一种途径是ξ_i被当成参数$\boldsymbol{\alpha}_i$的一部分，从而第i个局部控制器把相互作用变量当作给定的来处理而置耦合约束于不顾。如果我们令$\boldsymbol{\alpha}_i(\cdot)=\xi(\cdot)$，那么子问题$P_i(\boldsymbol{\alpha}_i)$即变成为：

$$\min \int_{t_0}^{t_1} c_i(z_i, u_i, t) dt \tag{5.13}$$

$$\text{约束为}\quad \left.\begin{array}{l} \dot{z}_i = f_i(z_i u_i, t) + \alpha_i(t),\ z_i(O)=x_{oi} \\ q_i(z_i, u_i, t) \leqslant 0 \end{array}\right\} \tag{5.14}$$

〔注15〕对此的唯一例外是Grateloup和Titli〔131〕的“可行”方法，在〔132〕中它亦称为“模型协调”方法。这些方法对控制问题通常是无法应用的，因为它要求u_i的维数必须超过相互作用变量的维数。这些方法可以与数学规划中的“原本的”（Primal）方法相比较（参看〔133〕和〔134〕）。

令 $z_i(\alpha_i)$ 为$P_i(\alpha_i)$ 的最优轨线。这时嵌入条件要求对某个α^*，以下的“误差”变为零：

$$e_i(\alpha)(t)=\alpha_i(t)-\sum_j g_{ij}(z_j(\alpha),t) \tag{5,15}$$

程序中的步骤B必须能在已知α^n时计算出α^{n+1}来，并应使$e(\alpha^n)$收敛于零。关于这一方法的进一步的说明和讨论，可以参看Mesarovic、Macko 和 高原的“相互作用予测原理”（interaction Predict on Principle），如〔128〕、〔129〕、〔132〕、〔135〕—〔137〕以及〔152〕中所述。

第二种途径中ξ_i则看成是第 i 个控制器所能使用的控制变量的一部分。协调器对每个局部控制器的费用函数进行修改，具体办法是将耦合约束（5.10)对偶化(参看〔138〕第七章或者〔139〕)，从而得到以下以α为参数的问题：

求
$$\min\sum_i\int_{t_0}^{t_1}c_i(z_i,u_i,t)dt+\sum_i\int_{t_0}^{t_1}\alpha_i^T(t)\cdot\left[\xi_i(t)-\sum_j g_{ij}(z_j,t)\right]dt \tag{5.16}$$

约束为
$$\left.\begin{array}{ll}\dot z_i=f_i(z_i,u_i,t)+\xi_i(t), & i=1,\cdots,k\\ z_i(0)=x_{0i}, & i=1,\cdots,k\\ q_i(z_i,u_i,t)\leqslant 0,\xi_i\ \text{任意} & i=1,\cdots,k\end{array}\right\} \tag{5.17}$$

这明显地分解为 k 个独立的子问题$P_i(\alpha)$，这时，我们看到费用函数可重新整理而写为：

$$\sum_i\int_{t_0}^{t_1}\left[c_i(z_i,u_i,t)+\alpha_i^T\xi_i-\sum_j\alpha_j g_{ji}(z_i,t)\right]dt. \tag{5.18}$$

设$z_i(\alpha),u_i(\alpha),\xi_i(\alpha)$为$p_i(\alpha)$的解，并令$e_i(\alpha)(t)=\xi_i(\alpha)(t)-\sum_j g_{ij}(z_j(\alpha),t)$。嵌入条件要求存在$\alpha^*$使得$e(\alpha^*)=0$，若没有某些凸性条件限制这是很难的。和前面一样，程序的步骤B必须保证能在已知α^n和$e(\alpha^n)$时计算出α^{n+1}来，并使$e(\alpha^{n+1})$于小$e(\alpha^n)$。为了作到这点已经提出了许多不同的方法。关于这些问题以及某些应用，可参看〔134〕及〔140—143〕、参看Mesarovic、Macko 和高原〔129〕的“相互作用平衡原理”以及〔144—152〕。

D 各种多级技术的评价

我们从几个不同的角度来评价文献。

计算方面 采用多级技术要求取代单个的大问题P_G而研究一系列的子问题$P_1,\cdots,P_k$以及一个协调问题。由于随着问题维数的增加，计算时间通常将以高于线性的速度而增长，所以一般说$P_1,\cdots,P_k$的解比起P_G的解来，计算量要少。但由于需要进行迭代和协调，又意味着由多级技术带来的计算量的任何节省都要依问题而不同。对此很难作出什么普遍成立的一般论断，但可以肯定，如果问题P_i不仅比P_G小，而且比它简单，那么分解肯定是有用的。这一类型的一个例子是 Cantor—Gerla 的算法〔154〕其中P_i可由一有效的算法来解，而对P_G来说这一算法是不可用的。

分解算法的一个优点是它可以相对独立地互相解决各个P_i。这样，如果全局问题对

主存的要求超过了可用的容量，但对每个P_i我们又有足够的存储容量，那么我们就可以使用多级技术来求解（即便对P_G不能直接求解）。不然的话，如果可以使用多处理器，我们还可以并行地解各个问题P_i。但我们目前还不知道有没有这样的计算经验来支持这些论断。值得注意的是现代虚拟存储系统中的页面法提供了解决存储问题的一种办法，它常常是用硬件来实现的，因而具有特别的优越性。此外，未来的并行处理计算机的最有希望的总体结构形式可能是所谓的向量机，这时分解算法看来就没有什么特别的优越性了。

信息的要求 在上面给出的两个例子以及所引用的文献中，虽然，无论是协调器还是局部控制器都无需知道全局的问题，特别是整个系统的模型。这样，和集中化的或直接的方法比较起来，模型的知识也被分散化了。当k特别大，以及特别是各孤立系统的模型处于第二个控制器内部时（如像经济系统中当控制器是一个人，而他不能向别人传送这个模型时显然就是这样〔140〕、〔153〕），这个优点就显得特别突出。

但即使这一优点也因以下理由而大为减色。首先，多级技术只能用于开环控制的离线计算(除了下一节提到的某些例外)；其次，在协调器和低级控制器之间交换的信息，其量级和为传送整个状态轨线所需信息的量级是一样的。这样，如果反馈是重要的，那么这些技术均无法使用；即使不是这样，那么状态轨线的集中化的知识就趋于减低系统模型分散化知识的优点，当（t_1-t_0）很大时尤其如此。

其它的考虑 有人说〔126〕、〔128〕多级最优化技术对于模型误差和部件失效均不敏感，但他们提出的论证难以服人。（在自然界和在人体内多级递阶结构的广泛存在并不能作为其证明。）最后，除了〔131〕和〔132〕的技术外，在迭代过程中产生的那些中间解都是难于实行的。这也是一种麻烦。

E **其他问题**

人们可能利用离线的多级技术来计算一个集中化的反馈律。一旦这样做时，其实现（特别是所有在线的处理）便是集中化的。Singh、Hassan和Titli〔152〕曾对线性、二次型问题指出了这点。（但这应当和如第四节那样力图使在线处理分散化的那些控制技术截然区分开来。）

这一节讨论的多级最优控制技术可以看成数学规划问题中对应的分解算法向函数空间的推广。这也部分地说明了开环问题和确定性问题的重要性。但是还存在另一种分解理论的文献，它们是在解大型稀疏线性方程组的问题中发展起来的(例如，参看〔155〕)。这些技术也可推广于最优控制问题〔105〕、〔150〕。这种方法的优点之一是可以考虑闭环和随机问题，而且可以推导出一些算法，它们可以给出现实可行的中间解。

六 总结和结论

我们已把所综述的工作分为四个范畴：模型简化、互联系统的稳定性、分散控制和多级递阶控制。我们觉得，至少对多数关于大系统的文献，这是较好的分类方法。但是，对大系统设计控制系统的问题却不能再确切地细分。我们感到，将前述的研究方面统一起来，这本身就将是一个会有成果的研究领域。这种统一的工作已经进行到了一定

的程度，我们希望本文能促进这种工作。

谈到对许多物理的大系统设计分散控制器的问题，我们相信可以运用工程判断和分析的良好结合、以一种合理的（纵然是特定的）途径来确定动态系统的特定结构。人们将继续探索时间尺度分划（快变和慢变动力学）、弱耦合及其它类似现象，因为它们会自然导致产生系统分散化的方法。如我们已指出的，这里问题是如何选择适当的状态空间表示法，从而使弱耦合或强耦合参数可出现于系统的数学模型之中。一旦确定了补偿器的分散化结构，就可以对补尝器的参数进行最优化。

可能有助于选择分散化结构的另一个方法是精确地求解集中化的问题。在LQG设计的情形下，我们必须有一种用以解非常高维数的Riccati方程的可靠的算法。而后我们检验各Kalman滤波器增益和控制增益的相对幅度，把小的消去。这样我们可以达到分散化的估计和控制的结构，然后重新使所有滤波增益和控制增益最优化以进一步改进品质。在这种做法中有两个问题：第一，现在还没有现成可用的可靠的软件；第二，对大到一定程度的系统，滤波和控制增益个数之多使人们为分离出重要的耦合项而进行的判断工作变得极为困难。这里需要的是一种计算机辅助的程序，它为设计者的进一步考虑提供几种良好的选择，同时除去那些过于复杂的结构。而这种系统化的程序至今尚未得到。

综观大量的文献之后我们最基本的结论是，虽然在许多方向上都得到了很大的进展，但究竟在控制大系统时怎样的结构是合用的，这个问题甚至还没有以真正科学的方式提出来。在我们看来，不能相信现存的数学工具（例如动态规划）会有能力为分散化或多级递阶的控制确定一个令人满意的结构。首先我们相信，追求一个独一无二的最优结构本身就不大合理。而应该是使未来的方法均力图确定较其它为优的，一个分布的信息和控制结构的集合。其次，统一的分散控制的理论不仅应明显地包含传统的控制系统品质指标，而且还应含有：

a）通讯的费用；

b）可靠性因素；

c）计算机接口的费用；

d）不完全的和（或）延迟的信息的价值；

e）系统复杂性的一种公认的量度。

为了发展这样一种我们期望的研究方法，我们可能需要对最优性、最优性原理以及最优解等概念建立各种定义。

参考文献 〔1〕～〔156〕请参见原文。

中国科学院自动化研究所　郑应平

译自《IEEE Trans.on Automatic Control》

Vol AC—23 №2 April 1978

薛　明校