**文章编号:**1002-2082(2006)04-0340-04

# 用SPIDER 法重构飞秒脉冲位相中参数的选择

## 文汝红, 刘天夫

(中国计量学院 信息工程学院,杭州 310018)

**摘 要**: 为了更精确地测量飞秒脉冲特性以满足其不断拓宽的应用,基于光谱相位相干直接电场重构法(SPIDER)测量飞秒激光脉冲的基本原理和重构相位的反演算法,数值模拟了 SPIDER 重构飞秒脉冲相位的过程,分析了时间延迟 $\tau$ 、光谱剪切量 $\Omega$ 及滤波窗口宽度的选取原则。以宽度 约为20 fs 的高斯型线性啁啾脉冲为例,通过选取不同的时间延迟 $\tau$  和光谱剪切量 $\Omega$  重构脉冲的相位,发现重构位相曲线与原输入脉冲位相曲线最接近时,时间延迟 $\tau$  约为1 210 fs,相对光谱剪切 量 $\Omega/\Delta\omega$  约为9%,滤波窗口宽度约为 $\tau/3$ 。

**关键词**: 光谱相位相干直接电场重构法;参数选取原则;飞秒脉冲 中图分类号:TN247 文献标志码:A

## Optimization of parameters on reconstruction of phase of femtosecond laser pulse with SPIDER

WEN Ru-hong, LIU Tian-fu

(College of Information Engineer, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: To meet the ever increasing applications of femtosecond laser pulse, it has to be measured more precisely. Based on the spectral phase interferometry of direct electric-field reconstruction (SPIDER), the spectral phase of femotosecond laser pulse was reconstructed with numerical simulations. The crucial parameters that include the time delay  $\tau$  between the tested pulse replicas, the frequency shear  $\Omega$  and the width of filter window were analyzed to choose their values properly. With the Gauss linearly chirped pulse whose full width at half maximum (FWHM) is about 20 fs, the phase is reconstructed with different time delay and different frequency shear  $\Omega/\Delta\omega$ . The optimum phase curve is about at  $\tau=1$  210 fs and relative shear is  $\Omega/\Delta\omega=0.09$ . The width of filtering window is about  $\tau/3$ .

Key words: SPIDER; parameter selection principle; femtosecond laser pulse

引言

自从1965年人们首次利用被动锁模技术在红 宝石激光器上直接产生皮秒级超短激光脉冲以来, 超短脉冲技术的发展一直非常迅速<sup>11</sup>,特别是进入 20世纪90年代以后,飞秒激光技术的发展更为迅 猛,其在物理学、化学、生物学、医学、光电子学等领 域的应用不断发展。因此,飞秒脉冲的精确测量就 成为非常重要的研究内容。飞秒脉冲特性的测量经 历了从光电采样法、直接测量法、双光子荧光法到 自相关法<sup>[2]</sup>。目前,通用的方法主要有基于自相关 法的频率分辨光学快门法(FROG)<sup>[3]</sup>和自参考光 谱位相相干电场重建法(SPIDER)<sup>[4]</sup>。虽然目前

收稿日期:2006-01-08; 修回日期:2006-02-23

基金项目:浙江省自然科学基金资助项目(M603256)

作者简介:文汝红(1979-),女,江西萍乡人,中国计量学院硕士研究生,主要从事超短脉冲测量工作。E-mail:wenruhong12 @yahoo.com.cn

FROG 已成为诊断超短脉冲特性的主要方法之 一,但它存在的1个主要缺点是计算时间较长,需 要多次迭代才可以找到与所测量的脉冲相近的解。 相对而言,SPIDER 具有计算速度快,灵敏度高,以 及其测量过程无需硬件平移(表明其校准工作可1 次完成)等优点,它一出现便引起了人们极大的重 视,并表现出比FROG 更为方便的实用性。本文从 SPIDER 的基本原理和重构位相反演算法出发,数 值 模拟了 SPIDER,并讨论了算法中时间延迟、光 谱剪切量及滤波窗口宽度的合理选择。

## 1 SPIDER 重构位相的反演算法

在 SPIDER 装置中,首先使 2 个特性完全相同 的短脉冲在时域上有1 个 $\tau$ 的延时,它们分别与1 个 展宽的啁啾脉冲在非线性晶体中混频。由于展宽脉 冲自身的啁啾性,2 个即时频率间将有一个差值 $\Omega$ (设其中一个值为 $\omega_c$ ,另一个即时频率值则是 $\omega_c$ —  $\Omega$ )。此后,这2 个脉冲将在频域发生光谱相干,得到 光谱剪切干涉谱图。该光谱剪切干涉谱包含了待测 脉冲的全部位相信息,经数学处理便得到位相。其 过程如图 1 所示。



#### 图1 SPIDER 的频率上转换图

Fig. 1 Frequency upconversion diagram of SPIDER

对上述过程进行数学模拟,得到的光谱剪切干 涉图如图2所示。光谱剪切条纹<sup>[5]</sup>可以表示为

$$D(\boldsymbol{\omega}_{c}) = |E(\boldsymbol{\omega}_{c})|^{2} + |E(\boldsymbol{\omega}_{c} - \boldsymbol{\Omega})|^{2} + 2|E(\boldsymbol{\omega}_{c})| \cdot$$

 $|E(\omega_{c}-\Omega)|\times\cos[\Delta\varphi(\omega_{c})+\tau\omega_{c}] \quad (1)$ 

式中,  $\Omega$  为光谱剪切量;  $\tau$  为 2 脉冲间的时间延迟;  $E(\omega_c)$ 和 $E(\omega_c - \Omega)$ 分别表示进入光谱仪的2 个短脉冲的光谱振幅;  $\varphi$ 代表脉冲位相。2 个脉冲的相位差为

$$\Delta \varphi(\omega_c) = \varphi_{\omega}(\omega_c) - \varphi_{\omega}(\omega_c - \Omega) \tag{2}$$

(1)式也可写成:

$$D(\omega_{c}) = |E(\omega_{c})|^{2} + |E(\omega_{c} - \Omega)|^{2} + |E(\omega_{c})| \cdot |E(\omega_{c} - \Omega)| \times \exp(\{i[\Delta\varphi(\omega) + \omega\tau]\} + |E(\omega_{c})\| |E(\omega_{c} - \Omega)| \times \exp\{-i[\Delta\varphi(\omega) + \omega\tau]\}$$

 $= D^{0}(\omega) + D^{+}(\omega) + D^{-}(\omega)$ (3)

式中, $D^{\circ}(\omega)$ 表示干涉图的直流分量,是脉冲对各 自的光谱直接叠加的结果,不包含任何位相信息;  $D^{+}(\omega)和D^{-}(\omega)分别表示光谱干涉的正、负交流分$ 量,它包含所有的位相信息。



#### 图 2 模拟的光谱剪切干涉图

#### Fig. 2 Simulated spectral interferogram of

a pair of spectrally sheared pulses

对得到的光谱剪切干涉图作傅里叶变换后,可 得到t=0和 $t=\pm\tau$ 时的3个分量。t=0对应于干 涉图直流分量的傅里叶变换,它不含位相信息;t= $\pm\tau$ 分别对应于干涉图的正、负交流分量的傅里 叶变换,包含所有的位相信息。其模拟结果如图 3 所示。



图 3 光谱干涉图的傅里叶变换

Fig. 3 The Fourier transform of the interferogram of Fig. 2

为了分离出含有位相信息的项,用一个四阶中 心在 $t=\tau$ 、宽度约为 $\tau$ 的超高斯函数H(t)将正交流 分量滤出,滤波后的信号为

 $\overline{D}^{\text{filter}}(t) = H(t - \tau)\widetilde{D}(t) = FT[D^{+}(\omega)] \quad (4)$ 

对滤波后的信号进行反傅里叶变换并取幅角, 于是有:

 $\varphi_{\omega}(\omega_{c}) - \varphi_{\omega}(\omega_{c} - \Omega) + \tau \omega_{c} = \arg[D^{+}(\omega_{c})] = 0$ 

 $\arg\left[IFT\{\overline{D}^{\text{filter}}(t); t \rightarrow \omega_{c}\}\right]$ (5)

从 (5)式中减去线性项  $\omega_{c\tau}$  得到 (2)式的光谱位相 差,通过联结位相差得到  $\varphi_{\omega}(\omega_{c})$ 。

由于脉冲的绝对位相是无法测得的,所以只能 得到脉冲的相对位相。令某一频率对应的位相为 零,即 φ<sub>ω</sub>(ω<sub>0</sub>)=0,联结位相差后,便得到一个在谱 域以Ω为间隔的取样位相,所有频率对应的位相就 是偏离ω。的光谱剪切的倍数,即

$$\begin{cases}
\vdots \\
\varphi_{\omega}(\omega_{0}-2\Omega) = -\Delta\varphi(\omega_{0}-\Omega) - \Delta\varphi(\omega_{0}) \\
\varphi_{\omega}(\omega_{0}-\Omega) = -\Delta\varphi(\omega_{0}) \\
\varphi_{\omega}(\omega_{0}) = 0 \\
\varphi_{\omega}(\omega_{0}+\Omega) = \Delta\varphi(\omega_{0}+\Omega) \\
\varphi_{\omega}(\omega_{0}+2\Omega) = \Delta\varphi(\omega_{0}+2\Omega) + \Delta\varphi(\omega_{0}+\Omega) \\
\vdots
\end{cases}$$
(6)

(6)式中的位相差是已知数列,把这些位相差 叠加起来,便可重构出与以Ω为间隔的频率对应的 位相。

## 2 参数的选择

通过分析以上的 SPIDER 算法,可知脉冲对的 时间延迟 $\tau$ 、光谱剪切量 $\Omega$ 及滤波窗口的宽度对还 原位相结果有直接影响。时间延迟和光谱剪切量之 间可通过 $\Omega = -\tau/\varphi$ 联系起来,其中 $\varphi$ 表示展宽器的 二阶色散。

2.1 r的选取

根据测量原理, τ 的选择必须满足 2 个原则: 首先, τ 必须足够大,以便产生的干涉图有适量数 目的干涉条纹<sup>[6]</sup>,其次, τ 必须足够小,以使频谱 仪和探测阵列能满足奈奎斯特抽样定理。

在实际的模拟计算中,假设探测系统有足够的 探测精度,则由时域抽样间隔和采样点数共同确定 的频域精度为

 $\delta \omega = 1/(N \times \delta t) \tag{7}$ 

式中, $\delta\omega$  是模拟时的频域最小分辨精度; N 是时 域采样点数;  $\delta t$  是时域的采样间隔。又  $1/\tau \ge \delta \omega$ , 把(7)式代入可得:

 $\tau \leq N \times \delta t$ 

此外,要得到足够多的干涉条纹,  $\tau$ 应该足够 大。在 $\Delta\nu$ (谱线宽)范围内,有n 个(通常为 $10\sim30$ ) 干涉条纹,所以 $\Delta\nu \ge n \times (1/\tau)$ ;若为高斯型脉冲,则 有 $\Delta\nu \cdot \Delta t \ge 0.441^{[7]}$ 。式中 $\Delta t$  为脉冲宽度。于是有

 $\tau \geqslant n \times \Delta t/0.441$ 

由此可以得出一个理论上较好的时间延迟<sub>7</sub> 的范围:

 $n \times \Delta t/0.441 \leqslant \tau \leqslant N \times \delta t$  (10)

例如,对于脉冲宽度为 20 fs 的脉冲,采样间隔  $\delta t = 2$  fs,采样点数 N = 2 048,n 取 15;则可算出  $\tau$ 

**的范围是:**681 fs≪τ≪4 096 fs。

以入射宽度约为 20 fs,中心波长为 800 nm ( $\Delta \omega$  约为  $2\pi * 30$  THz)的高斯型线性啁啾脉冲为 例。为讨论 $\tau$  值对结果的影响,固定光谱剪切量 $\Omega$ , 改变 $\tau$  的值,运行SPIDER 算法程序。图4 为绘出的 几种不同时间延迟下的位相曲线。



### 图4 不同时间延迟下重构的位相

## Fig. 4 Phase reconstructed from SPIDER

#### in different time delay

从图中可看出,当 $\tau$ =1 210 fs 时,还原出的位 相曲线与原输入脉冲位相曲线几乎重合,而当 $\tau$ =1 050 fs 和 $\tau$ =1 350 fs 时还原的位相曲线与原输入 脉冲位相曲线有较大偏差,从而导致了较大的还原 误差。

2.2 Ω的选取

(8)

(9)

对测量结果影响大的第 2 个参数是光谱剪切 量  $\Omega$ ,它由啁啾脉冲和脉冲对的展宽  $\Omega = -\tau/\varphi$ 决 定。式中 $\varphi$ 为展宽器的二阶色散。虽然 $\Omega$  依赖于 $\tau$ , 但啁啾脉冲可被展宽到任意值,所以 $\Omega$  可以自由选 择。 $\Omega$  的选择比 $\tau$  的选择相对复杂,原因是剪切量 的选择必须满足惠特克-香农采样定理。根据这个 定理,只有当脉冲完全在时间间隔  $T \leq 2\pi/\Omega$  内才 能被准确重构。因此, $\Omega$  的选择使得T 比输入脉冲 宽度要大,一般选择T 至少是输入脉冲宽度的 10 倍,即 $T \geq 10\Delta t$ 。然而,重构的光谱相位必须被光谱 剪裁分开,否则会引入很大的重构误差,因为当 $\Omega$ 减小时,位相差  $\Delta \varphi(\omega_c) = \varphi(\omega_c - \Omega) - \varphi(\omega_c)$ 趋近于 零。如果 $\Omega$ 太小,光谱剪切干涉条纹在宽度约  $1/\tau$ 内不能被区分<sup>[5]</sup>,从而引起大的重构误差。

为了寻找到最佳的 $\Omega$ 值,运行SPIDER 算法程序。固定时间延迟 $\tau$ ,以 $\Omega$ 为变量,绘制出不同光谱 剪切量下重构的位相曲线与原输入脉冲位相曲线, 如图 5 所示。由图可见,当相对光谱剪切 $\Omega/\Delta\omega$ = 0.09时位相曲线与实际的最接近, $\Omega/\Delta\omega$ =0.08 和  $\Omega/\Delta\omega$ =0.1 时均有较大的偏差,即有较大的重构



- 图5 不同相对光谱剪裁下重构的位相
- Fig. 5 Phase reconstructed from SPIDER at different relative shear
- 2.3 滤波窗口宽度的选取

从重构位相的反演算法可知,对测量结果有影 响的还有用于干涉图变换的时域窗的宽度。这个窗 口必须以边带 $\pm\tau$ 为中心,但它的宽度可以独立确 定。从原理上分析可知,它应足够窄,以便于不把t=0处的强峰包括进去;同时,还要求它足够宽,使  $t=\pm\tau$ 附近的峰完全包含进去。如果窗太窄,会使t= $\pm\tau$ 附近的峰产生畸变,降低重构的精度;另一 方面,如果窗太宽,噪声功率也会影响重构的精度。 为了讨论窗口宽度对重构结果的影响,固定时间延 迟和光谱剪切量,对不同的窗口宽度运行 SPIDER



## 图6 不同窗口宽度下重构的位相

Fig. 6 Phase reconstructed from SPIDER with different window width

算法程序,绘制出几种不同宽度下的 位相曲线,如 图 6 所示。通过多次改变窗口宽度的大小,发现窗 口宽度的大小对测量结果的影响较小,通常窗宽约 **为**τ/3。

## 3 结论

从光谱位相相干电场重构法(SPIDER)的基本原理出发,详细分析了SPIDER 反演算法重构位相的过程,并进行了数值模拟。发现时间延迟 $\tau$ 和 光谱剪切量 $\Omega$ 的选取对还原的位相结果有很大影响。以宽度为20 fs 的高斯型线性啁啾为例,选取不同的时间延迟、光谱剪切量和滤波窗口重构出脉冲的位相,当 $\tau$ 约为1 210 fs,相对光谱剪切量 $\Omega/\Delta\omega$ 约为9%时,还原出的位相曲线与原输入脉冲位相曲线最接近。滤波窗口宽度对测量结果的影响较小,一般选择 $\tau/3$ 。

• 343 •

参考文献:

- [1] 黄绣江,刘永智,隋展,等. 超短脉冲光纤激光器新进 展及其应用[J]. 应用光学,2004,25(6):16-20.
- [2] 黎高平,杨照金,吕春力,等.短、超短脉冲激光时间分
   布特性的几种测量方法[J].应用光学,2000,21(6):
   29-34.
- [3] KANE D J, TREBIO R. Characterization of arbitrary femtosecond pulses using frequency-resolved optical gating [J]. IEEE J Quantum Electron, 1993, 29(2): 571-579.
- [4] IACONIS Chris , WALMSLEY Ian A. Self-referencing spectral interferometry for measuring ultrashort optical pulses[J]. IEEE J Quantum Electron, 1999,35(4):501-509.
- [5] 王鹏,王兆华,魏志义,等.用 SPIDER 法测量飞秒激
   光脉冲的光谱相位[J].物理学报,2004,53(9):3004-3009.
- [6] ANDERSON M E, DEARAUJO L E E, KOSIK E M, et al. The effects of noise on ultrashort optical pulse measurement using SPIDER [J]. Applied Physics B,2000,70[Sup.]:85-93.
- [7] 小原实,神成文彦,佐藤俊一.应用激光光学[M].李 元燮译.北京:科学出版社,2002.