

文章编号 :1671-7848(2008)03-0287-04

新控制器实现不同 Chua 系统的同步控制

陈 红

(黑龙江大学 电子工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150080)



摘 要: 针对实际中两 Chua 混沌系统同步可能遇到的问题, 即不同混沌状态两相同结构的混沌系统以及不同结构的 Chua 系统之间的同步问题, 提出了一种新的控制器。利用 Lyapunov 稳定性理论, 对新控制器控制两系统同步误差的稳定性进行了分析和证明。最后, 利用 Matlab 进行了大量的计算机数值仿真实验, 研究了 5 涡与 3 涡, 5 涡与 1 涡, 5 涡与非混沌态及不同结构 Chua 系统之间的同步。数值仿真实验的结果证实了该控制器的有效性。

关 键 词: 控制器; Chua 系统; 多涡混沌吸引子; 同步

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

Controller Design for Synchro-control of Different Chua's Systems

CHEN Hong

(Electronic Engineering College, Heilongjiang University, Harbin 150080, China)

Abstract: To the problems of Chua's system synchronization in application, a controller is presented to realize the synchronization between different chaotic state Chua's systems with identical structure, and the synchronization between different structure of Chua's systems. It is analysed and proved by using Lyapunov stability theory that the new controller can control the error of two Chua's chaotic systems to be asymptotically stable. A lot of computer simulation experiments are given by using Matlab for the synchronization between a 5-scroll and a 3-scroll, a 5-scroll and a 1-scroll, a 5-scroll and a non-chaos systems and different structure Chua's systems. The simulation results show the effectiveness of the proposed controller.

Key words: controller; Chua's system; multi-scroll chaotic attractors; synchronization

1 引 言

美国科学家蔡少棠提出的 Chua 电路是典型的混沌系统, 它的最大特点是多变性。主要原因是其电路内部存在一个非线性电阻, 该非线性电阻可由非线性电路构成。不同的非线性电路构成了不同 Chua 混沌的行为, 即产生不同的吸引子。即使用同一个非线性电阻, 电路其他线性元件参数的变化也会导致混沌行为的变化。在早期的 Chua 电路中, 三折的非线性电阻使电路产生单涡或双涡吸引子^[1]。后来, 科学家们又研究出了 n 涡吸引子(D 折的非线性电阻), 并在实验中得到了验证^[2~5]; 甚至研究出了耦合 Chua 电路可以产生网状吸引子^[6]。这些都为 Chua 电路的应用奠定了坚实的基础。文献 [7~10] 分别研究并实现了用耦合控制两个 Chua 系统的同步; 文献 [11] 利用主从法实现了 Chua 系统的同步; 文献 [12] 用线性反馈法实现了对 Chua 系统的同步控制。以上文献都是研究两

个结构完全相同 Chua 系统(包括内部非线性电阻完全相同)的同步。

本文提出的是一种新型控制器, 它不仅可以控制两个结构完全相同但处在不同混沌状态的 Chua 系统同步, 而且能控制结构不同(非线性电阻不同) Chua 系统的同步。

2 控制器的构成及分析

典型的蔡氏电路, 如图 1 所示。

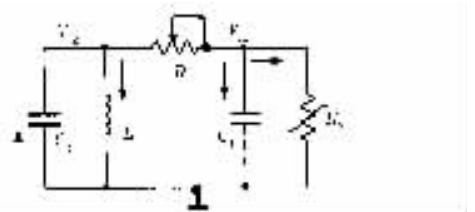


图 1 蔡氏电路

Fig. 1 Chua's circuit

其状态方程如下:

收稿日期: 2007-12-04; 收修定稿日期: 2008-01-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60672011); 电子工程黑龙江省高校重点实验室(黑龙江大学)基金资助项目(DZZD2006-13)

作者简介: 陈 红(1960-), 女, 山东招远人, 副教授, 研究生, 主要从事非线性电路、混沌理论及其应用等方面的教学与科研工作。

$$\begin{cases} C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{V_{C2} - V_{C1}}{R} - f_D(V_{C1}) \\ C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} = \frac{V_{C1} - V_{C2}}{R} + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} = -V_{C2} \end{cases} \quad (1)$$

式中,

$$f_D(V_{C1}) = m_{N-1} V_{C1} + 0.5 \sum_{i=1}^{N-1} [(m_{i-1} - m_i) \cdot (|V_{C1} + B_i| - |V_{C1} - B_i|)] \quad (2)$$

$$\begin{cases} B_1 = \frac{B}{\alpha(N-2)+1} \\ B_i = (2i-1)B_1, i=2, 3, \dots, N \\ N = (D+1)/2 \end{cases} \quad (3)$$

式中, N 为涡卷数(设 N 为奇数); D 为分段线性电阻的折线数; B 为 D 段线性函数的区间电压值; B_i 为分段线性函数的折点电压; m_i 为折线的斜率, 并设:

$$m_0 = m_2 = m_4 = \dots = m_{N-1}, m_1 = m_3 = \dots = m_{N-2}$$

设: $x_1 = V_{C1}/B$, $x_2 = V_{C2}/B$, $x_3 = i_L R/B$, $\tau = t/(C_2 R)$, $a = m_0 R$, $b = m_1 R$, $\alpha_1 = C_2/C_1$, $\beta_1 = C_2 R^2/L$, 得方程式(1), 式(2)归一化方程:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha_1 [(x_2 - x_1) - f_D(x_1)] \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 = -\beta_1 x_2 \end{cases} \quad (4)$$

式中,

$$f_D(x_1) = a_1 x_1 + 0.5 \sum_{i=1}^{N-1} \{ [(-1)^{i-1} a_1 + (-1)^i b_1] \cdot (|x_1 + B_i/B| - |x_1 - B_i/B|) \}$$

方程式(4)作为驱动系统。响应系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_4 = \alpha_2 [(x_5 - x_4) - f_D(x_4)] \\ \dot{x}_5 = x_4 - x_5 + x_6 \\ \dot{x}_6 = -\beta_2 x_5 \end{cases} \quad (5)$$

式中,

$$f_D(x_4) = a_2 x_4 + 0.5 \sum_{i=1}^{N-1} \{ [(-1)^{i-1} a_2 + (-1)^i b_2] \cdot (|x_4 + B_i/B| - |x_4 - B_i/B|) \}$$

为构造合适的控制器 $u_j = u(x, t)$ ($j=1, 2, 3$), 将响应系统右边加控制 u_1, u_2 和 u_3 , 则方程式(5)变为

$$\begin{cases} \dot{x}_4 = \alpha_2 [(x_5 - x_4) - f(x_4)] + u_1 \\ \dot{x}_5 = x_4 - x_5 + x_6 + u_2 \\ \dot{x}_6 = -\beta_2 x_5 + u_3 \end{cases} \quad (6)$$

由于两系统参数 α_1 和 α_2 都是 C_2 和 C_1 之比, 故 $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = C_2/C_1$ 。并令系统误差为 $e_1 = x_1 -$

x_4 , $e_2 = x_2 - x_5$, $e_3 = x_3 - x_6$, 得系统式(4)和系统式(6)的误差方程:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \alpha(e_2 - e_1) - \alpha[f(x_1) - f(x_4)] - u_1 \\ \dot{e}_2 = e_1 - e_2 + e_3 - u_2 \\ \dot{e}_3 = -\beta_1 x_2 + \beta_2 x_5 - u_3 \end{cases} \quad (7)$$

因此将两混沌系统的同步问题转换成误差系统式(7)在原点 $e_1 = 0, e_2 = 0, e_3 = 0$ 处的稳定性问题。只要选择合适的控制器 $u = [u_1(x, t), u_2(x, t), u_3(x, t)]^T$, 使误差系统式(7)稳定, 则响应系统式(5)和驱动系统式(4)达到同步。

本文选择控制函数:

$$\begin{cases} u_1 = \alpha[e_2 - f(x_1) + f(x_4)] \\ u_2 = e_1 + e_3 \\ u_3 = e_3 - \beta_1 x_2 + \beta_2 x_5 \end{cases} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7), 得:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -\alpha e_1 \\ \dot{e}_2 = -e_2 \\ \dot{e}_3 = -e_3 \end{cases} \quad (9)$$

选取 Lyapunov 函数为

$$E = 0.5(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2) \quad (10)$$

则:

$$\dot{E} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 = -\alpha e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 \quad (11)$$

因为 $\alpha = C_2/C_1 > 0$, 所以 $E > 0, \dot{E} < 0$ 。由 Lyapunov 稳定性理论可知, 当 $E > 0, \dot{E} < 0$ 时, 误差系统式(7)在控制器式(8)作用下形成的闭环系统在原点渐近稳定。从而证明控制器式(8)能控制响应系统和驱动系统达到同步。

3 控制器控制同步的数值仿真

以5涡混沌为例, Chua 电路在 R_N 是9折时, 最多可以产生5涡吸引子。电路中任何参数的变化都将影响混沌的状态, 如线性电阻 R 值的不同, 可使系统处于5涡吸引子、3涡吸引子、单涡吸引子、甚至非混沌态。不同参数下的混沌吸引子, 如图2所示。

图(a)是系统式(3)在初值 $x_1(0) = 0.02, x_2(0) = 0.01, x_3(0) = 0.01$, 参数 $a = -0.6846, b = -1.3203, \alpha = 10, \beta = 14.760628$ 时的5涡吸引子; 图(b)是改变电阻 R 使 $a = -0.672, b = -1.296, \alpha = 10, \beta = 14.222$ 时的3涡吸引子; 图(c)是继续改变电阻 R 使 $a = -0.64134, b = -1.23687, \alpha = 10, \beta = 12.95405$ 时的一涡吸引子。将 R_N 改成三折时, 系统可产生双涡和单涡吸引子; 图(d)是在初值 $x_1(0) = 2.01, x_2(0) = 0.1, x_3(0) = 0.1$, 参数 $a = -1.3527, b = -0.7014, \alpha = 10, \beta = 15.489389$ 时, 产生的两涡吸引子。

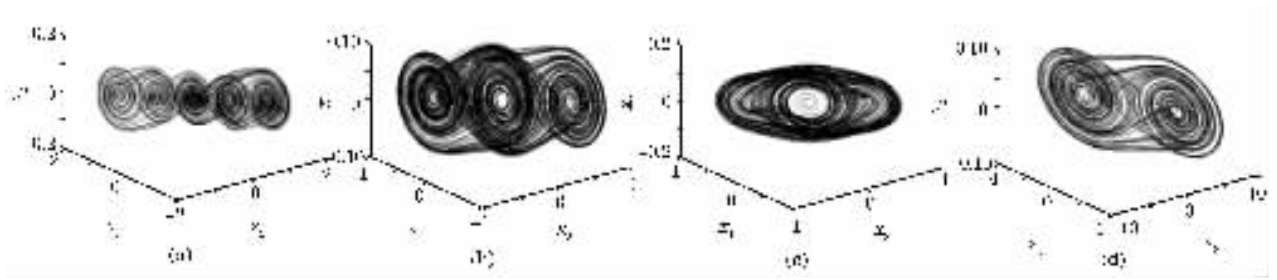


图 2 混沌吸引子

Fig.2 Chaotic attractor

当驱动系统和响应系统均为 9 段线性折线(折线相同), 驱动系统为 5 涡混沌吸引子, 响应系统为 3 涡混沌吸引子(初始和参数条件同上)时, 在控制器式(8)的控制下, 两系统很快达到完全同步。由于篇幅有限, 同步相图和系统误差图略。

1) 不同折线不同涡卷吸引子系统的同步 如前所述, 驱动系统仍产生 5 涡混沌吸引子。响应系统的非线性电阻为 3 折, 产生双涡吸引子(条件同上)。

在控制器式(8)的控制下, 响应系统由双涡变成 5 涡吸引子, 两系统达到完全同步, 同步吸引子, 如图 3 所示。

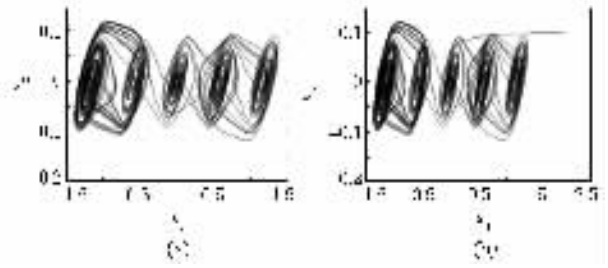


图 3 同步吸引子

Fig.3 Synchronization attractor

图(a)是驱动系统的吸引子, 图(b)是响应系统与驱动系统同步后的吸引子。

同步相图及系统误差, 分别如图 4, 图 5 所示。

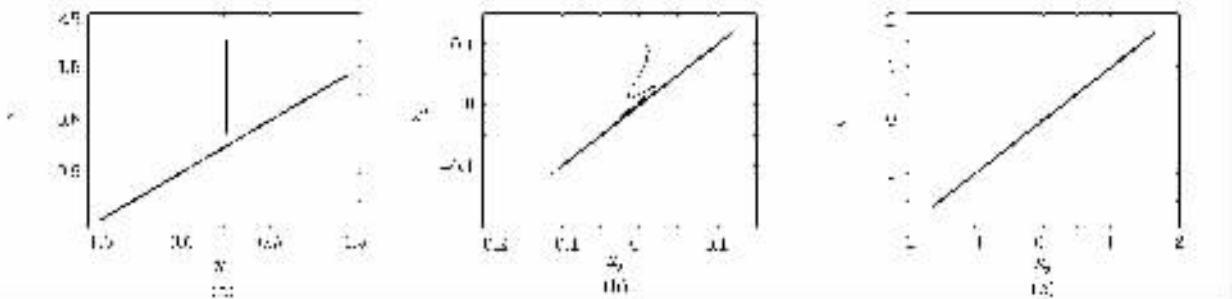


图 4 同步相图

Fig.4 Synchronization phase portraits

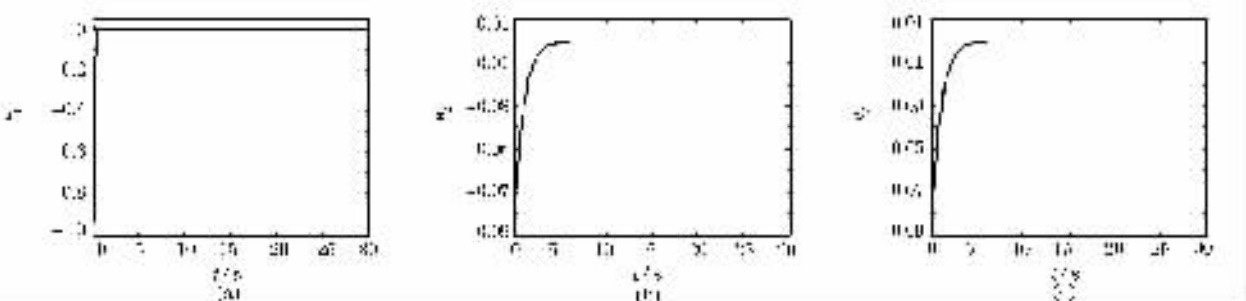


图 5 系统误差

Fig.5 Synchronization errors vs time

从图 5 可以看出, 约在 5 s 时, 误差为零, 系统达到了完全同步。

反过来, 即驱动系统为双涡吸引子, 响应系统为 5 涡吸引子。在控制器的控制下同样两系统能达到同步(图略)。

由以上仿真可以看出, 控制器能控制结构不同的 Chua 系统同步。

2) 控制非混沌的同步 在控制器式(8)的控制下, 响应系统由非混沌态变成与驱动系统同步的五涡混沌吸引子, 如图 6 所示。

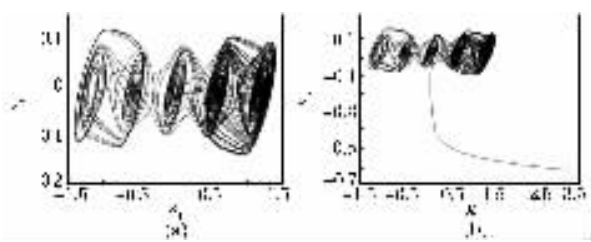


图 6 同步吸引子

Fig.6 Synchronization attractor

响应系统在初值是 $x_4(0) = 3.03, x_5(0) = -0.61, x_6(0) = 6.02$, 参数为 $a_2 = -0.672, b_2 = -1.296, \alpha = 10, \beta = 14.222$ 时, 为非混沌态。驱动系统仍为 5 涡混沌吸引子(条件同上)。

图(a)是驱动系统的吸引子, 图(b)是响应系统与驱动系统同步后的吸引子。

其同步相图和系统误差, 分别如图 7, 图 8 所示。

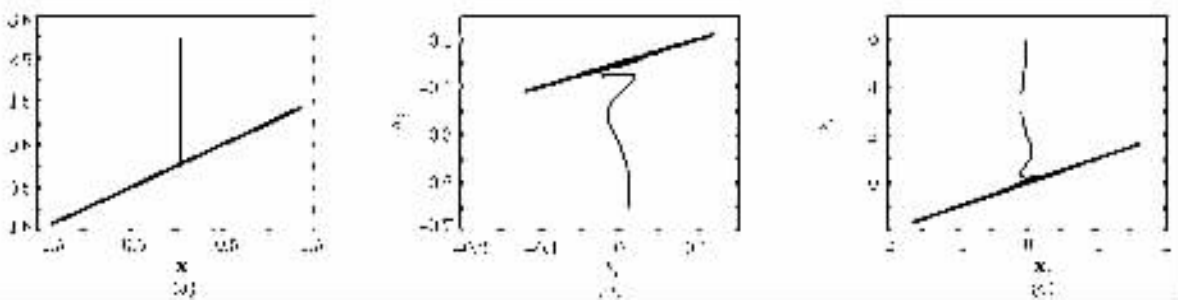


图 7 同步相图

Fig.7 Synchronization phase portraits

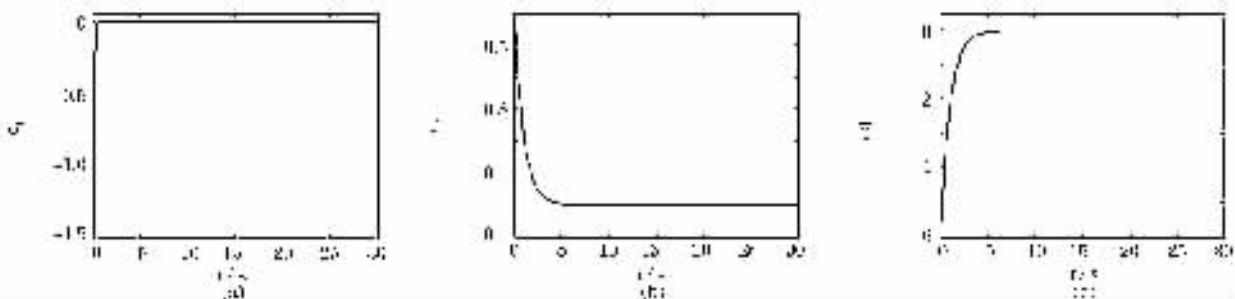


图 8 系统误差

Fig.8 Synchronization errors vs time

由此可见, 控制器能控制非混沌态的 Chua 电路与混沌系统同步。

4 结 语

由于混沌自身特性, 使其具有潜在的应用前景。因此, 混沌的同步问题一直成为科学家们研究的热点。本文研究的控制器能实现 Chua 电路的同步控制, 而不受初始条件的限制。只要驱动系统是混沌状态, 无论响应系统内部非线性电阻的结构是否与驱动系统的相同, 是混沌态还是非混沌态, 多涡驱动少涡, 少涡驱动多涡都能实现同步。因此, 进一步拓宽了 Chua 系统的应用。同时, 该方法可应用到其他混沌系统的同步中。

参考文献 (References):

[1] Matsumoto T, Chua L O, Komuro M. The double scroll[J]. IEEE Trans Circuits Sys(Part-I), 1985, 32(8): 798-817.
 [2] Suykens J A K, Vandewalle J. Generation of n double scrolls ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$) [J]. IEEE Trans Circuits Sys(Part-I), 1993, 40(11): 861-867.
 [3] Suykens J A K, Huang A, Chua L O. A family of n -Scroll attractors from a generalized Chua's circuit[J]. Archiv fur Elektronik und Uber-

tragungstechnik, 1997, 51(3): 131-138.
 [4] Yalcin M E, Suykens J A K, Vandewalle J. Experimental confirmation of 3- and 5-scroll attractors from a generalized Chua's circuit[J]. IEEE Trans Circuits Sys(Part-I) 2000, 47(3): 425-429.
 [5] 禹思敏, 丘水生, 林清华. 多涡卷混沌吸引子研究的新结果[J]. 中国科学(E 辑), 2003, 33(4): 365-374. (Yu Simin, Qiu Shuisheng, Lin Qinghua. The new results of multi-scroll chaotic attractor[J]. Science in China(Series E), 2003, 33(4): 365-374.)
 [6] Lv J, Chen G. Generating multiscroll chaotic attractors: theories, methods and applications[J]. Int J Bifurc Chaos 2006, 16(4): 775-858.
 [7] Chua L O, Koearev L, Eckert K, et al. Experimental Chaos synchronization in Chua's circuit[J]. Int J of Bifurcation and Chaos, 1992, 2(3): 705-708.
 [8] Chua L O, Itoh M, Koearev L, et al. Chaos synchronization in Chua's circuit[J]. J of Circuits and Computers, 1993, 3(1): 93-108.
 [9] 蒋国平, 王锁萍. 一类混沌系统的单向耦合同步方法及其条件[J]. 控制与决策, 2001, 16(6): 898-901. (Jiang Guoping, Wang suoping. Synchronization for a class of chaotic systems through unidirectionally coupling and its condition[J]. Control and Decision 2001, 16(6): 898-901.)
 [10] 王光义, 丘水生, 李志忠. 多涡卷混沌电路及其同步的仿真与实验研究[J]. 电路与系统学报, 2004, 9(3): 50-52. (Wang Guangyi, Qiu Shuisheng, Li Zhizhong. Simulation and experimental investigation on multi-scroll hyper-chaotic circuits and its synchronization[J]. Journal of Circuits and Systems 2004, 9(3): 50-52.)
 [11] 钟国群, 蔡氏电路混沌同步保密[J]. 电路与系统学报, 1996, 1(1): 19-29. (Zhong Guoqun. Secure communication via synchronized Chua's circuit[J]. Journal of Circuits and Systems, 1996, 1(1): 19-29.)
 [12] Jiang G P, Tang K S. A global synchronization criterion for coupled chaotic systems via unidirectional linear error feedback approach[J]. Int J Bifurcation and Chaos 2002, 12(10): 2239-2253.