

文章编号: 1002-0446(2005)03-0226-05

# 基于 UKF 的移动机器人主动建模及模型自适应控制方法\*

宋 崎<sup>1, 2</sup>, 韩建达<sup>1</sup>

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所, 辽宁 沈阳 110016; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘 要: 利用基于无色卡尔曼滤波 (Unscented Kalman Filter, UKF) 的状态和参数联合估计方法对移动机器人进行在线主动建模, 基于该主动模型的逆动力学控制方法, 实现了移动机器人对其自身不确定因素的自主性. 在针对全方位移动机器人的仿真实验中, 验证了 UKF 对时变的状态和参数的收敛性和跟踪能力, 并给出了不确定界. 基于主动建模的逆动力学控制方法与常值 PID 控制方法的比较结果, 验证了该方法的有效性.

关键词: UKF; 主动建模; 在线; 联合估计; 逆动力学控制

中图分类号: TP24 文献标识码: B

## UKF-based Active Modeling and Model-reference Adaptive Control for Mobile Robots

SONG Qi<sup>1, 2</sup>, HAN Jian-da<sup>1</sup>

(1. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;  
2. Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** The Unscented Kalman Filter (UKF) is employed to build an online model for mobile robots by means of joint estimation of states and parameters. Based on this active model, the inverse dynamic control (IDC) is further proposed to make the robot autonomously adaptive to its internal uncertainties. Extensive simulations are conducted with respect to the dynamics of an omnidirectional mobile robot. The convergence and tracking ability as well as the uncertainty bound of UKF to estimate time-varying states and parameters are presented. Results of the IDC enhanced by active estimation are also compared with those of a classic PD control with constant gains to demonstrate the effectiveness of the control scheme.

**Keywords:** UKF; active modeling; online; joint estimation; inverse dynamic control

### 1 引言 (Introduction)

近十年来,作为未来无人自主系统关键技术之一的自主控制技术,受到了广泛的关注,其在自治卫星群、深空探测、交通管理、未来战场上的无人系统等领域有着广泛的应用前景<sup>[1]</sup>.

自主控制的基础是针对非预知事件的实时定量描述,即:在线建模技术.在线建模技术能够为控制系统提供 3 方面的信息<sup>[2,3]</sup>:

- 1) 估计状态:测量状态的滤波及非测量状态的估计预测,是(全)状态反馈控制的基础;
- 2) 预测模型:在线建立时变系统的动力学预测模型,是基于(时变)模型控制及故障检测的基础;
- 3) 不确定因素:估计状态及预测模型中所包含的不确定因素,是鲁棒控制的基础.

神经网络以及以其为基础的自学习方法在 90 年代成为在线建模方向的研究重点<sup>[4]</sup>;但是,在训练数据选取、在线收敛性、鲁棒性、可靠性、实时性等方面存在的问题制约着其在实际系统中的应用.近年来,基于统计学的估计方法所取得的成果,使其成为在线建模及基于模型的控制领域的一个重要方向.

扩展卡尔曼滤波 (EKF) 是进行非线性系统统计估计最常用的方法<sup>[5]</sup>,其缺点是要求非线性方程必须一阶可微,且在强非线性情况下,会导致有偏估计.针对上述问题,Julier 等提出了无色卡尔曼滤波方法 (UKF)<sup>[5]</sup>,该方法具有与 EKF 相同的计算复杂度  $O(L^3)$ ,有较好的实时性,且其直接利用系统的非线性方程无须线性化,计算精度可达到二阶泰勒

级数展开 (EKF 精度为一阶)。

本文提出将 UKF 用于移动机器人系统的在线状态、参数联合估计问题,并结合在线逆动力学控制,实现移动机器人针对其自身不确定因素的自主性。针对全方位移动机器人<sup>[6]</sup>的仿真结果验证了该方法的有效性。

## 2 基于 UKF 的状态、参数联合估计 (UKF-based state and parameter joint estimation)

### 2.1 无色变换

系统的状态是具有一定概率分布的随机过程向量。卡尔曼滤波的思想是用高斯分布来近似描述状态向量的概率分布。但对于非线性系统,一般我们很难得到状态分布的均值与方差,这时卡尔曼滤波过程中的均值与方差,只能通过次优的方法得到。

UKF 与 EKF 都是基于次优估计方法的卡尔曼滤波过程,其不同之处在于, EKF 是通过局部线性化得到次优值,而 UKF 是通过无色变换 (unscented transform),即“带权重的统计线性回归”方法,对非线性函数进行线性化。

无色变换的过程是<sup>[5]</sup>:由被估计量的均值和方差产生一批离散的采样点,这批采样点经过状态方程和测量方程的传播后,通过加权求和产生预测值的均值和方差。若已知某一非线性函数:  $y = f(x)$ , 式中  $x$  为一随机向量,维数为  $l$ 。它的均值和协方差分别为  $\bar{x}$  和  $P_x$ ,求  $y$  的均值  $\bar{y}$  和方差  $P_y$ ,其无色变换的步骤如下 (参见图 1):

图 1 无色变换

Fig. 1 Unscented transform

#### 步骤 1: Sigma 点生成

根据随机向量  $x$  的均值和方差  $\bar{x}$ 、 $P_x$ ,构造一组关于  $\bar{x}$  对称且位于其附近的离散采样点,称为 Sigma 点,记为  $x_i, i=1, \dots, 2l$ , 分别对应各个采样点。用这一组 Sigma 点近似表示随机向量的分布,具体如

下:

$$x_0 = \bar{x} \tag{1}$$

$$x_i = -\bar{x} + (\sqrt{(l+\lambda)P_x})_i, \quad i=1, \dots, l \tag{2}$$

$$x_i = \bar{x} + (\sqrt{(l+\lambda)P_x})_{i-l}, \quad i=l+1, \dots, 2l \tag{3}$$

式中  $(\cdot)_i$  代表矩阵  $(\cdot)$  的第  $i$  列;  $\lambda$  为控制 Sigma 点分布的常数。

#### 步骤 2: 非线性函数计算

用计算值  $y_i$  近似非线性函数  $y$  的分布,其式为:

$$y_i = f(x_i) \quad i=1, \dots, 2l \tag{4}$$

#### 步骤 3: 计算 $y$ 的均值和方差

$$\begin{cases} \bar{y} = \sum_{i=0}^{2l} w_i^m y_i \\ P_y = \sum_{i=0}^{2l} w_i^c (y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})^T \end{cases} \tag{5}$$

式中  $w_i^m, w_i^c$  为权系数,且:

$$w_0^m = \frac{\lambda}{l+\lambda} \tag{6}$$

$$w_0^c = \frac{\lambda}{l+\lambda} + (l - \alpha^2 + \beta) \tag{7}$$

$$w_i^m = w_i^c = \frac{1}{2(l+\lambda)} \quad i=1, \dots, 2l \tag{8}$$

式中,  $\alpha$  控制 Sigma 点分布的范围;  $\beta$  是非负常数,作用是使变换后的方差含有部分的高阶信息,对于高斯分布  $\beta=2$ 。

### 2.2 非线性系统的 UKF

无色变换是 UKF 的基础,在卡尔曼滤波过程中,加入对系统方程和测量方程的无色变换,即可得到如下的 UKF 过程。

系统的状态及观测模型可用下式描述:

$$\dot{x}_k = f(x_{k-1}, u_k) + w_k \tag{9}$$

$$y_k = h(x_k) + v_k \tag{10}$$

式中,  $x_k \in \mathfrak{R}^n$  为状态向量,  $y_k \in \mathfrak{R}^m$  为测量向量,  $u_k \in \mathfrak{R}^l$  为输入向量,  $w_k \in \mathfrak{R}^n$  为系统噪声,  $v_k \in \mathfrak{R}^m$  为测量噪声,  $w_k, v_k$  为不相关的零均值白噪声。

UKF 过程如下:

#### 1) 初始化:

$$\begin{cases} \bar{x}_0 = E[x_0] \\ P_0 = E[(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^T] \end{cases} \tag{11}$$

#### 2) 计算 Sigma 点

$$\begin{aligned} x_{k-1} = & [\bar{x}_{k-1}, \bar{x}_{k-1} + \sqrt{(l+\lambda)P_{k-1}}, \bar{x}_{k-1} \\ & - \sqrt{(l+\lambda)P_{k-1}}] \end{aligned} \tag{12}$$

#### 3) 时间更新:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{k|k-1} &= f(x_{k-1}) \\
 \dot{x}_{k|k-1} &= \sum_{i=0}^{2l} w_i^m \dot{x}_{i|k-1} \\
 P_{k|k-1} &= \sum_{i=0}^{2l} w_i^c (\dot{x}_{i|k-1} - \dot{x}_{k|k-1}) (\dot{x}_{i|k-1} - \dot{x}_{k|k-1})^T + Q^w \\
 x_{k|k-1} &= [\dot{x}_{k|k-1}, \ddot{x}_{k|k-1} + \sqrt{(l+\lambda)P_{k|k-1}}, \\
 &\quad \ddot{x}_{k|k-1} - \sqrt{(l+\lambda)P_{k|k-1}}] \\
 y_{k|k-1} &= h(x_{k|k-1}) \\
 \dot{y}_{k|k-1} &= \sum_{i=0}^{2l} w_i^m y_{i|k-1}
 \end{aligned} \tag{13}$$

4) 测量更新:

$$\begin{aligned}
 P_{y_k y_k} &= \sum_{i=0}^{2l} w_i^c (y_{i|k-1} - \dot{y}_{k|k-1}) (y_{i|k-1} - \dot{y}_{k|k-1})^T + Q^v \\
 P_{x_k y_k} &= \sum_{i=0}^{2l} w_i^c (x_{i|k-1} - \dot{x}_{k|k-1}) (y_{i|k-1} - \dot{y}_{k|k-1})^T \\
 K_k &= P_{x_k y_k} P_{y_k y_k}^{-1} \\
 P_k &= P_{k|k-1} + K_k P_{y_k y_k} K_k^T \\
 \dot{x}_k &= \dot{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - \dot{y}_{k|k-1})
 \end{aligned} \tag{14}$$

式中,  $Q^w$  为系统噪声的方差,  $Q^v$  为测量噪声的方差.  $w_i$  由式 (6) ~ (8) 计算得到.

### 2.3 UKF用于机器人状态、参数的联合估计

所谓联合估计是指利用同一种估计方法,同时对系统的状态和参数进行估计. 联合估计用于解决自主系统中参数不确定情况下的状态反馈控制问题,以及在含噪声和不可直接测量状态数据的系统参数估计建模问题. 联合估计由于参数和状态估计的相互促进,提高了估计的准确度.

使用 UKF 解决联合估计问题,是将状态和参数组成增广的状态变量,进而构造增广的动力学模型. 假设包含未知时变参数的系统动力学模型为:

$$\dot{x}_k = f(x_{k-1}, \theta_k, u_k) + w_k \tag{15}$$

$$y_k = h(x_k, \theta_k) + v_k \tag{16}$$

其中  $\theta_k$  是未知时变参数在  $k$  时刻的值.

在已知参数变化规律时,设:

$$\theta_k = f_\theta(x_{k-1}, \theta_k, u_k) + w_{\theta k} \tag{17}$$

在不知道参数变化规律情况下,将参数视为不相关的随机漂移向量,其递归表达式变为:

$$\theta_k = \theta_{k-1} + w_{\theta k} \tag{18}$$

式中  $\theta_k \in \mathfrak{R}^p$  为参数向量,  $w_{\theta k} \in \mathfrak{R}^p$  为参数模型的系统噪声.

在联合估计中,将状态向量与参数向量合并组

成为增广的状态向量,即,  $x_k^d = [x_k, \theta_k]$ ,  $x^d \in \mathfrak{R}^l$ ,  $l = n + r$ . 系统状态空间表达式为:

$$\dot{x}_k^d = f(x_{k-1}^d, u_k) + w_k^d \tag{19}$$

$$y_k = h(x_k^d) + v_k \tag{20}$$

依照式 (11) ~ (14),即可联合估计出  $x_k, \theta_k$ .

### 3 基于主动模型的机器人逆动力学控制 (Active model based IDC for robot)

机器人的动力学模型可以表示为:

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = u \tag{21}$$

其中  $q$  为机器人的位姿,  $M(q)$  为惯性矩阵,  $h(q, \dot{q})$  为力向量,  $u$  为电机转矩.

机器人逆动力学控制包括内环、外环两部分. 内环用于克服非线性交叉耦合; 外环用于实现高精度跟踪.

构造机器人的内环控制策略为:

$$u = \hat{M}(q)v + \hat{h}(q, \dot{q}) \tag{22}$$

其中,  $\hat{M}, \hat{h}$  分别为对  $M, h$  的估计. 外环控制通常采用 PD 控制, 其式为:

$$v = \ddot{q}^d - K_D(\dot{q}^d - \dot{q}) - K_P(q^d - q) \tag{23}$$

式中,  $q^d$  为规划位姿. 将式 (22)、(23) 代入式 (21), 并设跟踪误差  $e = q^d - q$ , 可得:

$$\ddot{e} + K_D\dot{e} + K_P e = \eta v + \zeta \tag{24}$$

其中,  $\eta = M^{-1}\hat{M} - I$ ,  $\zeta = M^{-1}(\hat{h}(q, \dot{q}) - h(q, \dot{q}))$ .

可以证明,当  $\eta, \zeta$  有界时,通过恰当地选取  $K_P, K_D$  可保证系统稳定<sup>[7]</sup>. 但在实际控制中,还要求机器人具有较高的跟踪性能,即期望  $e \rightarrow 0$ . 主动建模的目的,就是根据移动机器人  $M, h$  时变的特点,通过在线估计模型参数,使得:

$$M^{-1}\hat{M} \rightarrow I, \hat{h}(q, \dot{q}) \rightarrow h(q, \dot{q}) \tag{25}$$

从而得:

$$\ddot{e} + K_D\dot{e} + K_P e \rightarrow 0 \tag{26}$$

这种方法利用定常增益的 PD 控制,实现对非线性、时变系统的高精度解耦控制.

### 4 仿真研究 (Simulation)

本文针对正交轮式全方位移动机器人动力学模型进行了联合估计及逆动力学控制的仿真研究.

#### 4.1 仿真模型介绍

全方位移动机器人动力学模型为<sup>[6]</sup>:

$$\begin{aligned}
 & (2M\dot{r}^2 + 3nI_w) \ddot{x}_w + 3n^2 I_w \dot{y}_w \Phi_w + 3n^2 c \dot{x}_w \\
 & = nr(\beta_1 u_1 + 2u_2 \cos\Phi_w + \beta_2 u_3) \\
 & (2M\dot{r}^2 + 3nI_w) \ddot{y}_w - 3n^2 I_w \dot{x}_w \Phi_w - 3n^2 c \dot{y}_w \\
 & = nr(\beta_3 u_1 + 2u_2 \sin\Phi_w + \beta_4 u_3) \\
 & (3nI_w L^2 + I_w \dot{r}^2) \ddot{\Phi}_w + 3n^2 c L^2 \dot{\Phi}_w \\
 & = n\dot{L}(-u_1 - u_2 - u_3)
 \end{aligned} \tag{27}$$

式中,  $\beta_1 = -\sqrt{3} \sin\Phi_w - \cos\Phi_w$ ,  $\beta_2 = \sqrt{3} \sin\Phi_w - \cos\Phi_w$ ,  $\beta_3 = \sqrt{3} \cos\Phi_w - \sin\Phi_w$ ,  $\beta_4 = -\sqrt{3} \cos\Phi_w - \sin\Phi_w$ .  $x_w, y_w, \Phi_w$  分别为  $x, y$  方向的位移和转角;  $u_1, u_2, u_3$  为关节电机输入转矩;  $M$  为机器人的质量;  $I_w$  为机器人绕质心的转动惯量;  $c$  为电机和传动机构的粘滞摩擦系数;  $I_w$  为每个正交轮折算到电机转轴上的转动惯量与电机轴的转动惯量之和;  $r$  为轮半径;  $L$  表示车体中心到轮系的距离;  $n$  为传动机构的减速比.

取系统状态为  $\bar{x} = [x_w, y_w, \Phi_w, \dot{x}_w, \dot{y}_w, \dot{\Phi}_w]^T$ , 测量值为  $y = [\dot{x}_w, \dot{y}_w, \Phi_w]^T$ .

仿真参数设定如下: 采样周期为  $T_s = 0.01$  s; UKF 参数为  $\alpha = 0.1, \beta = 2, \kappa = 1$ ; 系统的初始状态为  $\bar{x}_0 = \bar{0}$ , 参数初始值为  $c_0 = 0.0009 \text{ kgm}^2 / \text{s}$ ,  $I_{w0} = 0.0036 \text{ kgm}^2$ ,  $M_0 = 120 \text{ kg}$ ,  $I_{0} = 45 \text{ kgm}^2$ ,  $r_0 = 0.06 \text{ m}$ ,

$L_0 = 0.273 \text{ m}$ ,  $n_0 = 15$ ; 状态的初始方差  $P_{x0} = \text{diag}\{1, 1, 1, 1, 1, 1\} \times 10^{-2}$ ; 状态的系统噪声与测量噪声皆为 0 均值的高斯白噪声, 均方差分别为  $Q^w = \text{diag}\{1, 1, 1, 1, 1, 1\} \times 10^{-6}$  和  $Q^v = \text{diag}\{1, 1, 1\} \times 10^{-4}$ .

### 4.2 UKF 用于状态估计

该仿真实验用于检验 UKF 对机器人状态的估计情况. 本文以  $x$  方向速度状态为例, 有以下两种情况:

(1)  $x$  向速度在  $t = 10$  s 时发生阶跃变化

$$\begin{cases} \dot{x}_w = v_0 & t < 10 \text{ s} \\ \dot{x}_w = v_0 + v_s & t \geq 10 \text{ s} \end{cases} \tag{28}$$

(2)  $x$  向速度正弦连续变化

$$\dot{x}_w = v_0 + A_v \sin(\omega_v t) \tag{29}$$

其中,  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  为速度的初始值;  $v_s = 0.3 \text{ m/s}$  为速度状态的常值阶跃;  $A_v = 0.1 \text{ m/s}$ ,  $\omega_v = 2\pi/30 \text{ rad/s}$  分别为速度变化的幅值和角频率. 由图 2 仿真结果, 可见 UKF 对非线性系统的状态具有较好的滤波和预测效果, 可以快速跟踪状态的阶跃变化和连续变化.

UKF 对参数变化同样显示了较高的估计性能. 图中的参数变化情况如下:

(1)  $V_x$  阶跃变化 (2)  $V_x$  正弦变化  
 ——浅色实线为含噪声模型输出状态 (仿真测量状态) ——深色实线为 UKF 估计状态 .....虚线为不确定界

图 2 UKF 状态估计仿真结果

Fig. 2 Simulation results of UKF-based state estimation

### 4.3 UKF 用于参数估计

本小节研究了滤波器对模型参数的估计情况, 其仿真结果如图 3.

(1) 粘滞摩擦系数  $c$  阶跃变化 (2) 粘滞摩擦系数  $c$  正弦变化  
 ——浅色实线为参数实际变化值 ——深色实线为 UKF 估计状态 .....虚线为不确定界

图 3 UKF 参数估计仿真结果

Fig. 3 Simulation results of UKF-based parameter estimation

(1)粘滞摩擦系数  $c$ 在 30s时发生阶跃变化:

$$\begin{cases} c = c_0 & t < 30s \\ c = c_0 + c_s & t \geq 30s \end{cases} \quad (30)$$

(2)参数  $c$ 连续变化:

$$c = c_0 + A_c \sin(\omega_c t) \quad (31)$$

式中,  $c_s = 0.0031 \text{ kgm}^2 / \text{s}$ 为参数的常值阶跃;参数连续变化的幅值分别为  $A_c = 0.0004 \text{ kgm}^2 / \text{s}$ ,角频率为  $\omega_c = 2\pi / 30 \text{ rad/s}$ .

#### 4.4 UKF联合估计用于基于主动模型的逆动力学控制

下面的仿真实验,研究了模型参数变化时,系统控制中有/无 UKF反馈时的控制性能,以此表明了 UKF联合估计在基于主动模型的逆动力学控制中的作用.该仿真实验的结构图如图 4所示. UKF对被控系统对象进行在线的参数和状态联合估计,状态估计结果作为内外环控制的状态反馈值,参数估计结果作为逆动力学模型的参数反馈值,使系统的控制结构能够根据实际模型的变化,进行自适应的调整,在动态环境下实现自主控制.

假设系统规划器输出的状态规划任务为:

当  $0 \leq t < 3 \text{ s}$ 时,系统沿  $x$ 向做恒加速运行,当

$t \geq 3 \text{ s}$ 时,系统做恒速运行,即:

$$\begin{cases} \ddot{x}_w = a_s, & 0 \leq t < 3s \\ \dot{x}_w = v_s, & t \geq 3s \end{cases} \quad (32)$$

式(32)基于主动模型的逆动力学控制仿真实验结构图

Fig. 4 Simulation structure of active model based IDC

当系统参数发生式(30)的阶跃变化时,图 5(a)显示了在没有 UKF反馈情况下的系统性能,由于控制策略未能感知到受控模型参数的变化,使系统输出偏离了目标规划值,而当接入 UKF反馈时,如图 5(b)所示,系统有效地克服了参数变化对输出性能的影响,较好地完成规划任务.图 6比较了系统参数发生式(31)正弦变化时,有/无 UKF的系统输出性能.

(a) 无 UKF反馈 (b) 有 UKF反馈  
——浅色实线为轨迹规划值 ——深色实线为模型输出状态(仿真测量状态)

图 5 参数阶跃变化时 IDC的控制性能

Fig. 5 IDC performance under the parameter step change

(a) 无 UKF反馈 (b) 有 UKF反馈  
——浅色实线为轨迹规划值 ——深色实线为模型输出状态(仿真测量状态)

图 6 参数正弦变化时 IDC的控制性能

Fig. 6 IDC performance under the parameter sine change

(下转第 235页)