

文章编号: 1002-0446(2005)02-0183-04

节点坐标不确定的六自由度 Stewart 平台位置控制*

保宏, 段宝岩, 陈光达

(西安电子科技大学电子机械学院, 陕西 西安 710071)

摘要: 针对 Stewart 平台铰节点坐标明显影响其动力规划的特点, 基于节点坐标未知部分变化范围不大的具体情况, 利用比例积分观测器 (PIO) 对动平台输出量进行有效的修正, 并在此基础上得到了针对 Stewart 平台的多输入多输出高增益反馈控制器。数值结果说明了方法的有效性。

关键词: Stewart 平台; 高增益反馈控制器; 比例积分观测器

中图分类号: TP273 **文献标识码:** B

Position Control of 6-DOF Stewart Platform under the Condition of Uncertain Node Coordinates

BAO Hong, DUAN Bao-yan, CHEN Guang-da

(School of Mechanical and Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Considering the influence of node coordinates of Stewart platform on its dynamic tracing programming, and the limited variation of the joint coordinate, a new high gain feedback control methodology by employing proportional integral observer (PIO) is developed to improve the output of Stewart platform. Numerical result shows that the method is feasible and valid.

Keywords: Stewart platform; high gain feedback controller; PIO

1 引言 (Introduction)

Stewart 平台自 1965 年问世以来^[1], 以其特有的结构紧凑、运动精度高、刚性好、运动平稳、载荷自重比高的优点, 被许多科研工作者所注意, 成为一个颇为活跃的领域。在机械加工、主动减振装置、飞行模拟器、太空扑捉器等工作空间要求较小的领域内得到了广泛的应用^[2]。

由于 Stewart 平台位置正解不唯一, 目前对其轨迹规划均采用逆动力学方法^[3-5]。文 [3] 基于 Newton-Euler 定理, 给出了 Stewart 平台逆运动支腿力的规划, 它具有方法简便、计算量小的特点。文 [5] 则针对具有柔性铰节点的 Stewart 平台, 提出了抑制平台振动的算法, 获得很高的定位精度。但是, 上述算法毫无例外, 均需要明确知道铰节点准确的坐标值, 而并联机器人铰节点的标定, 在实际工程中是非常困难的^[6,7]。文 [6] 利用光栅球杆仪测量并通过矩阵重

构法来标定铰节点坐标, 但其公式复杂, 计算量大。文 [7] 在支腿长度不变情况下, 通过激光跟踪仪, 对不同位姿下平台进行测量, 并用牛顿迭代法求出节点的坐标。由于标定结果受到很多如温度、湿度、测量噪声和误差变量^[6]等因素的影响, 使得并联机器人的标定问题至今尚未彻底解决。

本文从另一个角度出发, 基于未知量变化范围小的特点, 利用 PIO 对 Stewart 平台的输出变量进行滤波, 并根据其结构时变的特点, 提出针对 Stewart 平台的多输入多输出高增益反馈控制器, 数值计算结果说明算法的有效性与合理性。

2 问题的提出 (Statement of problem)

一般而言, 对图 1 所示的 Stewart 平台的位置规划, 多采用逆运动学方法, 假设 Stewart 平台的末点沿着理论轨迹进行空间扫描, 由此算出各个支腿执行的长度或驱动力。

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (59675065); 国家自然科学基金重点资助项目 (10433020)。

收稿日期: 2004 - 06 - 14

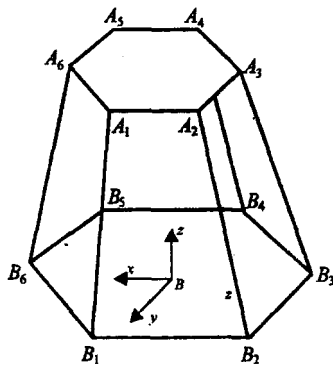


图 1 Stewart平台结构图

Fig. 1 Structure of Stewart platform

下面给出基于 Newton-Euler逆运动学,由轨迹规划反求出支腿作用力的公式.设动平台的位置与姿态坐标可表示为 $X = [x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z]^T$, 这里 x, y, z 是动平台原点在固定坐标系下的位置分量. A_i 和 B_i 分别为各自坐标系下的节点坐标.根据动平台的 Newton-Euler方程,可得到支腿的驱动力为^[3]:

$$\tau = J^{-1} G \tag{1}$$

其中:

$$G = \begin{bmatrix} M(g - a) + \sum_{i=1}^6 \frac{l_i C_i}{L_i} \\ M r_p (g - a) - I_p \varepsilon - \omega (I_p \omega) + \sum_{i=1}^6 q_i \frac{l_i C_i}{L_i} \end{bmatrix}$$

$$C_i = m_{di} r_{di} a_{di} + m_{ui} r_{ui} a_{ui} - (m_d r_{di} + m_u r_{ui}) g + (I_{di} + I_{ui}) \varepsilon_i + \omega_i (I_{di} + I_{ui}) \omega_i$$

$$q_i = R A_i$$

式中, R 为动平台的姿态阵. J 为雅可比矩阵, 见文[3, 4]. l_i 为由 B_i 指向 A_i 的支腿矢量的单位向量, 长度为 L_i . ω, ε, a 分别为动平台的角速度、角加速度和加速度, 这里为已知量. I_p 为动平台的惯量. ω_i, ε_i 表示第 i 根支腿的角速度和角加速度, a_{di}, a_{ui} 分别表示上部支腿和下部支腿的质心加速度. 它们均可以用动平台的速度、角速度和角加速度表示. 详细公式及未注明的符号见文[3].

当下平台运动轨迹已知时, 利用式(1)就可求出各时刻支腿的作用力. 但是, 当 Stewart平台铰节点存在几何误差时, 必将引起式(1)中 J, G 产生一定的误差 ΔJ 和 ΔG , 将其带入式(1), 可得:

$$\tau = (J + \Delta J)^{-1} (G + \Delta G) \tag{2}$$

对比式(1)与式(2), 不难发现, 由于存在 ΔJ 和 ΔG , 那么通过式(1)所求的驱动力带入式(2)中所得到的平台位置必然与式(1)中规划的位置产生误差, 即平

台的位置误差. 本文研究工作重点是如何降低节点不确定性对平台位置的影响.

3 自适应控制器的设计 (Design of adaptive controller)

3.1 问题分析

式(2)可重新写为:

$$\tau = J^{-1} G_1 \ddot{X} + J^{-1} G_2 + \Delta \tag{3}$$

这里, $G_1 = \begin{bmatrix} M I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ M r_p^x & I_p \end{bmatrix}$

$$G_2 = \begin{bmatrix} M g + \sum_{i=1}^6 \frac{\hat{l}_i C_i}{L_i} \\ M r_p g - \omega (I_p \omega) + \sum_{i=1}^6 q_i \frac{\hat{l}_i C_i}{L_i} \end{bmatrix}$$

$$r_p^x = \begin{bmatrix} 0 & -x & -y \\ z & 0 & x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = J^{-1} G + \Delta J^{-1} \Delta G + \Delta J^{-1} \Delta G$$

Δ 为未知量, 从上一节的分析可知, Δ 是由于支腿长度不确定造成的. 而支腿长度不确定是由于节点 A_i, B_i 点坐标的几何误差造成的. 实际中 A_i, B_i 点的定位误差是非常小的. 假定 Stewart平台机构节点坐标^[8]存在的几何误差如下 (未注明单位为毫米):

$$\Delta B_1 = (1.23, 1.01, 0.1)^T, \Delta B_2 = (1.32, 1.11, 1.41)^T$$

$$\Delta B_3 = (1.02, 1.1, 1.07)^T, \Delta B_4 = (1.18, 1.7, 1.21)^T$$

$$\Delta B_5 = (1.08, 1.36, 1.37)^T, \Delta B_6 = (1.19, 1.31, 1.61)^T$$

$$\Delta A_1 = (0.11, 0.11, 0.13)^T, \Delta A_2 = (0.12, 0.12, 0.01)^T$$

$$\Delta A_3 = (0.16, 0.11, 0.11)^T, \Delta A_4 = (0.18, 0.12, 0.14)^T$$

$$\Delta A_5 = (0.08, 0.11, 0.15)^T, \Delta A_6 = (0.21, 0.12, 0.3)^T$$

当动平台规划轨迹为一个高度为 1400mm、半径为 300mm的水平圆时, 其长度误差变化范围见图 2. 图 2中左边的坐标轴表示绝对误差, 右边的坐标轴表示相对误差, 从中可以看到理论和实际腿长的绝对误差 (实线) 小于 2mm, 绝对误差变化范围在 0.6mm之内; 相对误差 (虚线) 小于 0.1%. 可以看出, 支腿长度不确定部分所占比例是非常小的. 进而, 我们推断 Δ 在系统中所占比例也较小并且满足 $\| (J^{-1} \cdot G)^{-1} \Delta \| < \mu < 1$, 假设 μ 为正实数. 实际应用中该条件是很容易满足的.

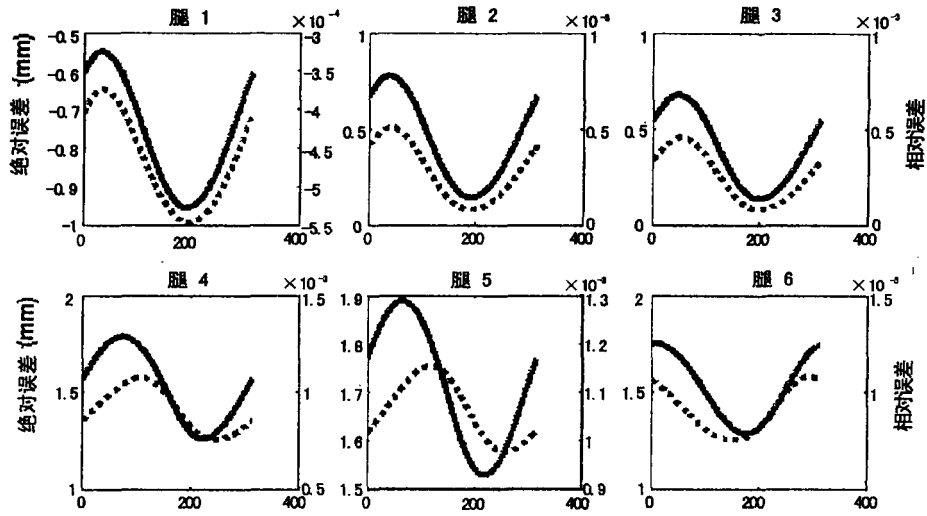


图 2 腿长误差变化范围示意图

Fig. 2 Length error ranges of the legs

3.2 PI 观测器

令 $Z_1 = X, Z_2 = \dot{X}$, 式 (3) 的状态方程可为:

$$\dot{Z} = \dot{A}Z + \dot{B} \left(-\frac{G_2(Z_1, Z_2)}{G_1} + \frac{J}{G_1} \tau \right) + \Delta \quad (4)$$

式中, $Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix}$, $\dot{A} = \begin{bmatrix} 0 & I_6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\dot{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_6 \end{bmatrix}$, I_6 为 6×6 的单位阵.

由式 (4) 可知, 系统产生的误差是由于理论和实际相差了未知量 Δ , 现在如果逆向思考, 也就是说, 正是由于存在未知扰动 Δ , 使 Stewart 平台产生定位误差, 因而现有的输出变量 X 中包含有 Δ 的影响, 为了抑制它们对系统的影响, 有必要对输出变量进行滤波. 比例积分观测器 (PIO)^[9] 就是一种有效的滤波方法, 于是得:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{Z}} &= \hat{A}\hat{Z} + \hat{B} \left(\frac{G_2(\hat{Z}_1, \hat{Z}_2)}{G_1} + \frac{J}{G_1} \tau \right) + K_p(\hat{Z}_1 - X) \\ &\quad + K_I(\hat{Z}_2 - \dot{X}) \end{aligned} \quad (5)$$

这里, K_p, K_I 为给定的增益向量, \hat{Z} 为 X 的估计值. 系统误差为: $E_1 = \hat{Z}_1 - X, E_2 = \hat{Z}_2 - \dot{X}$.

3.3 高增益反馈控制器

系统的动态误差方程为:

$$\dot{E}_1 = E_2 \quad (6)$$

$$\dot{E}_2 = -\frac{G_2(\hat{Z}_1, \hat{Z}_2)}{G_1} + \frac{J}{G_1} \tau - \ddot{X}_d \quad (7)$$

我们的目的是使系统的动态误差趋近零. 因此可得控制输入为,

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 \quad (8)$$

其中, $\tau_1 = \frac{1}{J} (G_1 \ddot{X}_d + u)$, $\tau_2 = J^{-1} G_2$, u 表示所设计高增益反馈的控制器^[10].

$$u = -K_1 \text{sat}(\Theta / \zeta) - K_2 \Theta - \frac{1}{\varepsilon^2} (\beta_1 \hat{Z}_1 + \beta_2 \hat{Z}_2) \quad (9)$$

$$\Theta = \hat{Z}_2 + \beta_3 \hat{Z}_1 \quad (10)$$

式中, $K_1, K_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ 是控制因子, 均为向量. ζ, ε 是正实数, 它们一旦选定, 在整个控制过程中是不变的.

稳定性证明:

式 (5) 可重新写为:

$$\dot{\hat{Z}} = \hat{A}_1 \hat{Z} + \begin{bmatrix} -K_p X - K_I \dot{X} \\ \frac{G_2(\hat{Z}_1, \hat{Z}_2)}{G_1} + \frac{J}{G_1} \tau - K_p X - K_I \dot{X} \end{bmatrix} \quad (11)$$

这里, $\hat{A}_1 = \begin{bmatrix} \hat{K}_p & I_6 + \hat{K}_I \\ \hat{K}_p & \hat{K}_I \end{bmatrix}$, \hat{K}, \hat{K}_I 表示 6×6 对角线矩阵, 其对角线元素分别由向量 K_p, K_I 中的元素构成.

选择 Lyapunov 函数为:

$$V(E, \hat{Z}, \Theta) = E^T P_1 E + \nu_1 \hat{Z}^T P_2 \hat{Z} + \frac{1}{2} \Theta^T \Theta \quad (12)$$

式中 ν_1 为正实数, P_1, P_2 由式 $P_1 \hat{A}_1 + \hat{A}_1^T P_1 = -I, P_2 \hat{A}_2 + \hat{A}_2^T P_2 = -I$ 确定. 对式 (12) 求导并将式 (6),

7,10,11)代入得到:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -|E|^2 - \gamma_1 |\hat{Z}|^2 + \left(\begin{array}{c} 0 \\ \frac{G_2(\hat{Z}_1, \hat{Z}_2)}{G_1} + \frac{J}{G_1} \end{array} \right)^T \\ & + \left(\begin{array}{c} 0 \\ \ddot{X}_d \end{array} \right)^T P_1 E + 2\gamma_1 \left(\begin{array}{c} 0 \\ \frac{G_2(\hat{Z}_1, \hat{Z}_2)}{G_1} + \frac{J}{G_1} \end{array} \right)^T \\ & - \left(\begin{array}{c} K_p X + K_I \dot{X} \\ K_p X + K_I \dot{X} \end{array} \right)^T P_2 \hat{Z} + \left(\begin{array}{c} \beta_1 \hat{Z}_2 + \beta_1^2 \hat{Z}_1 \\ \hat{Z}_2 + \beta_1 \hat{Z}_1 \end{array} \right)^T \hat{Z} \quad (13) \end{aligned}$$

由前面分析可知, X, \dot{X} 是测量值, 因此这里 $G_1, J, \ddot{X}_d, X, \dot{X}, K_p, K_I$ 均是已知量, 而 G_2, τ 数值的大小是由 \hat{Z} 决定的, 那么设存在正实数 $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$ 以及 ρ_5 使得:

$$\begin{aligned} \left| 2 \left(\begin{array}{c} 0 \\ -\frac{G_2(\hat{Z}_1, \hat{Z}_2)}{G_1} + \frac{J}{G_1} \end{array} \right)^T P_1 E \right| & \leq \rho_1 |\hat{Z}| |E| \\ \left| 2 \left(\begin{array}{c} 0 \\ \ddot{X}_d \end{array} \right)^T P_1 E \right| & \leq \rho_2 |E| \\ \left| 2\gamma_1 \left(\begin{array}{c} 0 \\ -\frac{G_2(\hat{Z}_1, \hat{Z}_2)}{G_1} + \frac{J}{G_1} \end{array} \right)^T P_2 \hat{Z} \right| & \leq \rho_3 |\hat{Z}|^2 \\ \left| 2\gamma_1 \left(\begin{array}{c} K_p X + K_I \dot{X} \\ K_p X + K_I \dot{X} \end{array} \right)^T P_2 \hat{Z} \right| & \leq \rho_4 |\hat{Z}| \\ \left| \left(\begin{array}{c} \beta_1 \hat{Z}_2 + \beta_1^2 \hat{Z}_1 \\ \hat{Z}_2 + \beta_1 \hat{Z}_1 \end{array} \right)^T \hat{Z} \right| & \leq \rho_5 |\hat{Z}|^2 \end{aligned}$$

将它们带入式 (13) 可得:

$$\dot{V} \leq -\gamma_1 |E|^2 - \gamma_2 |\hat{Z}|^2 + \rho_1 |\hat{Z}| |E| - \rho_2 |E| + \rho_3 |\hat{Z}|^2 - \rho_4 |\hat{Z}| + \rho_5 |\hat{Z}|^2 \quad (14)$$

因此选择适当的参数, 如 $\gamma_1 > \frac{\rho_1^2}{4} + \rho_3 + \rho_5$, 可使得 $\dot{V} < 0$, 可见控制器是稳定的, 证毕。

4 仿真结果 (Simulation results)

为说明问题, 利用文 [8] 给出的 Stewart 平台的几何参数, 假定存在着 3.1 节中描述的几何误差, 用式 (2) 规划动平台运行轨迹为一个高度为 1400mm、半径为 300mm 的水平圆时 (用时 314s), 造成动平台中心点的实际位置与理论位置误差如图 3 所示。

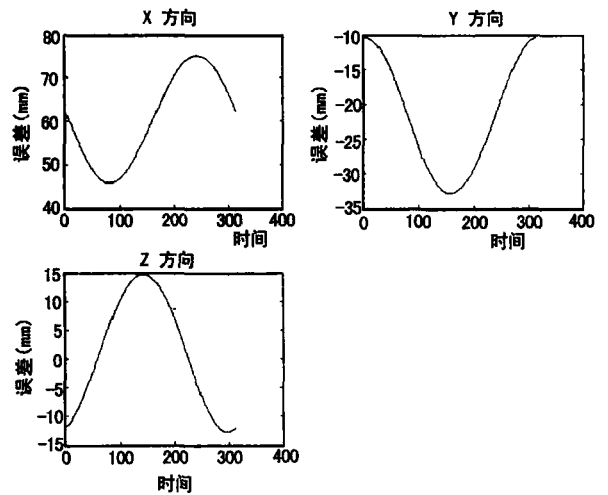


图 3 动平台的运动误差

Fig. 3 Tracking errors of moving platform

从图中可以看到, 动平台末点位置误差 (厘米级) 远远大于 Stewart 平台节点和支腿长度的几何误差 (毫米级, 见 3.1 节, 图 2)。经分析认为, 这主要是由于实际模型和理论模型之间存在的误差被 Stewart 平台的雅可比矩阵放大了。故不确定部分对动平台的定位精度有很大的影响。应用本文的方法, 对上述存在误差的 Stewart 平台重新进行仿真得到动平台中心点的位置误差如图 4 所示。

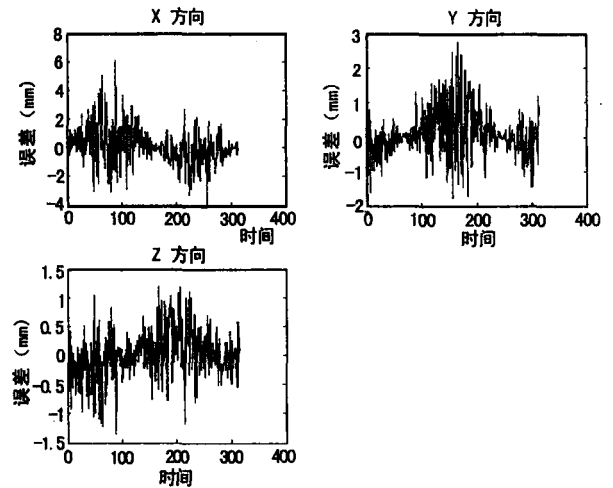


图 4 应用本文方法后的动平台的运动精度

Fig. 4 Tracking errors of moving platform using the method presented in this paper

对比图 3 与图 4 可知, 控制效果是非常明显的, 动平台中心点的最大定位误差在 x, y 与 z 向由 75mm、33mm 和 15mm 分别下降到 6mm、2.8mm 以及 1.2mm, 从结果上看, 动平台最后的定位精度可以达到毫米级。

(下转第 192 页)