

文章编号: 1002-0446(1999)06-0449-06

基于神经网络的冗余度 TT-VGT 机器人的运动学求解

徐礼钜 吴 江

(四川大学机械工程系 610065)

摘要: 应用 BP 神经网络对冗余度 TT-VGT 机器人的位姿正解进行训练学习, 进而求解机器人的位姿反解问题. 根据网络模型求得机器人的一、二阶影响系数, 应用神经网络求解雅可比矩阵的伪逆. 并对七重四面体的变几何桁架机器人进行了仿真计算.

关键词: 变几何桁架机器人; BP 神经网络; 影响系数; 位姿反解

中图分类号: TP24 文献标识码: A

1 引言

TT-VGT (Tetrahedron-Tetrahedron-Variable Geometry Truss) 机器人是由多个四面体组成的变几何桁架机器人, 平面 ABC 为机器人的基础平台, 基本单元中各杆之间由球铰连接, 通过可伸缩构件的长度变化, 来改变机构的构形, 如图 1(a) 所示. 变几何桁架机器人是一种新型的具有广阔应用前景的机器人, 它不仅具有刚度大, 承载能力强和定位精确等优点, 而且还可设计成可折叠的机构. 冗余度机器人中多余的自由度可以用来改善机器人的运动学特性和动力学特性.

本文应用 BP 神经网络对冗余度 TT-VGT 机器人的位姿正解进行训练学习, 解决了机器人的位姿反解问题. 利用网络模型求得一阶影响系数(雅可比矩阵)和二阶影响系数, 并应用神经网络求得雅可比矩阵的伪逆.

2 位姿反解

设冗余度 TT-VGT 机器人操作手由 N 个伸缩关节组成, 图 1b 所示为两个单元的 TT-VGT 机构, 设变量 $q_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 表示为平面 ABC 和平面 BCD 的夹角, 其相应的速度和加速度分别为 $\dot{q}_i, \ddot{q}_i (i = 1, 2, \dots, N)$.

它们与 $l_i, \dot{l}_i, \ddot{l}_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 的关系如下^[3]:

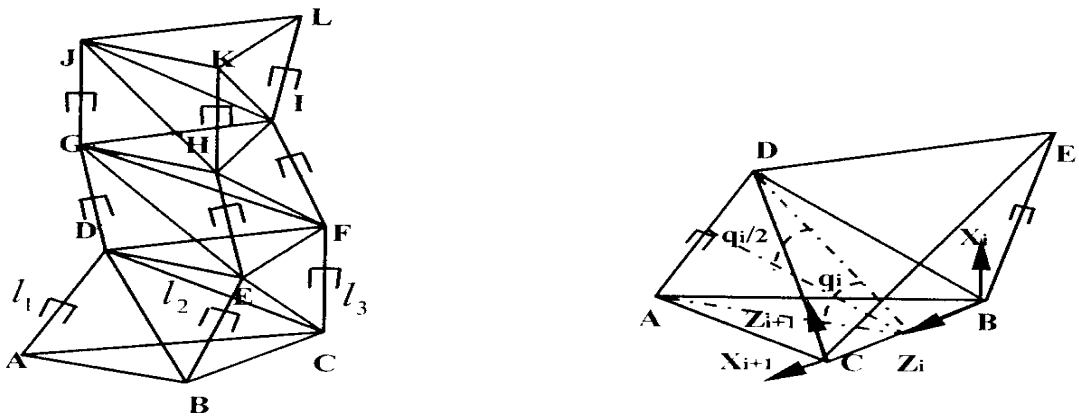
$$\begin{aligned} l_i &= \sqrt{3} d \sin(q_i/2), \quad \dot{l}_i = \sqrt{3/2} d \cos(q_i/2) \dot{q}_i, \\ \ddot{l}_i &= \sqrt{3/2} d (\cos(q_i/2) \ddot{q}_i - 1/2 \sin(q_i/2) \dot{q}_i^2) \end{aligned} \quad (1)$$

式中, d 表示 TT-VGT 中不可伸缩构件的长度.

$l_i, \dot{l}_i, \ddot{l}_i$ 分别表示机器人可伸缩构件的长度、速度和加速度.

建立图 2 的神经网络模型来学习位姿正解, 网络结构和网络计算见表 1 和表 2. 由图 2 的

。国家自然科学基金资助项目.



(a) (b)
图 1 两个单元的 TT-CGT 机构

网络结构图, 机器人末端位姿可表示为中间变量 $q_i (i= 1, 2, \dots, N)$ 的三角函数的组合:

$$X_k = \sum_{j=1}^M v_{kj} \sin [(W_j)^T q'] \quad (2)$$

式中: $k= 1, 2, \dots, L$, $q' = [\pi/2, q_1, \dots, q_N]$; L 表示任务自由度; k 表示操作手末端位姿的第 k 个分量; $q_i (i= 1, 2, \dots, N)$ 为中间变量; N 为关节变量个数;

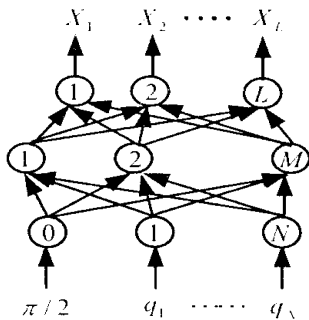


图 2 学习位置正解的神经网络模型

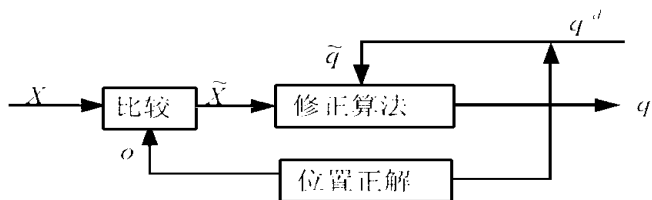


图 3 位置反解算法流程图

表 1 网络结构

BP 神经网络	输入层节点数	隐层节点数	输出层节点数	权值矩阵	激发函数	阈值	样本数目
学习位置正解	$N + 1$	M	L	W (隐层与输入层之间) V (隐层与输出层之间)	$y = \sin(x)$ (隐层) $y = x$ (输出层)	0 (隐层) 0 (输出层)	P 个
计算雅可比矩阵伪逆	L	无隐层节点	L	U (输入层与输出层之间)	$y = x$ (输出层)	0 (输出层)	L 个

通过表 2 的网络计算求得对于第 p 个学习样本的权值修改量, 为了减小单个学习样本带来的不足, 我们将所有的学习样本的权值修改量的总和作为每一步网络训练的修正量. 另外在权值修正项中还引入动量项, 动量项表示了过去的学习效果, 从而减小了学习过程的振荡趋

势, 改善了收敛性.

表 2 网络计算(对于第 p 个学习样本)

BP 网络	学习位姿正解	计算雅可比矩阵伪逆
输入层	节点 i 的输出: $O_{pi} = q_{pi} \quad (i = 1, 2, \dots, N), O_{p0} = \pi/2$	节点 i 的输出: $O_{pi} = J'_{pi} \quad (i = 1, 2, \dots, L)$
隐层	节点 j 的输出: $net_{pj} = \sum_{i=0}^N w_{ji}O_{pi}$ $O_{pj} = \sin(net_{pj}) \quad j = 1, 2, \dots, M$	无隐层
输出层	节点 k 的输出: $net_{pk} = \sum_{j=1}^M v_{kj}O_{pj} \quad k = 1, 2, \dots, L;$ $O_{pk} = net_{pk}$	节点 j 的输出: $net_{pj} = \sum_{i=1}^L w_{ji}O_{pi}$ $O_{pj} = net_{pj} \quad (j = 1, \dots, L)$
输出误差	$E_p = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^L (X_{pk} - O_{pk})^2$	$E_p = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^L (Y_{pj} - O_{pj})^2$
权值修改量	$\Delta v_{kjp} = \eta (X_{pk} - O_{pk}) O_{pj}$ $\Delta w_{ji,p} = \eta \sum_{k=1}^L (X_{pk} - O_{pk}) v_{kj} \cos(net_{pj}) O_{pi}$	$\Delta v_{jip} = \eta (Y_{pj} - O_{pj}) O_{pi}$
符号说明	O 表示输出的值; net 表示节点的值; η 表示权值修改的步长; X 表示输出层的理想输出值(样本值);	O 表示输出的值; net 表示节点的值; η 表示权值修改的步长; Y 表示输出层理想输出值(样本值);

权值的修正公式为:

$$v_{kj}^{t+1} = v_{kj}^t + (1 - a) \sum_{p=1}^P \Delta v_{kjp}^t + a \sum_{p=1}^P \Delta v_{kjp}^{t-1} \quad (3)$$

$$w_{ji}^{t+1} = w_{ji}^t + (1 - a) \sum_{p=1}^P \Delta w_{ji,p}^t + a \sum_{p=1}^P \Delta w_{ji,p}^{t-1} \quad (4)$$

式中, a 表示动量项的系数; t 表示网络的训练次数;

当总的输出误差小于误差 $E = \sum_{p=1}^P E_p$ 小于误差许可值时, 网络停止训练. 此时网络成功进行了学习, 可得网络的权值矩阵 W 和 V 的各元素值.

冗余度机器人的位姿反解具有无穷多解, 不能直接采用 BP 神经网络求解位姿反解, 现用基于李雅普诺夫函数的修正算法进行求解位姿反解^[1,2], 如图 3 所示, 取李雅普诺夫函数为:

$$f(q) = \frac{1}{2} \tilde{X}^T \tilde{X} + \frac{1}{2} \tilde{q}^T \tilde{q} \quad (5)$$

式中, $\tilde{X} = X - O$, X 表示期望的位姿, O 表示实际的位姿;

$\tilde{q} = q^d - q$, q^d 表示中间变量的限制向量, q 表示实际的中间变量; 对式(5)两边求导得:

$$\dot{f} = -(\tilde{X}^T J + \tilde{q}^T) \dot{q} \quad (6)$$

并令

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \frac{\|\tilde{X}\|^2}{\|J^T \tilde{X} + \tilde{q}\|^2} (J^T \tilde{X} + \tilde{q}) \quad (7)$$

由式(7)代入式(6)可使 $\dot{f} < 0$, 即表示系统是渐近稳定的. 应用迭代公式逐步逼近, 最终使 $\dot{x} \rightarrow 0$, 从而求得 q 值. 代入式(1)可求得已知机器人末端的位姿时的机器人可伸缩构件的长度 l_i ($i = 1, 2, \dots, N$).

3 计算一阶影响系数(雅可比矩阵) J 和二阶影响系数 H

对式(2)求导可得:

$$\dot{X}_k = G_k \dot{q} = [G_{k1}, G_{k2}, \dots, G_{kv}] \dot{q} \quad (8)$$

式中

$$G_{ki} = \sum_{j=1}^M v_{kj} \cos[(W_j)^T q'] w_{ji} \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

$$W_j = [w_{j0}, w_{j1}, \dots, w_{jN}]$$

$$\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_N]^T$$

对式(8)求导可得:

$$\dot{X}_k = \dot{q}^T H \dot{q} + G_k \dot{q} \quad (9)$$

式中

$$h_{sr}^q = - \sum_{j=1}^M (v_{kj} \sin[(W_j)^T q']) (w_{jr} w_{js}) \quad (s = 1, \dots, N; r = 1, \dots, N)$$

$$H_k^q = \begin{bmatrix} h_{s1}^q & \dots & h_{sr}^q & \dots & h_{sN}^q \\ \hline h_{N1}^q & \dots & h_{Nr}^q & \dots & h_{NN}^q \end{bmatrix}$$

对于 TT-VGT 机器人我们也可得:

$$\dot{X}_k = J_k \dot{l} = [J_{k1}, J_{k2}, \dots, J_{kN}] [\dot{l}_1, \dot{l}_2, \dots, \dot{l}_N]^T \quad (k = 1, 2, \dots, L) \quad (10)$$

$$\dot{X}_k = \dot{l}^T H_k \dot{l} + J_k \dot{l}$$

由式(1)和式(8)、(9)可得:

$$J_{ki} = \frac{2}{3d \cos(\sin^{-1} \frac{l_i}{3d})} G_{ki} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (11)$$

$$h_{sr} = \frac{4}{3d^2 \cos(\sin^{-1} \frac{l_s}{3d}) \cos(\sin^{-1} \frac{l_r}{3d})} h_{sr}^q + \lambda \frac{2s \sin(\sin^{-1} \frac{l_s}{3d})}{3d^2 \cos^3(\sin^{-1} \frac{l_s}{3d})} G_{ks} \quad (12)$$

式(12)中, $\lambda = \begin{cases} 0 & (s \neq r) \\ 1 & (s = r) \end{cases}$, h_{sr} 为矩阵 H_k 中的第 s 行, 第 r 列元素.

当 k 分别取 $1, 2, \dots, L$ 时, 由式(10)和式(11)、(12), 可求得一阶影响系数(雅可比矩阵) J 和二阶影响系数 H , 且 $J = [J_1, J_2, \dots, J_L]^T$, $H = [H_1, H_2, \dots, H_L]^T$.

4 计算雅可比矩阵的伪逆

显然, 由式(10)可推得:

$$\dot{\bar{l}} = J^+ \dot{X} + (I - J^+ J) \dot{\bar{\Phi}} \tag{13}$$

$$\dot{\bar{l}} = J^+ (\dot{X} - \dot{l}^H \dot{l}) + (I - J^+ J) \dot{\bar{\Phi}} \tag{14}$$

式(13)和式(14)为式(10)的通解形式, J^+ 表示雅可比矩阵的 Moore-Penrose 伪逆.

$$J^+ = J^T (JJ^T)^{-1} = J^T J'^{-1} \tag{15}$$

建立如图 4 的神经网络模型来求解 J'^{-1} , 网络结构和网络计算见表 1 和表 2. 权值的修正公式与式(3)类似. 当网络收敛后, 可求得权值矩阵 U . 由图 4 的网络结构分析可得: $J'^{-1} = U^T$, 从而由式(15)可求得雅可比矩阵的伪逆 J^+ .

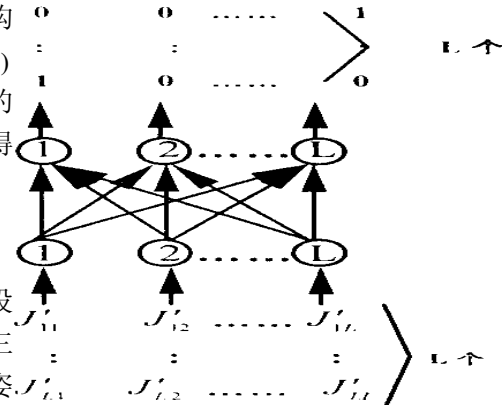


图 4 网络结构

5 仿真计算

我们以七重四面体变几何桁架机器人为例, 设操作手末端位置为(2. 623, 0. 661, 0. 557), 姿态用三个方向角表示为(0. 096, - 0. 689, 0. 538), 计算位姿反解时的中间变量的限制变量 q^d 为(20°, 70°, 35°, 30°, 45°, 50°, 55°)^T. 求得对应的关节长度, 以及雅可比矩阵及其伪逆如下:

$$l = (0. 322, 1. 029, 0. 551, 0. 454, 0. 686, 0. 775, 0. 817)^T$$

$$J = \begin{pmatrix} 0. 863 & 0. 222 & 0. 860 & - 0. 844 & 0. 520 & 0. 375 & - 0. 511 \\ 2. 659 & - 1. 415 & - 0. 373 & 1. 392 & - 1. 282 & - 0. 279 & 0. 685 \\ - 0. 046 & 1. 400 & - 0. 725 & 0. 347 & 0. 863 & - 0. 380 & 0. 308 \\ 2. 616 & - 1. 540 & - 0. 789 & 2. 249 & - 2. 153 & - 0. 121 & 1. 924 \\ 0. 018 & - 0. 681 & 0. 253 & - 0. 186 & - 0. 622 & 0. 471 & - 0. 454 \\ 0. 740 & 0. 318 & 1. 572 & 0. 451 & 0. 451 & 1. 433 & 0. 037 \end{pmatrix}$$

$$J^+ = \begin{pmatrix} 2. 743 & 1. 108 & 1. 63 & 0. 198 & 1. 080 & 0. 444 \\ 4. 236 & 0. 656 & 2. 949 & 0. 992 & 2. 145 & 0. 073 \\ 1. 379 & 0. 230 & - 0. 050 & 0. 250 & - 0. 516 & - 0. 002 \\ - 5. 677 & - 1. 161 & - 2. 725 & - 1. 045 & - 1. 906 & 1. 229 \\ - 4. 327 & - 0. 498 & - 2. 547 & - 1. 243 & - 2. 507 & 0. 957 \\ - 0. 775 & - 0. 445 & 0. 182 & 0. 049 & 0. 932 & 0. 407 \\ 1. 971 & - 0. 115 & - 0. 411 & 0. 845 & - 0. 482 & - 0. 317 \end{pmatrix}$$

6 结论

本文基于 BP 神经网络求解了冗余度 TT-VGT 机器人的位姿反解问题, 进一步可求得一阶影响系数及其伪逆、二阶影响系数, 并可将此方法推广到求解机器人的其它问题.

参 考 文 献

- 1 Ziauddin Ahmad Allon Guez. On the Solution to the Inverse Kinematic Problem. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1990
- 2 孙增圻. 智能控制理论与技术. 清华大学出版社
- 3 徐礼钜, 李宏, 范守文. Analytical Model Method for Dynamics of N-celled Tetrahedron-tetrahedron Variable Geometry Truss Manipulators. ASME Mechanisms Conference, Atlanta, USA, 1998

THE KINEMATICS OF REDUNDANT TT-VGT MANIPULATORS BASED ON NEURAL NETWORK

XU Lǐju WU Jiāng

(Sichuan University Mechanical Engineering Department)

Abstract: The forward displacement analysis problem of TT-VGT manipulators with redundant degree of freedom is trained based on BP neural network, and then a solution to inverse displacement analysis problem is obtained. According to the above the network model, the first-order and the second-order influence coefficients are derived, and the pseudo-inverse of Jacobian matrix is obtained by using neural network. Finally the simulation calculation of kinematics for a seven-celled tetrahedron-tetrahedron variable geometry truss manipulator is given for illustration.

Keywords: Variable geometry truss manipulator; BP neural network; influence coefficient; inverse displacement analysis

作者简介:

徐礼钜 (1936-), 男, 教授, 博士生导师. 研究领域: 机构学、机器人.

吴 江 (1973-), 男, 博士研究生. 研究领域: 机构学、机械传动.