

文章编号: 1002-0446(2001)01-0006-05

柔性机器人协调操作闭链负载机构的一般模型^{*}

窦建武 余跃庆

(北京工业大学机电学院 北京 100022)

摘要: 本文利用闭链刚性负载内部运动参数之间的微分关系, 在单柔性机器人有限元动力学模型基础上, 建立了系统的运动学和动力学协调约束条件, 首次导出了基于负载运动任务参数的柔性机器人协调操作闭链刚性负载的动力学方程, 并给出了两 3R 柔性机器人协调操作刚性四杆机构的仿真算例。

关键词: 柔性机器人; 协调操作; 闭链; 动力学

中图分类号: TP24 **文献标识码:** B

GENERAL MODEL FOR FLEXIBLE MANIPULATORS COOPERATING A CLOSED-LOOP LINKAGE

DOU Jian-wu YU Yue-qing

(Beijing Polytechnic University, Beijing 100022)

Abstract: On the basis of the dynamic equation of single flexible robot, the kinematic and dynamic coordinated constraints are established for the cooperation system, using the linearized differential relationship in a closed-loop linkage. The general dynamic equations of flexible manipulators cooperating rigid closed-loop linkage are then developed, for the first time, based on the standard kinematic parameters of the payload task. A simulation of two planar 3R flexible robots manipulating a four-bar linkage is illustrated successfully.

Keywords: flexible manipulator, cooperation, closed-loop, dynamics

1 引言(Introduction)

高速、轻型化的柔性机器人对于实施空间计划, 提高现代工业生产率具有重要的意义. 自从美国 NASA 将精确控制航天飞机上的柔性机械臂作为课题提出后, 众多学者投入了这一领域的研究, 并在建模、优化、设计、控制等方面取得了一系列研究成果^[1,5]. 多机器人的协调操作比单机器人具有更强的灵活性, 它能完成诸如抓取有自由度或非刚性负载等单机器人不能完成的复杂作业, 这方面的研究国际上早在 80 年代就已开始^[5]. 将以上两个领域结合, 实施多柔性机器人的协调操作, 则能集两方面优势于一身, 因此成为机器人领域新的研究方向^[1-3]. 目前, 它已开始引起各国学者的重视, 但由于刚刚起步, 所以在建模、动力性能的定量指标、运动规划、抓取拓扑选形、运动稳定性、控制策略等许多方面还亟

待深入研究.

Matsuno^[1]与 Sun^[2]分别对两台 2R 和两台 3R 含柔性杆件的机器人协调操作进行了研究. Matsuno^[1]设计了系统鲁棒协调控制器, Sun^[2]提出了一种基于力分布规划来达到逆动力学与扭矩均能稳定的控制策略. 在他们的研究中, 负载都是无自由度的刚性物体, 且每台机器人都仅考虑了一个杆的柔性, 这对于具有更高精度要求的复杂作业是远远不够的.

当在动力学分析中考虑机械臂柔性时, 相当于对原刚性系统增加了一系列弹性变形与作用力之间的物理约束关系, 这既使得原刚性机器人协调操作系统中运动链的封闭性、抓取内力的不定性等均被打破, 又使柔性机器人协调操作系统的运动学与动力学发生耦合. 当上述柔性机器人系统所操作负载

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59975001).

收稿日期: 1999-09-10

为一闭链机构时, 整个系统运动学关系因还需满足闭链负载本身的封闭性, 而使得此系统的建模将更加复杂. 本文将对柔性机器人协调操作闭链负载的建模问题进行系统的研究, 逐一分析系统各部分之间的几何与物理关系, 利用闭链刚性负载内部运动参数之间的微分关系, 建立一般的动力学模型, 并给出两 3R 柔性机器人协调操作刚性四杆机构的仿真算例.

2 动力学模型的建立(Dynamic modeling)

我们约定本文所讨论的负载机构是全部由 R 副组成且不包含复合铰的平面闭链刚性机构. 设满足上述约定的负载机构由 n 个构件, p 个 R 副组成, 则此机构的自由度为: $F = 3n - 2p - 3$, 独立环的数目为: $L = [n - (F - 1)] / 2 - 1 = p - n - 1$. 为确定此负

载机构位形, 我们选择 $q = F + 1$ 台 3R 柔性机器人分别抓取负载机构中 q 个能完全确定负载机构位形的不同构件.

我们将机器人分别编为第 1 至第 q 号, 其所夹持的构件也相应地编为第 1 至第 q 号, 其余的 $n - q$ 个构件编为第 $q + 1$ 至第 n 号. 设第 i 号刚性机器人由机架至夹持端的 R 副分别用 ${}^iO_1^r, {}^iO_2^r, {}^iO_3^r$ 表示, 夹持端用 ${}^iO_4^r$ 表示, 与机器人刚性位置相对应, 机器人在名义刚性位形和实际位形时, ${}^iO_1^r \sim {}^iO_4^r$ 的对应点分别为: ${}^iO_1^m \sim {}^iO_4^m$ 和 ${}^iO_1^f \sim {}^iO_4^f$, ($i = 1 \sim q$).

为建立协调操作系统的动力学方程, 应首先导出系统的运动协调约束条件和动力协调约束条件, 而它们又和闭链负载内部运动学参数之间的微分关系、负载动力学方程密切相关. 下面我们按照图 1 所示的流程来建立系统动力学方程.

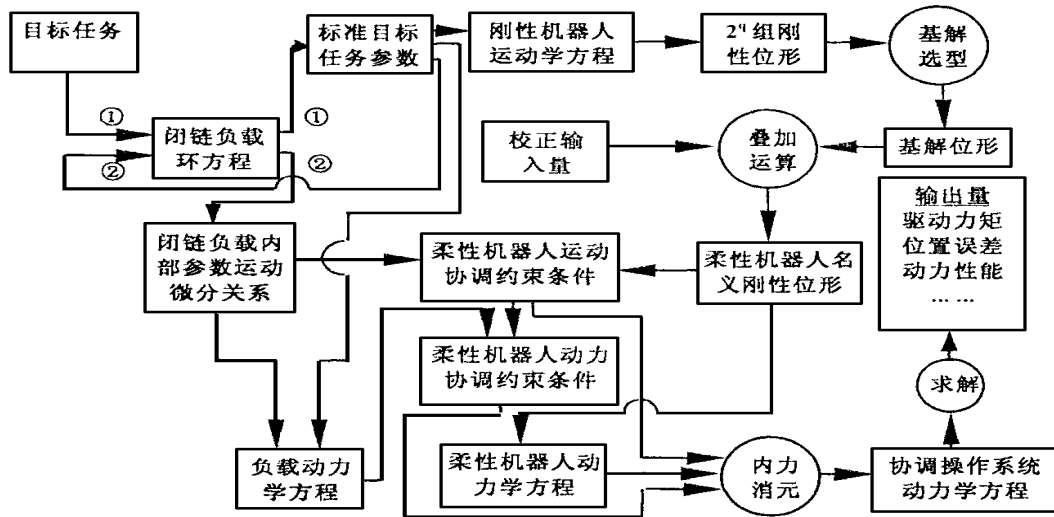


图 1 柔性机器人协调操作闭链负载的建模流程图

Fig. 1 Flow chart for the modeling of flexible cooperative robots manipulating a closed-loop linkage

2.1 刚体运动学分析与闭链负载机构的运动微分关系

设负载运动参考坐标系 Σ_p^r 牵连于 1 号负载构件, 且原点与 1 号机器人上的 ${}^1O_4^r$ 点重合, x 轴方向任选. 无论给定何种目标任务, 只要它能够完全确定负载机构在系统惯性坐标系 Σ_B 中的位形, 我们就能够利用建立在 Σ_p^r 中的 $2 \times L$ 个独立的环方程, 通过解析或数值方法, 将其转化为 Σ_p^r 系原点在 Σ_B 中的坐标 $(B_x^r(t), B_y^r(t))$ 、 x 轴方位角 $\beta^r(t)$ 及 $2 \sim q$ 号负载构件在 Σ_p^r 中的方位角, ${}^j\alpha^r(t)$ ($j = 2 \sim q$) 的形式, 我们将这种形式的目标任务称为标准目标任务. 令:

$$\bar{\alpha}^r(t) = [{}^2\alpha^r, {}^3\alpha^r, \dots, {}^q\alpha^r]^T \in R^{(q-1) \times 1}$$

$$\bar{\alpha}^r(t) = [{}^{q+1}\alpha^r, {}^{q+2}\alpha^r, \dots, {}^n\alpha^r]^T \in R^{(n-q) \times 1}$$

$$\bar{\beta}^r(t) = [B_x^r, B_y^r, \dots, B_y^r]^T \in R^{3 \times 1}$$

$$\bar{Y}^R(t) = [(\bar{\alpha}^r)^T, (\bar{\beta}^r)^T]^T \in R^{(q+2) \times 1} \quad (1)$$

设某时刻 t , 负载的目标运动状态由标准目标任务参数 \bar{Y}^R 确定, 则通过负载机构中 L 个独立环所导出的 $2 \times L$ 个环方程, 就能够在 Σ_B 中求出负载各构件的质心 S_j^r 坐标以及向量 ${}^1O_4^r i O_4^r$ 之分量 (P_{ix}^r, P_{iy}^r) 与标准目标任务参数之间的微分关系:

$$\{\Delta S_{jx}^r\} = [J_{Sx}] \Delta \bar{Y}^R,$$

$$\{\Delta S_{jy}^r\} = [J_{Sy}] \Delta \bar{Y}^R,$$

$$j = 1 \sim n$$

$$\{\Delta P_{(i+1)x}^r\} = [J_{Px}] \Delta \bar{Y}^R,$$

$$\{\Delta P_{(i+1)y}\} = [J_{Py}] \Delta \bar{J}^R, \quad i = 1 \sim (q-1) \quad (2)$$

(2) 中 $[J_{Sx}], [J_{Sy}] \in R^{n \times (q+2)}, [J_{Px}], [J_{Py}] \in R^{(q-1) \times (q+2)}$, 仅与负载机构的位形有关。

由负载目标位形所决定的每台刚性机器人的位形在非奇异时有 2 组解, 从而整个刚性机器人系统共有 2^q 组解, 我们可以从中任选一组作为后续分析中刚性机器人位形的基解, 则每台机器人的 ${}^i\theta_i^r, {}^i\theta_i^f, {}^i\theta_i^m, (j=1 \sim q, i=1 \sim 3)$ 均可由目标任务确定。

2.2 柔性机器人的有限元模型

2.2.1 柔性机器人的名义刚性位形

设第 j 号柔性机器人的相对名义刚性关节角 ${}^i\theta_i^f$ 是在相应刚性机器人位形的相对关节角 ${}^i\theta_i^r$ 的基础上, 增加一校正位移小量 $\Delta {}^i\theta_i^f$ 而得的, 即 ${}^i\theta_i^f = {}^i\theta_i^r + \Delta {}^i\theta_i^f, (j=1 \sim q, i=1 \sim 3)$, 从而抓持点 ${}^iO_4^m$ 相对于 ${}^iO_4^r$ 的变化量为

$${}^iO_4^r O_4^m = {}^iJ^r \Delta {}^i\theta^f \quad (3)$$

其中, $j=1 \sim q, \Delta {}^i\theta^f = ({}^i\theta_1^f, {}^i\theta_2^f, {}^i\theta_3^f)^T, {}^iJ^r$ 为 j 号刚性机器人的 Jacobian 矩阵。

末端抓持杆 ${}^iO_3^m$ ${}^iO_4^m$ 相对于 ${}^iO_3^r$ ${}^iO_4^r$ 的方位角变化为

$$A \operatorname{rg}({}^iO_3^m {}^iO_4^m) - A \operatorname{rg}({}^iO_3^r {}^iO_4^r) = \sum_{i=1}^3 \Delta {}^i\theta_i^f, \quad i = 1 \sim q \quad (4)$$

2.2.2 有限元模型

设 j 号机器人的连架 1 号杆、中间 2 号杆、抓持端 3 号杆分别划分为 e_{j1}, e_{j2}, e_{j3} 个单元, 由文 [3], [6] 可知第 j 号机器人的动力学方程为

$$[{}^i m] \{\ddot{u}\} + [{}^i c] \{\dot{u}\} + [{}^i k] \{u\} = \{f_g\} + \{f_p\} + \{f_w\} \quad (5)$$

上式中, $j=1 \sim q, [{}^i m], [{}^i c], [{}^i k] \in R^{s_j \times s_j}$ 分别为 j 号机器人的质量、阻尼、刚度矩阵, $\{u\}, \{\dot{u}\}, \{\ddot{u}\} \in R^{s_j \times 1}$ 分别 j 号机器人的广义坐标、广义速度、广义加速度 $\{f_g\} \in R^{s_j \times 1}$, 为机器人在名义刚性位形下的刚性惯性力所对应的广义力, $\{f_p\} \in R^{s_j \times 1}$ 为负载对机器人作用所产生的广义力, 且除了第 $s_{j-3}, s_{j-2}, s_{j-1}$ 行外皆为零, $\{f_w\} \in R^{s_j \times 1}$ 为其它外载作用所产

生的广义力, $s_j = (4 \times \sum_{i=1}^3 e_{ji} + 3)$ 为 j 号机器人广义坐标总数。

2.3 柔性机器人协调操作的约束条件

2.3.1 运动协调约束条件

柔性机器人的名义刚性位形不一定满足与之相

应的刚性机器人的运动协调约束条件, 但其变形后的位形应满足新的协调约束条件。如图 2 所示,

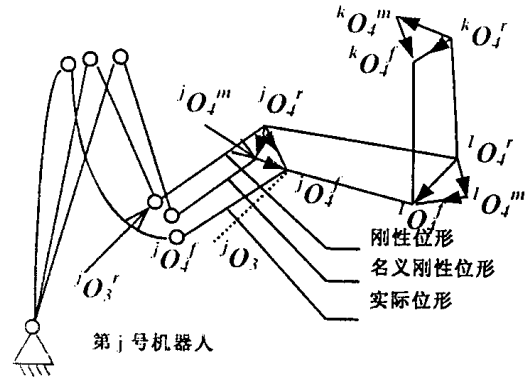


图 2 柔性机器人的各种位形及末端抓持点的变化情况

Fig. 2 Various kinds of configuration and the variation of end-grasping-point of flexible

j 号机器人的末端抓持点 ${}^iO_4^r$ 经过校正后移至 ${}^iO_4^m$, 再经柔性变形后又移至 ${}^iO_4^f$, 同时过 ${}^iO_4^f$ 点的横截面法线也由 ${}^iO_3^r {}^iO_4^r$ 转至 ${}^iO_3^f {}^iO_4^f$, 由柔性机器人末端广义坐标设定的物理意义得

$${}^iO_4^r O_4^f = {}^iO_4^r O_4^m + {}^iO_4^m O_4^f \quad (6)$$

$$A \operatorname{rg}({}^iO_3^f {}^iO_4^f) - A \operatorname{rg}({}^iO_3^r {}^iO_4^r)$$

$$= \sum_{i=1}^3 \Delta {}^i\theta_i^f + {}^i u_{s_{j-1}} \quad (7)$$

$${}^iO_4^m O_4^f = [{}^i u_{s_{j-3}}, {}^i u_{s_{j-2}}]^T,$$

$$j = 1 \sim q \quad (8)$$

$${}^i\alpha^f = {}^i\alpha^r + \Delta {}^i\alpha^r,$$

$$j = 2 \sim q \quad (9)$$

$$\Delta {}^i\alpha^r = \sum_{i=1}^3 \Delta {}^i\theta_i^f + {}^i u_{s_{j-1}} - \sum_{i=1}^3 \Delta {}^i\theta_i^r - {}^i u_{s_{i-1}},$$

$$j = 2 \sim q \quad (10)$$

$$\Delta \bar{B}^R(t) = [\Delta B_x^r, \Delta B_x^f, \Delta B_y^r]^T$$

$$= \left[\begin{array}{c} \sum_{i=1}^3 \Delta {}^i\theta_i^f + {}^i u_{s_{i-1}} \\ J^r \Delta {}^i\theta^r + \left[\begin{array}{c} {}^i u_{s_{i-3}} \\ {}^i u_{s_{i-2}} \end{array} \right] \end{array} \right] \quad (11)$$

为保证系统所有运动链的封闭性, 应满足

$${}^1O_4^r O_4^f + ({}^1O_4^f O_4^f - {}^1O_4^r O_4^r) - {}^iO_4^r O_4^f = 0 \quad (12)$$

上式中, $j=2 \sim q, {}^1O_4^f O_4^f - {}^1O_4^r O_4^r = [\Delta P_{jx}^r, \Delta P_{jy}^r]^T$, 见式 (2)。

在 (6) ~ (11) 式的条件下, 由 (12) 即可求得 $[2 \times (q-1)]$ 个关于 ${}^i u_{s_{j-3}}, {}^i u_{s_{j-2}}, {}^i u_{s_{j-1}}$ 共 $(3 \times q)$ 个各柔性机器人广义坐标的线性代数方程组, 其中独立的

广义坐标共有 $(q+2)$ 个。

令 $u^b = [{}^1u_{s_1-1}, {}^2u_{s_2-1}, \dots, {}^qu_{s_q-1}, {}^1u_{s_1-3}, {}^1u_{s_1-2}]^T \in R^{(q+2) \times 1}$ 为独立的广义坐标, $u^s = [{}^2u_{s_2-3}, {}^2u_{s_2-2}, \dots, {}^qu_{s_q-3}, {}^qu_{s_1-2}]^T \in R^{[2 \times (q-1)] \times 1}$ 为非独立独立的广义坐标, (12) 式经整理后, 则有

$$u^s = A^s u^b \quad (13)$$

其中, $A^s \in R^{[2 \times (q-1)] \times [q+2]}$, 为仅与校正输入量及刚体名义运动有关的系数矩阵. (13) 即为柔性机器人协调操作的运动协调约束条件.

2.3.2 动力协调约束条件

由(2), (10), (13)可知: 负载各构件质心的实际位置 (S_{jx}^f, S_{jy}^f) 和实际方位角 Ψ^f 在 Σ_B 中为

$$[S_{jx}^f, S_{jy}^f, \Psi^f]^T = A_{sp} u^b + B_{sp} \quad (14)$$

其中, $j=1 \sim q, A_{sp} \in R^{3n \times (q+2)}, B_{sp} \in R^{3n \times 1}$ 为与系统名义刚性位形有关的矩阵.

利用 Lagrange 方程, 并注意到(14), 可得负载动力学方程为

$$[m^p] \ddot{u}^b + [c^p] \dot{u}^b + [k^p] u^b = \{f_k^p\} + \{f_w^p\} \quad (15)$$

式中 $[m^p], [c^p], [k^p] \in R^{(q+2) \times (q+2)}, \{f_k^p\} \in R^{(q+2) \times 1}, \{f_w^p\} \in R^{(q+2) \times 1}$.

柔性机器人与负载机构之间相互作用力之间的关系可由虚位移原理求得

$$f_k^p(j) = \begin{cases} {}^j f_p(s_j - 1), & j = 1 \sim q \\ \sum_{i=1}^q {}^i f_p(s_i - 3), & j = q + 1 \\ \sum_{i=1}^q {}^i f_p(s_i - 2), & j = q + 2 \end{cases} \quad (16)$$

(15)、(16) 即为柔性机器人协调操作的动力协调约束条件.

2.4 系统动力学方程

式(5)与式(15)共有 $\left| \sum_{j=1}^q s_j + (q+1) \right|$ 个动力学方程, 同时还需满足式(13)与式(16). 为约去机器人与负载之间的相互作用力, 同时缩减系统广义坐标的数目, 我们选所有柔性机器人共 $\left| \sum_{j=1}^q s_j \right|$ 个弹性广义坐标中, 除了 $[2(q-1)]$ 个属于 u^s 的广义坐标之外, 其它所有的 $\lambda = \left| \sum_{j=1}^q s_j - 2(q-1) \right|$ 个弹性广义坐标为整个协调操作系统的独立的广义坐标, 重新编号, 并用 $U \in R^{\lambda \times 1}$ 表示. 利用(13)约去(5)和(15)中的 u^s , 利用(16)合并(5)与(15), 并约去 $\{f_k^p\}$ 与 $\{f_w^p\}$, 得到整个协调操作系统的动力学方程为

$$[M] \ddot{U} + [C] \dot{U} + [K] U = \{F_w\} + \{F_g\} \quad (17)$$

(17) 中的 $[M], [C], [K] \in R^{\lambda \times \lambda}$, 分别为系统的质量、阻尼、刚度矩阵, 且均为非对称矩阵; $\{F_w\} \in R^{\lambda \times 1}$ 为外力所对应的广义力; $\{F_g\} \in R^{\lambda \times 1}$ 为名义刚性惯性力所对应的广义力. (17) 即为整个协调操作系统的动力学方程.

3 数值仿真(Numerical simulation)

本文以两 3R 柔性机器人协调操作刚性四杆机构完成预定目标任务为例, 来说明上述方法的有效性. 如图 3 所示, 两台机器人的系统参数均相同, 由机架至抓持端各杆长分别为: 1.5m, 1.5m, 0.45m; 匀质等正方形截面杆边长为: 0.01m; 材料为铝, $\rho = 2710 \text{kg/m}^3, E = 6.77 \times 10^{10} \text{N/m}^2, G = 2.60 \times 10^{10} \text{N/m}^2$; ${}^1O_1^r$ 坐标(0, 0), ${}^2O_1^r$ 坐标(3, 0). 四杆机构为等截面匀质杆, 各杆长 $L_1 \sim L_4$ 分别为: 0.25m, 0.3m, 0.1m, 0.25m, 质量分别为: 0.625kg, 0.1kg, 0.25kg, 0.0875kg; 对质心的转动惯量分别为: 0.625kg·m², 0.1kg·m², 0.25kg·m², 0.0875kg·m². ${}^1O_4^r$ 与 ${}^2O_4^r$ 分别抓取 L_1, L_2 的中点, 且抓持角为直角, 见图 3, Rayleigh 阻尼系数 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.01$.

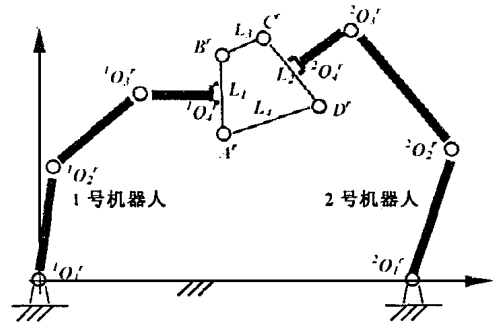


图 3 两 3R 柔性机器人协调操作刚性四杆机构

Fig. 3 Two 3-R flexible cooperative robot manipulating a rigid four-bar linkage

所给定的目标任务为: B^r 由点(0.4, 0.9)沿直线 $y = 0.5 + x$ 运动到点(1.6, 2.1), L_1, L_3 的方位角分别由 90 度和 30 度顺时针转至 30 度和 -30 度, 启动和制动耗时均为 0.4s, 中间匀速移动(或转动)运行时间 5.2 秒, 启动和制动速度(或角速度)规律为余弦函数形式.

利用 Newmark 方法对上述系统进行数值仿真, 所得到的 B^r 点的位置误差及 L_1, L_3 方位角误差如图 4、图 5 所示. 通过本例的分析可知: 机械臂柔性对于操作精度有重要的影响, 不能忽略, 同时, 我们还注

意到:图4、5中的误差曲线具有很强的方向性, B^r 点 x 方向的误差要比 y 方向的小, L_3 方位角误差要比 L_1 的大很多,这是由基解位形的选取和目标任务的特性所决定的.本例在分析时对于校正输入量(本文

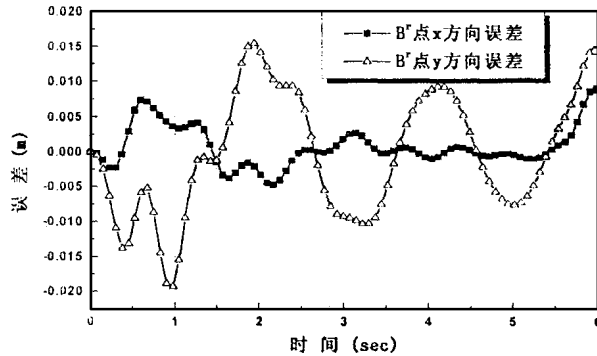


图4 B^r 点的位置误差
Fig. 4 Position error of B^r

4 结束语(Conclusion)

本文利用闭链刚性负载内部运动参数之间的微分关系,导出了柔性机器人协调操作闭链刚性负载的运动学和动力学协调约束条件,建立了不显含系统内力和外部无功约束而仅与目标任务运动参数有关的系统动力学方程,并为系统性能的优化提出了方法,指出了方向.

参考文献 (Reference)

- 1 Fumitoshi Matsuno, Michinori Hatayama. Robust Cooperative Control of Two-Link Flexible Manipulators on the Basis of Quasi-Static Equations. *Int J Robotics Research*, 1999, 18(4): 414-428
- 2 Sun Q, Sharf I, Nahon M. Stability Analysis of the Force Distribution Algorithm for Flexible-link Cooperating

中为零)、 2^p 个机器人位形基解、有关被抓持杆件及抓持位置和抓持角的抓持拓扑构形、启动和制动耗时及规律等参量均为任意选取,当给定动力学性能指标或目标函数时,可通过优化得到更好的结果.

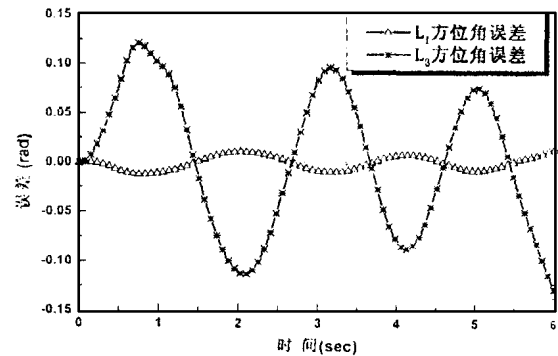


图5 L_1, L_3 方位角误差
Fig. 5 Orientation error of L_1 and L_3

Manipulators, *Mech. Mach. Theory*, 1999, 34(5): 753- 763

- 3 窦建武, 余跃庆. 两柔性机器人协调操作开环单自由度刚性负载的动力学建模与仿真. *机器人*, 1999, 21(7): 672- 681
- 4 Luh J Y S, Zheng Y F. Constrained Relations between Two Coordinated Industrial Robots for Motion Control. *Int J Robotics Research*, 1987, 6(3): 60- 70
- 5 Surdilovic D, Vukobratovic M. On Method for Efficient Dynamic Modeling of Flexible Manipulators, *Mech Mach Theory*, 1996, 31(3): 297- 315
- 6 张策等. 弹性连杆机构的分析与综合. 机械工业出版社, 1997

作者简介:

窦建武(1973-),男,博士研究生.研究领域:柔性机器人,多机器人协调控制等.

余跃庆(1958-),男,教授,博士生导师.研究领域:柔性机器人,机构动力学.