

文章编号: 1002-0446(2002)01-0086-07

## 柔性机械臂建模理论与控制方法研究综述

王树新 员今天 石菊荣 刘又午

(天津大学机械工程学院智能机器人研究所 天津 300072)

**摘要:** 针对柔性机械臂进行有效和精确的建模以及对其进行有效的控制一直是国内外学者研究的重要课题. 由于柔性机械臂本身所具有的高度非线性、强耦合和时变的特点, 建立精确的动力学模型成为柔性臂研究的一个重点. 而随着系统和控制领域理论和技术的不断发展, 针对柔性机械臂的控制, 也形成了许多不同的控制策略. 本文从柔性机械臂建模理论和控制方法两方面, 对国内外学者的研究工作分别加以介绍, 并对各种方法的优缺点进行分析和比较, 并对今后的研究方向进行了展望.

**关键词:** 柔性机械臂; 动力学建模; 控制策略

**中图分类号:** TP24 **文献标识码:** B

## A ROADMAP OF RESEARCH ON MODELING AND CONTROL STRATEGY FOR FLEXIBLE MANIPULATORS

WANG Shu-xin YUN Jin-tian SHI Ju-rong LIU You-wu

(Department of Intelligent Robot, Institute of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072)

**Abstract:** Modeling and controlling are very important issues for flexible manipulators. Many researchers have put much more efforts on studying the two problems. Due to the properties of high-nonlinear, tight-coupling and time-varying, dynamic modeling accurately is actual focus. Many control strategy for flexible manipulators have been formed with the development of the system and control theory. This paper introduces the very important works by the researchers in this field, and especially compares the advantages with disadvantages in the two aspects of modeling and controlling respectively. At last, this paper proposed the future direction to research on the modeling and controlling for flexible manipulators.

**Keywords:** flexible manipulator, dynamic modeling, control strategy

### 1 引言(Introduction)

近年来,随着机器人技术的发展,应用高速、高精度、高负载自重比的机器人结构受到工业和航空航天领域的关注. 由于运动过程中关节和连杆的柔性效应的增加,使结构发生变形从而使任务执行的精度降低. 所以,机器人机械臂结构柔性特征必须予以考虑,实现柔性机械臂高精度有效控制也必须考虑系统动力学特性. 柔性机械臂是一个非常复杂的动力学系统,其动力学方程具有非线性、强耦合、实变等特点. 而进行柔性臂动力学问题的研究,其模型的建立是极其重要的. 柔性机械臂不仅是一个刚柔耦合的非线性系统,而且也是系统动力学特性与控

制特性相互耦合即机电耦合的非线性系统. 动力学建模的目的是为控制系统描述及控制器设计提供依据. 一般控制系统的描述(包括时域的状态空间描述和频域的传递函数描述)与传感器/执行器的定位,从执行器到传感器的信息传递以及机械臂的动力学特性密切相关.

### 2 柔性机械臂建模理论研究(Research on modeling for flexible manipulators)

柔性机械臂动力学方程的建立主要是利用 Lagrange 方程和 Newton-Euler 方程这两个最具代表性的方程. 另外比较常用的还有变分原理、虚位移原理以及 Kane 方程的方法. 而柔性体变形的描述,

是柔性机械臂系统建模与控制的基础,因此因首先选择一定的方式描述柔性体的变形,同时变形的描述与系统动力学方程的求解关系密切。

## 2.1 柔性体变形的描述主要有以下几种方法

### 1) 有限元法:

解决复杂结构问题的一种数值解法.其实质就是把无限个自由度的连续体理想化为有限个自由度的单元集合体,使问题简化为适合于数值解法的结构型问题.其特点是采用弹性单元、刚性结点、载荷向结点移置、刚度及阻尼特性由单元表征.采用有限元法所得动力学方程较为复杂,动态响应求解运算量也较大,其边界条件和几何物理特性可以直接描述. Tokhi M. O.<sup>[1]</sup>、Fattah A.<sup>[2]</sup>、Ge S. S.<sup>[3]</sup>、Xia, Zhijie<sup>[4]</sup>、Theodore R. J.<sup>[5]</sup>等学者利用有限元法做了大量的研究工作。

### 2) 有限段法:

适合于含有细长零件的系统.将细长件分为有限刚段,将柔性引入到系统的各接点中,即把柔性系统描述为多个刚体,以含有弹簧和阻尼器的接点相联.它与有限元法在拓扑结构上存在着本质的区别<sup>[6,7]</sup>.就整个系统而言,有限段方法描述的多体系统是时变的,而有限元分析中其结构的平衡位置不随时间变化.就单元特征而言,有限段法只应满足小应变假设,即允许柔性体产生几何非线性变形,而有限元法是建立在小变形假设基础之上,将变形线性化.就微分单元而言,有限段中微分梁段的长度相当于弧微分,而有限元法是对坐标的微分.张大钧<sup>[6]</sup>、蒋铁英<sup>[8]</sup>等采用有限段方法对柔性机械臂进行了建模和实验研究。

### 3) 模态综合法:

通过求解自由振动的特征值即可得到动态模态.此方法也是以 Rayleigh-Ritz 法为基础,采用模态截断技术,利用系统中各个子结构的模态,综合出系统的整个模态. Chen Wen<sup>[9]</sup>、Zhao Hongchao<sup>[10]</sup>等学者采用假设模态技术建立了解耦的动力学方程.蒋铁英<sup>[8]</sup>基于 Kane 方程的 Huston 方法建立了柔性机械臂有限段方程. Li Chang-jin, Sankar T. S.<sup>[12]</sup>提出了对柔性机械臂进行有效建模和动态计算的系统方法,该方法主要是利用 Lagrange 假设模态法.采用模态截断的方法来描述连杆变形.该方法具有计算量相对少,方法简单,具有系统性和效率高的特点. Theodore R. J., Ghosal A.<sup>[11]</sup>对柔性机械臂的两种离散模型:假设模态法和有限元法做了比较分析.以便更加有效的描述柔性机械臂的连杆的柔性.其利

用 Lagrange 方程和计算机算法得出了闭环运动方程.从中可以看到,利用有限元的方法比假设模态法要计算简便.然而由于有限元法的状态方程的数量比假设模态法更多,因此,利用有限元法进行数字仿真时候需要的时间会更长些.在利用有限元的方法来逼近连杆柔性时,会使对连杆刚性的估计值增大.通过分析可以表明,在利用基于模型的控制策略时,对刚性的估计值增大就会引起闭环系统不稳定.利用假设模态法建立的时变频率方程,比有限元法复杂.王大龙<sup>[58,59]</sup>、李善姬<sup>[60]</sup>、刘才山<sup>[57]</sup>等学者也利用假设模态法对柔性机械臂进行了研究。

### 4) 集中质量法<sup>[13]</sup>:

用若干离散结点上的集中质量代替原来系统中的分布质量,即全部质量都集中到各节点上,杆系结构的离散化刚度阵能够直接得出,整个动力方程都能直接通过对质量的近似离散化处理得到. Gamarra-Rosado V. O.<sup>[14]</sup>、Dai Y. Q.<sup>[15]</sup>、Feliu Jorge J. 等学者在这方面进行了很多的研究工作。

## 2.2 动力学方程的建立

无论是连续或离散的动力学模型,其建模方法主要基于两类基本方法——矢量力学法和分析力学法.应用较广泛同时也是比较成熟的是 Newton-Euler 公式、Lagrange 方程、变分原理、虚位移原理和 Kane 方程.现分述如下:

### 1) Newton-Euler 公式:

应用质心动量矩定理写出隔离体的动力学方程,在动力学方程中出现相邻体间的内力项,其物理意义明确,并且表达了系统完整的受力关系;但是这种方法也存在着方程数量大、计算效率低等缺点.不过许多模型的规范化形式最终都是以该种模型出现,并且该方法也是目前动力学分析用于实时控制的主要手段. Eric H. K. Fung 和 Cedric K. M. Lee<sup>[17]</sup>利用 Newton-Euler 公式对柔性梁进行建模时,首先假定:①柔性梁的变形和柔性梁的长度比较起来非常小,②假设梁是具有均匀截面和稳定性质的 Euler-Bernoulli 梁,③梁的转动惯量和剪切变形忽略不记,④空气阻力和梁的内阻尼忽略不记. Gamarra-Rosado V. O.<sup>[14]</sup>、Bruno Siciliano<sup>[18]</sup>等学者成功的利用 Newton-Euler 公式建立了柔性机械臂的动力学方程。

### 2) 利用 Lagrange 方程或 Hamilton 原理

由 Lagrange 方程或 Hamilton 原理出发,求出能量函数或 Hamilton 函数,以能量方式建模,可以避免方程中出现内力项.适用于比较简单的柔性体动

力学方程. 而对复杂结构, Lagrange 函数和 Hamilton 函数的微分运算将变得非常繁琐. 但是变分原理又有其特点, 由于它是将系统真实运动应满足的条件表示为某个函数或泛函的极值条件, 并利用此条件确定系统的运动, 因此这种方法可结合控制系统的优化进行综合分析, 便于动力学分析向控制模型的转化. Fung, R. -F., Chang, H. -C<sup>[19]</sup>. 利用 Hamilton 原理得出带有末端质量的非线性受限柔性机械臂的运动方程. 动态方程式以广义坐标的形式来表达机械臂系统的动能和势能. Ge S. S. Lee, T. H.<sup>[3]</sup> 利用有限元分析的方法和 Lagrange 方法建立了柔性系统的非线性动态模型. Eftychios G., Christoforou<sup>[20]</sup>, Queiroz M. S., Dawson D. M., et al<sup>[21]</sup>、丁希仑<sup>[56]</sup>等学者也利用 Lagrange 公式和 Hamilton 原理对柔性机械臂进行了深入的研究工作.

### 3) Kane 方法和虚功原理:

Kane 方法采用相对能量的形式, 该方法从约束质点系的 D'Alembert 原理出发, 将各体的主动力(矩)和惯性力(矩)乘以偏速度、偏角速度矢量, 再对整个系统求和, 可得与系统自由度数目相同的方程组. 其特点也是可消除方程中的内力项, 避免繁琐的微分运算, 使推导过程较为系统化. 虚功原理与 Kane 方法类似. 在 Kane 方法中颇具特色的当推 Kane-Huston 方法, 此法采用低序体阵列描述系统的拓扑结构. 张大钧<sup>[6]</sup>、蒋铁英<sup>[8]</sup>、员超<sup>[22]</sup>等人均用此法建立了柔性体动力学模型. 薛克宗、赵平<sup>[23]</sup>利用虚功原理建立了柔性多体系统的微分方程, 利用基尔算法对方程组进行求解. 边宇枢<sup>[24]</sup>利用 Kane 方程和假设模态的方法对系统进行建模.

## 3 柔性机械臂控制策略的研究 (Research on control strategy for flexible manipulators)

对柔性机械臂的控制一般有如下方式:

### 1) 刚性化处理:

完全忽略结构的弹性变形对结构刚体运动的影响. 例如为了避免过大的弹性变形破坏柔性机械臂的稳定性和末端定位精度, NASA 的遥控太空手动的最大角速度为  $0.5 \text{deg/s}$ <sup>[25]</sup>.

### 2) 前馈补偿法:

将机械臂柔性变形形成的机械振动看成是对刚性运动的确定性干扰, 而采用前馈补偿的办法来抵消这种干扰. 德国的 Bernd Gebler<sup>[26]</sup>研究了具有弹

性杆和弹性关节的工业机器人的前馈控制. 张铁民<sup>[28, 61]</sup>研究了基于利用增加零点来消除系统的主导极点和系统不稳定的方法设计了具有时间延时的前馈控制器, 和 PID 控制器比较起来, 可以更加明显的消除系统的残余振动. Seering Warren P.<sup>[64, 65]</sup>等学者对前馈补偿技术进行了深入的研究.

### 3) 加速度反馈控制:

Khorrami Farshad 和 Jain Sandeep<sup>[27]</sup>研究了利用末端加速度反馈控制柔性机械臂的末端轨迹控制问题.

### 4) 被动阻尼控制:

为降低柔性体相对弹性变形的影响, 选用各种耗能或储能材料设计臂的结构以控制振动. 或者在柔性梁上采用阻尼减振器、阻尼材料、复合型阻尼金属板、阻尼合金或用粘弹性大阻尼材料形成附加阻尼结构均属于被动阻尼控制. 近年来, 粘弹性大阻尼材料用于柔性机械臂的振动控制已引起高度重视. Rossi Mauro 和 Wang David<sup>[38]</sup>研究了柔性机器人的被动控制问题.

### 5) 力反馈控制法:

柔性机械臂振动的力反馈控制实际上是基于逆动力学分析的控制方法, 即根据逆动力学分析, 通过臂末端的给定运动求得施加于驱动端的力矩, 并通过运动或力检测对驱动力矩进行反馈补偿. Lucibello P.<sup>[32]</sup>和 Xia, Jack Zhijie<sup>[33]</sup>等等都是采用计算力矩法, 对柔性臂进行了轨迹跟踪控制. Kino Masaru 和 GodenTatsuhito<sup>[34]</sup>提出了一种多自由度柔性系统的位置控制方法, 采用一种新颖的控制策略, 为了抑制振动, 采用力矩反馈, 同时控制器还控制包括弹性变形引起的位移控制来增加反应速度.

### 6) 自适应控制:

Lin Lih-Chang 和 Yeh Sy-Lin.<sup>[29]</sup>采用组合自适应控制, 将系统划分成关节子系统和柔性子系统. 利用参数线性化的方法设计自适应控制规则来辨识柔性机械臂的不确定性参数. Kim, D. H.; Lee, Kyo-II<sup>[40]</sup>对具有非线性和参数不确定性的柔性机械臂进行了跟踪控制器的设计. 控制器的设计是依据 Lyapunov 方法的鲁棒和自适应控制设计. 通过状态转换将系统分成两个子系统. 用自适应控制和鲁棒控制分别对两个子系统进行控制. Bai M., Zhou D. H.<sup>[30]</sup>采用了自适应增大状态反馈控制控制器的设计是依据稳态 LQR 技术. 所设计的控制器具有很强的鲁棒特性. 众所周知, 多连杆柔性机械臂从关节处的驱动器到端点的动态特性是非最小相位系统. 因此,

许多自适应控制技术不能应用到柔性机械臂上. 考虑到可以在连杆上施加外部的激励, 在柔性连杆的适当位置布置压电传感器和压电致动器, 可以使系统成为最小相位系统. 这样就可以利用自适应控制方法<sup>[31]</sup>. 刘妹琴、陈际达<sup>[54]</sup>研究了基于神经网络的机器人柔性臂自适应控制.

#### 7) PID 控制:

PID 控制器作为最受欢迎和最广泛应用的控制器, 由于其简单、有效、实用, 被普遍地用于刚性机械臂控制, 常通过调整控制器增益构成自校正 PID 控制器或与其它控制方法结合构成复合控制系统以改善 PID 控制器性能. Ozen, Figen<sup>[35]</sup>. 提出了一种控制柔性机械臂端点位置轨迹跟踪的新的控制策略. 这个控制规则就是利用非常容易获得的量, 比如关节角度, 角速度, 每个杆的端点变形和端点的速度. 控制率在传统的 PD 控制器和非线性控制器间遵循开关规则, 和传统的 PD 控制比较有很大的优点. Talebi, H. A., Khorasani, K<sup>[36,37]</sup>利用 PD 控制器对柔性臂的控制进行了研究.

#### 8) 变结构控制:

变结构控制系统是一种不连续的反馈控制系统, 其中滑模控制是最普遍的变结构控制. 其特点: 在切换面上, 具有所谓的滑动方式, 在滑动方式中系统对参数变化和扰动保持不敏感, 同时, 它的轨迹位于切换面上, 滑动现象并不依赖于系统参数, 具有稳定的性质. 变结构控制器的设计, 不需要机械臂精确的动态模型, 模型参数的边界就足以构造一个控制器. Ingole, A. R.; Bandyopadhyay, B<sup>[39]</sup>对变结构滑模控制进行了深入的研究. 他指出变结构滑模控制是一种特殊的控制技术, 在系统参数发生变化和外部扰动的情形下, 它能使控制系统具有很强的鲁棒性. 由于具有鲁棒特性, 变结构滑模控制设计容易, 容易解藕, 所以在柔性机械臂的控制中应用很广. Li, Y., Kang, J<sup>[41]</sup>、樊晓平<sup>[53]</sup>、刘才山<sup>[57]</sup>、李善姬<sup>[60]</sup>、李元春<sup>[42]</sup>等学者也对变结构滑模控制进行了深入的研究.

#### 9) 模糊与神经网络控制:

其是一种语言控制器, 可反映人在进行控制活动时的思维特点. 其主要特点之一是控制系统设计并不需要通常意义上的被控对象的数学模型, 而是需要操作者或专家的经验知识, 操作数据等. Talebi H. A. 和 Khorasani K<sup>[36,37]</sup>利用神经网络控制技术对柔性机械臂进行控制. 提出了四种不同的神经网络控制方案, 前两种是基于改进型的 'feedback-error-

learning' 方法来学习系统的动力学特性. 这两种方案都只需要系统的线性模型来定义系统的新的输出, 并且只是利用传统的 PD 控制器. 而这两种方案都是和第三和第四方案相联系的, 第三方案是在控制弹性变形时基于轴的位置来进行设计的, 而第四方案则包含两种神经网络. 第一个主要负责近似系统的输以保证系统是最小相位系统, 第二个神经网络重要是完成逆动力学控制. Lee J. X. 和 Vukovich G.<sup>[45]</sup>利用模糊控制方法对没有进行数学建模的柔性机械臂进行控制. 提出了模糊逻辑控制器的设计方法. 樊晓平等<sup>[44,55]</sup>讨论了受限柔性机器人自适应模糊逻辑控制器设计问题, 提出了对控制器参数进行调整的遗传学习算法.

#### 10) 非线性反馈控制:

由于柔性机械臂动力学模型的非线性, 以及工作负载变化的非线性等, 非线性反馈控制柔性臂的方法应运而生. Ge, S. S. Lee, T. H.<sup>[3]</sup>设计了非线性反馈控制器. Yazdanpanah M. J. 和 Khorasani, K.<sup>[46]</sup>对柔性机械臂的具有恒定输入向量场的非线性动态模型进行了研究并设计了一个非线性 Hinf 控制器. 非线性 Hinf 控制器. 和线性 Hinf 控制器比较起来具有非常诱人的吸引力

#### 11) 鲁棒控制:

1981 年 Zames 首次用明确的数学语言描述了基于经典设计理论的优化设计问题, 提出用传递函数阵的 Hinf 范数来记述优化指标. 1984 年加拿大学者 Francis 和 Zames 用古典的函数插值理论, 提出了这种设计 Hinf 问题的最初解法; 而英国学者 Glover 则将 Hinf 设计问题归纳为函数逼近问题, 并用 Hankel 算子理论给出了这个问题的解析解; Glover 的解法又被 Doyle 在状态空间上进行了整理并系统地归纳为 Hinf 控制问题, 至此, Hinf 控制理论体系已经初步形成<sup>[47]</sup>. Song, G.; Cai, L.<sup>[48]</sup>将柔性机械臂系统分成两个子系统: 刚性子系统和柔性子系统. 柔性子系统的输出假定为刚性子系统的输入. 设计了鲁棒控制器. Bossert David 和 Ly Uy-Loi<sup>[49]</sup>研究了降阶的综合鲁棒位置/力控制器. 并且和没有降阶的位置/力控制器做了比较. Yazdanpanah M. J. 和 Khorasani, K.<sup>[46]</sup>设计了一个非线性 Hinf 控制器对柔性机械臂进行控制.

#### 12) 其它控制方法:

以上描述了用于各种情形的柔性机械臂的控制技术, 各有所长. 在实际的柔性机械臂的控制中, 经常利用前述的各种控制方法组成的复合控制, 这种

复合控制经常会收到更加明显的控制效果. Nilsson Bernt 和 Nygard Jonas<sup>[50]</sup>研究了在端部带有摄像头的柔性机械臂控制问题. 是一种视觉伺服控制系统, 问题主要是对机械爪进行定位控制. 有内环和外环, 内环主要是对偏差和外部扰动进行快速衰减控制. 而外环主要是对连杆的位置进行刚性运动控制保持运动的稳定性. Sharf, I<sup>[51]</sup>为解决柔性机械臂的振动抑制的问题, 在长的柔性机械臂(LRM)的末端加上一个短的刚性机械臂(SRM), 利用对柔性臂反作用力的控制来实现振动抑制. 将反作用力作为一个控制变量. 这是一种主动衰减. Lin Z. C. 和 Patel R. V<sup>[52]</sup>提出了一种新的控制策略:(因为现存的控制基本上都是针对关节控制和不具有冗余度的柔性机械臂来说的)综合笛卡儿关节控制, 主要是针对具有冗余自由度的柔性机械臂来说的. 它由笛卡儿轨迹跟踪控制器、连杆跟踪控制器和电机跟踪控制器组成.

#### 4 结论(Conclusion)

柔性机械臂本质上是一个具有无穷多自由度的柔性系统, 要清楚描述柔性所带来的动力学效应, 首先必须建立精确的动力学模型. 一般情况下, 机器人系统的柔性主要包括臂杆本身存在的分布的柔性和驱动关节的柔性, 已经有很多学者在以往的研究中对柔性机械臂的建模进行了深入的研究, 对具有不确定性参数的柔性机械臂建模的研究是今后的一个重要研究方向. 在柔性机械臂的控制上, 许多专家学者给出了比较好的控制策略, 并且取得了比较好的控制结果. 但是, 由于柔性臂的复杂性和控制系统硬件的局限性, 满足工程有效应用的柔性机械臂控制器尚不成熟, 这也是今后我们所面对的重要挑战.

#### 参考文献 (References)

- 1 Tokhi M O, Mohamed Z. Finite difference and finite element approaches to dynamic modeling of a flexible manipulator. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part I, Journal of systems & control Engineering, 1997, 211(2):145-156
- 2 Fattah A, Angles J. Dynamics of two cooperating flexible-link manipulators-planar case. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 1997, 21(1):1-17
- 3 Ge S S, Lee T H. Nonlinear feedback controller for a single-link flexible manipulator based finite element model. Journal of robotic Systems, 1997, 14(3):165-178
- 4 Xia Zhijie, Menq Chia-Hsiang. Modeling and Control of flexible manipulators: Part I-Dynamic analysis and characterization. American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Division, AMD, 1992, 141:105-114
- 5 Theodore R J, Ghosal A. Comparison of the assumed modes and finite element models for flexible multi-link manipulators. International Journal of Robotics Research, 1995, 14(2):91-111
- 6 张大钧. 柔性多体系统动力学理论与实验研究.[博士学位论文]. 天津:天津大学, 1991
- 7 R L Huston, 刘又午. 多体系统动力学(下册). 天津:天津大学出版社, 1987. 11
- 8 蒋铁英. 柔性机械臂建模、仿真及实验研究.[博士学位论文]. 天津:天津大学, 1996
- 9 Chen Wen. Dynamic modeling of multi-link flexible robotic manipulators. Computers and Structures 2001, 79(2):133-195
- 10 Zhao Hongchao, Chen Degang. Exact and stable tip trajectory tracking for multi-link flexible manipulator. Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, 1993, 2:1372-1376
- 11 Theodore R J, Ghosal A. Comparison of the assumed modes and finite element models for flexible multi-link manipulators. International Journal of Robotics Research, 1995, 14(2):91-111
- 12 Li Chang-jin, Sankar T S. Systemic methods for efficient modeling and dynamics computation of flexible robotic manipulators. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1993, 23(1):77-94
- 13 张铁民. 柔性机械臂振动控制理论与实验研究.[博士学位论文]. 天津:天津大学, 1996
- 14 Gamarra-Rosado V O, Yuhara E A O. Dynamic modeling and simulation of a flexible robotic manipulator. Robotica, 1999, 17(5):523-528
- 15 Dai Y Q, Loukianov A A, Uchiyama M. A Hybrid Numerical Method for Solving the Inverse Kinematics of a Class of Spatial Flexible Manipulators. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1997
- 16 Feliu Jorge J, Feliu Vicente. Load Adaptive Control of Single-Link Flexible Arms Based on a New Modeling Technique. IEEE Transactions Robotics and Automation, 1999, 15(5):793-804
- 17 Eric H K Fung, Cedric K M Lee. Variable Structure Tracking Control of a Single-Link Flexible Arm Using Time-Varying Sliding Surface. Journal of Robotic Systems, 1999, 16(12):715-726
- 18 Bruno Siciliano. Closed-Loop Inverse Kinematics Algorithm for Constrained Flexible Manipulators under Gravity. Journal of Robotic Systems, 1999, 16(6):353-362
- 19 Fung R-F, Chang H-C. Dynamic modeling of a non-linearly constrained flexible manipulator with a tip mass by Hamilton's Principle. Journal of Sound and Vibration, 1998, 216(5):751-769
- 20 Eftychios G, Christoforou. The Control of Flexible-Link Robots Manipulating Large Payloads: Theory and Experiments. Journal of Robotic Systems, 2000, 17(5):255-271
- 21 Queiroz M S, Dawson D M, et al. Adaptive Nonlinear Boundary Control of a Flexible Link Robot Arm. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1999, 15(4):779-787
- 22 员超. 柔性机械臂的主动控制研究.[博士学位论文]. 天津:天津大学, 1993
- 23 薛克宗, 赵平. 挠性机械臂三维动力建模与音挠性臂数值模拟. 清

- 华大学学报, 1993, 33(5): 73-81
- 24 边宇枢. 柔性机械臂动力学建模的一种方法. 北京航空航天大学学报, 1999, 25(4): 486-490
- 25 Nguyen P K *et al.* Structural Flexibility of the Shuttle Remote Manipulator. Proceedings of the Guidance and Control Conference, 1982: 1582-1586
- 26 Bernd Gebler. Feed-Forward Control Strategy for a Flexible Robot Arm with Elastic Links and Joints. IEEE, 1987: 923-928
- 27 Khorrami Farshad, Jain Sandeep. Nonlinear control with end-point acceleration feedback for a two-link flexible manipulator: Experimental results. Journal of Robotic Systems, 1993, 10(4): 505-530
- 28 张铁民. 柔性机械臂前馈控制的实验研究. 中国机械工程, 1998, 9(1): 39-41
- 29 Lin Lih-Chang, Yeh Sy-Lin. Composite adaptive control with flexible quantity feedback for flexible-link manipulators. Journal of Robotic Systems, 1996, 13(5)
- 30 Bai M, Zhou D H. Adaptive augmented state feedback control for an experimental planar two-link flexible manipulator. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1998, 14(6): 940-950
- 31 Khorrami Farshad. Adaptive nonlinear control for end-effector position tracking of multi-link manipulators with embedded active materials. Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, 1994, 1: 103-108
- 32 Lucibello P. Output Tracking for a Nonlinear Flexible Arm. ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1993, 115: 75-85
- 33 Xia, Jack Zhijie; Menq, Chia-Hsiang. Real time estimation of elastic deformation for end-point tracking control of flexible two-link manipulators. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME, 1993, 115(3): 385-393
- 34 Kino Masaru, Goden Tatsuhiro. Reaction torque feedback based vibration control in multi-degrees of freedom motion system. IECON Proceedings, 1998, 3: 1807-1811
- 35 Ozen Figen. New nonlinear stabilizing control law for flexible-link manipulators. Proceedings of the Japan/USA Symposium on Flexible-link manipulators, 1996, 1: 291-298
- 36 Talebi H A, Khorasani K. Neural network based control schemes for flexible-link manipulators: simulations and experiments. Neural Networks, 1998, 11(7-8): 1337-1357
- 37 Talebi H A, Khorasani K. Tip-position tracking for flexible-link manipulators using artificial neural networks: Experimental results. IEEE International Conference on Neural Networks Conference Proceedings, 1998, 3(4-9): 2063-2068
- 38 Rossi Mauro, Wang David. Issues in the design of passive controllers for flexible-link robots. International Journal of Robotics Research, 1997, 16(4): 577-588
- 39 Ingole A R, Bandyopadhyay B. Variable structure control application for flexible manipulators. Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications, 1994, 2: 1311-1316
- 40 Kim D H, Lee Kyo-Il. Tracking control design combined robust and adaptive scheme for flexible joint manipulators. IEEE conference on Control Applications, 1996: 1112-1117
- 41 Li Y, Kang J. Combined robust control method for trajectory tracking of multi-link flexible manipulator. Modeling, Measurement & Control, 1998, 65(2): 27-37
- 42 李元春, 陆佑方, 唐保健. 双连杆柔性臂轨迹跟踪的鲁棒控制. 自动化学报, 1999, 25(3): 330-336
- 43 王树新. 多臂机器人系统的理论方法和实验研究. [博士学位论文]. 天津: 天津大学, 1993
- 44 樊晓平, 徐建闽, 毛宗源. 受限柔性机器人基于遗传算法的自适应模糊控制. 自动化学报, 2000, 26(1): 61-67
- 45 Lee J X, Vukovich G. Fuzzy control of a flexible link manipulator. Proceedings of the American Control Conference, 1994, 1: 568-574
- 46 Yazdanpanah M J, Khorasani K. Uncertainty compensation for a flexible-link manipulator using nonlinear Hinf control. International Journal of Control, 1998, 69(6): 753-771
- 47 申铁龙. Hinf 控制理论及应用. 北京: 清华大学出版社
- 48 Song G, Cai L. New approach to robust position/force control of flexible-joint robot manipulators. Journal of Robotic Systems, 1996, 13(7): 429-444
- 49 Bossert David, Ly Uy-Loi, *et al.* Experimental comparison of robust reduced-order hybrid position and force optimization techniques for a two-link flexible unipulator. IEEE Conference on Control Applications, 1996: 982-987
- 50 Nilsson Bernt, Nygard Jonas, *et al.* Control of flexible mobile manipulators: positioning and vibration reduction using an eye-in-hand range camera. Control Engineering Practice, 1999, 7(6): 741-751
- 51 Sharf I. Active damping of a large flexible manipulator with a short-reach robot. Proceedings of the American Control Conference, 1995, 5: 3329-3333
- 52 Lin Z C, Patel R V. Cartin control of redundant flexible-joint manipulators. International Journal of Robotics and Automation, 1998, 13(3): 76-86
- 53 樊晓平, 徐建闽, 毛宗源, 周其节. 受限柔性机器人臂的鲁棒变结构混合位置/力控制. 自动化学报, 2000, 26(2): 176-183
- 54 刘妹琴, 陈际达. 一种基于 RBF 神经网络的机器人柔性臂的自适应控制. 机器人, 1999, 21(7): 488-493
- 55 樊晓平, 徐建闽, 毛宗源, 周其节. 受限柔性机器人臂的自适应模糊力/位置控制. 机器人, 1999, 21(6): 455-465
- 56 丁希仑, 陈伟海, 张启先. 空间机器人柔性臂动力学模糊控制的研究. 北京航空航天大学学报, 1999, 25(1): 104-107
- 57 刘才山, 王建明, 阎绍泽, 刘又午. 滑模变结构控制在柔性机械臂中的应用. 天津大学学报, 1999, 32(2): 244-247
- 58 王大龙, 陆佑方, 郭九大. 单连杆柔性机械臂动力学模型分析. 吉林工业大学学报, 1998, 28(2): 51-56
- 59 王大龙, 陆佑方, 陈塑寰, 李晓光. 双连杆柔性机械臂的非线性轨迹跟踪控制. 吉林工业大学学报, 1996, 26(2): 53-58
- 60 李善姬, 金在权, 刘龙哲. 双连杆柔性机械臂的轨迹控制. 延边大学学报, 2000, 26(1): 44-47