

李 俊, 张绍东, 易 帆. 重力波包在中层大气温度波导中传播的数值模拟. 地球物理学报, 2007, 50(4):1030~1039
Li J, Zhang S D, Yi F. A numerical simulation on gravity waves propagation in mesospheric thermal duct. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2007, 50(4):1030~1039

重力波包在中层大气温度波导中传播的数值模拟

李 俊, 张绍东, 易 帆

武汉大学电子信息学院, 武汉 430079

摘 要 给出了重力波在中层大气温度波导中的反对称形式导制传播的线性理论模型, 并采用二维非线性的数值模型对重力波波包在中层大气温度波导中的传播和演变过程进行了模拟研究. 模拟的结果表明, 下层大气激发的重力波能量进入波导区域后被俘获形成导制传播. 重力波在波导内不停地来回反射, 垂直方向的自由传播受到限制, 能量在波导内沿着水平方向传输, 模拟得到的波参数与理论值相近. 重力波包在温度波导中传播时伴随着能量泄漏, 且能量泄漏的速率随时间变缓, 最终总有部分能量被限制在波导区域. 重力波在水平方向上传播几百公里后, 依然维持着良好的波结构, 同时数值模拟也给出了重力波在波导区域内能量密度的时空分布.

关键词 重力波, 中层大气, 温度波导, 数值模拟

文章编号 0001-5733(2007)04-1030-10

中图分类号 P433

收稿日期 2007-01-18, 2007-03-06 收修定稿

A numerical simulation on gravity waves propagation in mesospheric thermal duct

LI Jun, ZHANG Shao-Dong, YI Fan

School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan 430079, China

Abstract The linear theory of antisymmetric ducted gravity waves supported by mesospheric thermal duct is presented, propagation and evolution of gravity wave packets in thermal duct is also simulated by using a nonlinear two-dimensional model. Numerical results show that lower atmospheric wave disturbance can penetrate into the duct area and be trapped. Gravity waves keep reflecting between two boundaries of the thermal duct, and wave energy is transported horizontally through the duct. Characteristics of gravity waves calculated from simulated results are little different to those derived from the linear duct theory. While wave packets propagate in the thermal duct, wave energy will be leaked. However some energy is always restricted in the duct area, for the loss rate of energy gradually decreases. Wave structures keep well after propagating horizontally for hundreds of kilometers, and evolution of the energy density distribution in the duct is also presented.

Key words Gravity waves, Mesosphere, Thermal duct, Numerical simulation

1 引 言

重力波是中高层大气最重要的动力学过程之

一, 重力波能量和动量的输运对于大气不同层区间的耦合与全球大气能量的收支平衡都起着相当重要的作用, 同时重力波的活动也会引起大气环流结构的变化^[1, 2].

基金项目 国家自然科学基金(40336054, 40504018, 40575020), 长江学者和创新团队发展计划、教育部科技重点项目资金和新世纪优秀人才支持计划共同资助.

作者简介 李 俊, 男, 1981 年生, 2001 年于武汉大学电信学院获学士学位, 现为该校博士研究生, 主要从事中高层大气动力学过程的数值模拟研究. E-mail: hetongli@sina.com

重力波在大气中传播时,若 $m^2 > 0$ (m 为垂直波数),波在垂直方向为自由传播;若 $m^2 < 0$,则波振幅随着波在垂直方向上的传播逐渐衰减,波为消散波.当重力波由 $m^2 > 0$ 的区域进入 $m^2 < 0$ 的区域时,就会在边界处发生反射;如果重力波自由传播区域的上下层均有 $m^2 < 0$ 的反射层出现,那么重力波就会在两个反射层间被俘获而形成导制传播.大气中浮力频率的梯度或者风场的剪切都可能俘获重力波而形成波导,在俘获过程中,风剪切起主导作用的波导称为多普勒波导^[3],浮力频率梯度起主导作用的波导为温度波导^[4].

波导结构在真实大气中很常见,由于大气温度随着高度增加而持续变化,在温度梯度较大的低热层和梯度稍小的平流层都可以形成重力波的温度波导^[4],中层大气中逆温层的出现也可能俘获重力波而形成温度波导^[5,6].利用气辉成像仪已经观测到了很多重力波的导制传播事件^[7,8],Walterscheid et al.^[9]则认为气辉成像仪观测到的绝大多数准单色重力波都是温度导制传播事件.

波导结构在很多方面都影响着大气中重力波的活动.首先,自由传播的重力波有着垂直方向传播的分量,因此在水平方向远离波源的地方,只有导制传播模式下的重力波才可能在波源的高度上被观测到.其次,重力波源(如湍流)往往在水平方向有一定的尺度,而激发出的重力波在导制传播模式下可能被限制在波源高度达一定的时间,由于共振效应或者非线性效应就可能产生一个振幅较大的波^[10,11].再次,气辉成像仪所观测到的不同气辉层间扰动的反相结构,也可能是由于大气重力波的导制传播所引起的^[8,12],这样的结构被认为和重力波的反对称导制传播活动联系密切.

重力波波导对大气中的能量输运过程也起着很重要的影响.重力波被波导俘获后,波在垂直方向上的传播受到限制,相应的波能量也被局限在波导区域所在高度上.Walterscheid et al.^[13]的模拟工作也证实,低层大气对流激发的重力波到达中层大气被俘获后,能量可以沿着波导在水平方向上被传输到离波源非常远的地方.Fritts et al.^[12]也曾指出无论是估计重力波对中层大气背景能量与动量通量流的贡献时,还是在大尺度环流模型重力波参量化的计算中,都应充分考虑到重力波导制传播活动的影响.中层顶附近水平小尺度重力波输运的动量和能量通量流常常利用气辉成像仪观测到的重力波活动来进行估算^[14,15],而这些估算中就很少考虑到重力波导制传

播的效应^[16].

目前关于重力波在波导中具体能量传输过程的研究较少,为了进一步理解波导结构对于中层大气重力波能量传输过程的影响,本文通过对特征值问题的求解获得了重力波在中层大气温度波导中传播的色散方程;并用数值的方法模拟了重力波包在温度波导中的传播过程,详细地讨论了温度波导中重力波的传播特性、波包结构的演化,将模拟的结果与理论预测进行了比较,并着重分析了波导中重力波包的能量密度分布和能量传输过程.

2 导制传播模式

重力波在大气温度波导中导制传播模式长时间来一直被人们所关注,Nappo^[17]分析了重力波在近地面温度波导简化模型中的传播,获得了解析形式的色散关系.然而该模型一方面假定分层大气上层的浮力频率为零,另一方面由于地面处刚性边界的存在,使模型无法直接应用于中层大气.Seyler^[11]讨论重力波在大气逆温层中的传播时,也给出了重力波的中层大气温度波导模式.该模型在垂直方向上采用了周期性边界条件,这样可以保证波导区域中重力波总能量随时间的守恒,然而却与实际情况差异较大.因此本文在上述两种模式分析的基础上做了进一步的发展,讨论了更符合实际情况的重力波在中层大气温度波导中的传播模型.

中层大气温度波导的浮力频率垂直分布形式,在大气水平均匀分层时可简化为^[5,11]

$$\begin{cases} N^2(z) = N_0^2, & |z - z_0| < h, \\ N^2(z) = N_1^2 < N_0^2, & |z - z_0| > h, \end{cases} \quad (1)$$

其中 z 为垂直方向坐标, z_0 为温度波导的中心高度, h 为温度波导的半宽,浮力频率的分布关于波导中心高度 z_0 对称,在波导区域内大气浮力频率为 N_0 ,在波导区域外大气浮力频率为 N_1 .

在背景风速为零时,Nappo^[17]将 Taylor-Goldstein 方程简化为

$$\frac{d^2 \hat{\psi}}{dz^2} + \left[\frac{k^2 N^2}{2} - k^2 \right] \hat{\psi} = 0, \quad (2)$$

其中 ω 为重力波频率, k 为水平波数, $\hat{\psi}$ 为密度加权后的垂直风扰动, $\hat{\psi}$ 与垂直风扰动 w 的关系满足 $\hat{\psi}(z) = \left(\frac{\rho_0(z)}{\rho_s} \right)^{1/2} w(z)$, 其中 ρ_0 为背景大气密度, ρ_s 为地表大气密度.方程(2)解的形式为

$$\hat{\psi}(z) = A e^{i m z} + B e^{-i m z},$$

其中 m 为重力波的垂直波数, $m^2 = k^2 \left[\frac{N_0^2}{2} - 1 \right]$.

对于导制传播的重力波, 波频率满足 $N_1 < \omega < N_0$, 令 $z = z - z_0$, 控制方程可写为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \hat{\psi}}{dz^2} + k^2 \left[\frac{N_0^2}{2} - 1 \right] \hat{\psi} &= 0, |z| < h, \\ \frac{d^2 \hat{\psi}}{dz^2} + k^2 \left[\frac{N_1^2}{2} - 1 \right] \hat{\psi} &= 0, |z| > h. \end{aligned} \quad (3)$$

令

$$m_0^2 = k^2 \left[\frac{N_0^2}{2} - 1 \right], m_1^2 = k^2 \left[1 - \frac{N_1^2}{2} \right], \quad (4)$$

$|z| < h$ 范围内, 特征函数的完整形式为 $\hat{\psi}(z) = A_1 \sin(m_0 z) + A_2 \cos(m_0 z)$. 其中 \sin 项对应着重力波导制传播的反对称形式; \cos 项对应着对称形式. Seyler^[11] 认为在进行传播模式分析时, 可以把这两项分别提出来进行单独的分析.

重力波在中层大气波导中的导制传播常被用来解释气辉成像仪所观测到的不同层间 180° 反相的结构^[8, 12], 这样的结构往往和重力波的反对称导制传播联系密切, 因此本文也将主要讨论重力波的反对称导制传播. 反对称导制传播时, 只需要考虑 $z = 0$ 时的情况, 此时方程 (3) 的特征函数解形式为

$$\begin{aligned} \hat{\psi}(z) &= A \sin(m_0 z), & z < h \\ \hat{\psi}(z) &= B e^{m_1(z-h)} + C e^{-m_1(z-h)}, & z > h \end{aligned} \quad (5)$$

在 $z = h$ 处, 由动力学和运动学边界条件, 可知 $\hat{\psi}$ 和它的导数都是连续的, 即

$$A \sin(m_0 h) = B + C, \quad (6)$$

$$A m_0 \cos(m_0 h) = m_1 B - m_1 C. \quad (7)$$

将 (6) 式乘以 m_1 再与 (7) 式相加可得

$$k_1 \sin(m_0 h) + m_0 \cos(m_0 h) = 2 m_1 B / A. \quad (8)$$

在 $z > h$ 高度以上, 考虑到导制传播情况下重力波的振幅会随着高度衰减, 因此有 $m_1 > 0, B = 0$. 为了满足 $B = 0$, 所以必然有

$$\tan(m_0 h) = -m_0 / m_1,$$

将 m_0 和 m_1 的表达式 (4) 代入, 可得

$$\tan \left[kh \left(\frac{N_0^2}{2} - 1 \right)^{1/2} \right] = - \frac{(N_0^2 - 2)^{1/2}}{(2 - N_1^2)^{1/2}}. \quad (9)$$

(9) 式即为重力波在温度波导中传播时的色散方程, 对于给定的水平波数 k , 会有相应的 m_0 满足方程, 由于左边的正切函数为周期为 π 的函数, 因此会有一系列的离散的 m_0 同时满足方程. 这些解将出现在正切函数的相位为 $\pi/2$ 的奇数倍附近, 即 $m_0 h = (2n+1)\pi/2$, 此时在 $z = h$ 处, 特征函数 $\hat{\psi}(z) =$

$A \sin(m_0 z) = 0$, 而每个满足方程的解 m_0 都对应着重力波的一种导制传播模式. 如果正切函数的相位恰好为 $\pi/2$ 的整数倍, 则此时的解对应着重力波的完全导制传播模式, 否则为部分导制传播. 对于给定的水平波数 k , 重力波所有的导制传播模式中, $n=0$ 所对应的重力波模式的频率最高; 随着 n 的增加, 所对应模式的重力波频率逐渐减小. 结合 (5) 式中的特征函数形式可知, $n=i$ 对应的重力波模式将在 $0 < z < h$ 范围内有 i 个节点 ($\hat{\psi} = 0$). 而在实际大气中 n 值较小的模式更容易出现, 因此本文将着重讨论重力波在 $n=0$ 模式下的导制传播, 下文出现的波传播模式如果没有特殊说明, 均指 $n=0$ 模式下的导制传播.

中层大气温度波导结构可近似由波导半宽 h 、俘获层大气浮力频率 N_0 、消散层大气浮力频率 N_1 三个参数决定, 由色散方程 (9) 也可知道重力波在波导中的传播特性与波导中心所处的高度无关. 根据色散方程 (9), 我们也可以获得该重力波相关参量 (如水平相速度 v_p 、水平群速度 v_g 等) 的表达式, 然而由于方程的形式复杂, 解的解析形式难以获得. 但我们可以用离散的方法画出基于该方程的频率与水平波数散点图, 并算出相速度、群速度等参量. 本文选取一个具体的温度波导模型, 通过对色散方程离散的求解, 讨论重力波在其中的传播. 波导结构参数的选取为 $N_1 = 1.23 \times 10^{-2} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $N_0 = 2.61 \times 10^{-2} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ (对应的 Brunt 周期分别为 7.5 min 和 4 min), $z_0 = 30 \text{ km}$, $h = 10 \text{ km}$. 参数的选择参考了大气中平流层附近可能出现的温度波导结构, 对于实际大气中浮力频率随高度的分布作了分段常数近似. 这样的近似在温度波导模型的分析中很常见^[5, 11, 18], Munasinghe et al.^[19] 和 Hur^[20] 也是将 0~200 km 范围内的浮力频率分布用了若干个矩形结构来进行简化. 而对于中层大气中其他高度上可能存在的温度波导, 如中层顶处的温度梯度结构, 或者由于较强的逆温层结构所形成的温度波导等, 只需要对波导宽度及浮力频率参数进行适当的调整, 本文的模型分析依然是可行的.

图 1 即为离散求解得到的重力波在温度波导中频率和水平群速随水平波数的变化. 波导中重力波的频率介于 N_1 和 N_0 之间, 并随着水平波数的增加而逐渐增加; 重力波的水平群速度随着水平波数的增加而逐渐减小, 在水平波数较小的区域, 水平群速度随波数的增加下降得更快.

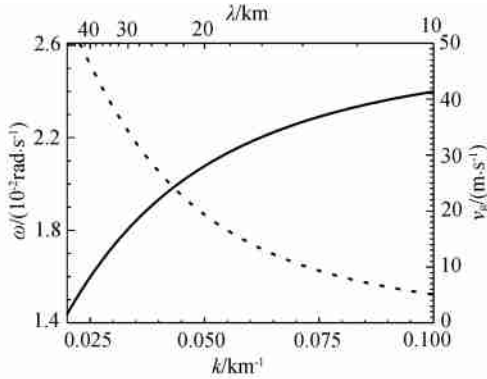


图1 重力波在温度波导中传播时频率(实线)和水平群速(虚线)随水平波数的变化

$N_1 = 1.23 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-1}$, $N_0 = 2.61 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-1}$, $h = 10 \text{ km}$.
 Fig.1 Frequency (solid curve) and horizontal group velocity (dotted curve) as a function of horizontal wavenumber obtained from numerical solutions for the pure thermal duct

3 数值方法

3.1 控制方程

二维可压大气中,忽略大气黏性和地球自转效应,大气运动控制方程可写为如下形式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial(u)}{\partial x} + \frac{\partial(w)}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial(u)}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial(w)}{\partial t} + \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial(w^2)}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} + g &= 0, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(Tu)}{\partial x} + \frac{\partial(Tw)}{\partial z} - T \left[1 - \frac{R}{c_v} \right] \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= 0, \\ P &= RT, \end{aligned} \tag{10}$$

其中, x 和 z 分别是水平和垂直方向坐标; u 和 w 分别是水平和垂直风速; ρ 、 P 和 T 分别是密度、压强和温度; R 为普适气体常数 ($R = 286.98 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$); c_v 为定容比热 ($c_v = 781 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$); g 为重力加速度常数 ($g = 9.80225 \text{ m s}^{-2}$).

3.2 初始背景大气

假设背景大气水平均匀分层并且满足流体静力学平衡条件,背景风速为零.温度波导模型方程(1)中,背景大气的浮力频率在界面 $z = z_0 \pm h$ 处不连续,在数值模拟时,我们可以对浮力频率的分布作平滑近似^[11],令

$$N^2(z) = N_1^2 + (N_0^2 - N_1^2) e^{-\left(\frac{z-z_0}{h}\right)^4} \tag{11}$$

温度波导模型参数与第2节模型分析时选取的温度波导参数一致,即 $N_1 = 1.23 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-1}$, $N_0 = 2.61 \times 10^{-2} \text{ rad s}^{-1}$, $z_0 = 30 \text{ km}$, $h = 30 \text{ km}$.下边界温度选取 $T_c = 270 \text{ K}$,由浮力频率的分布和静力学平衡条件就可计算出背景大气的温度分布.不计波导的影响时,大气中自由传播的重力波满足色散方程

$$m^2 = k^2 \left[\frac{N^2}{f^2} - 1 \right] - \frac{1}{4H^2} \tag{12}$$

其中 H 为大气的密度标高,方程忽略了地球自转效应.如果已知重力波的周期和水平波长,则可以由(12)式计算出该重力波在背景大气中传播时垂直波数随高度的分布.

图2a即为平滑处理之后的背景大气浮力频率分布,图2b为背景大气的温度分布,图2c为周期为360 s,水平波长为30 km的重力波在背景大气中传播时垂直波数随高度的分布.从图中可以看出垂直

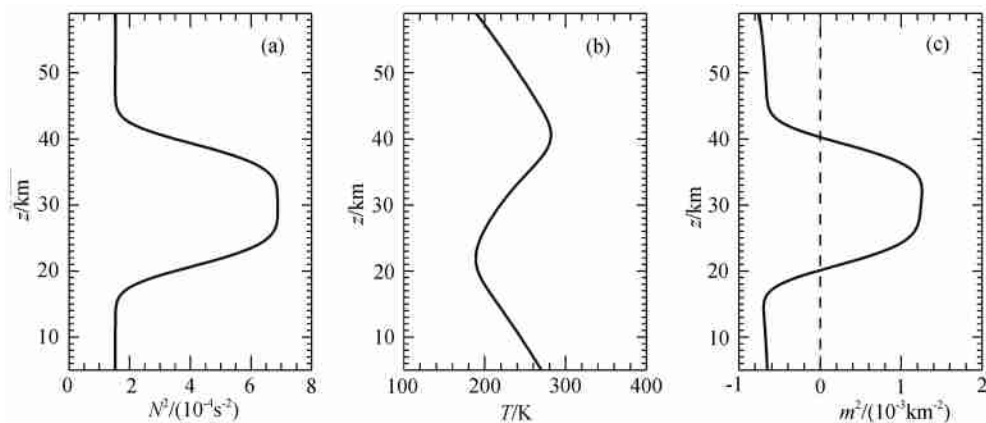


图2 背景大气 N^2 (a), 温度 (b), 据色散方程(12)得到的 m^2 (c) 随高度的分布

$2\pi / \omega = 360 \text{ s}$, $2\pi / k_x = 30 \text{ km}$.

Fig.2 Profiles of initial background N^2 (a), temperature (b), and m^2 derived from the dispersion Eq. (12) (c)

方向上 20 ~ 40 km 区域内 $m^2 > 0$, 重力波自由传播, 其余区域内 $m^2 < 0$, 重力波垂直方向上的自由传播受到限制, 可知该重力波在 20 ~ 40 km 的高度范围内可以形成导制传播.

$$w(x, t) = \begin{cases} w_0 \sin\left(\frac{2}{8T}t\right) \exp\left[-\frac{(x-x_c)^2}{2\frac{x}{x_c}}\right] \sin\left(k_x \cdot x - \frac{2}{T}t\right), & 0 < t < 4T, \\ 0, & t > 4T, \end{cases} \quad (13)$$

其中 $k_x = 2/30 \text{ rad} \cdot \text{km}^{-1}$, $T = 360 \text{ s}$, $x = 30 \text{ km}$, $x_c = 120 \text{ km}$, $w_0 = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 强迫扰动在水平方向上为以 $x_c = 120 \text{ km}$ 处为中心, 半宽 30 km 的高斯形包络, 扰动在前 24 min 持续存在, 初始扰动的相速在水平方向为正向传播. 当背景为等温大气时, 上述垂直风强迫会在下边界处产生一个中心频率 $\omega = 2/360 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, 水平波长 30 km 的重力波包, 由色散关系 (12) 式可以计算出该重力波的垂直波长为 3.95 km, 由线性重力波理论可以进一步求出该重力波的水平群速为 $4.61 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 水平相速为 $83.33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 垂直群速为 $126.06 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 而根据由温度波导特征值问题得到的公式 (9) 和图 1 可知, 水平波长为 30 km 时, 温度波导内重力波的频率为 $1.81 \times 10^{-2} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, 对应的波周期 348.1 s, 水平群速为 $34.20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 水平相速 $86.26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 由公式 (4) 也可求出在波导区域内该重力波的垂直波数为 $3.48 \times 10^{-2} \text{ km}^{-1}$, 对应的垂直波长为 28.77 km.

3.4 计算方法

本文采用了全非线性的 FICE 格式对二维无黏可压缩大气的控制方程进行了数值模拟. FICE 格式曾经成功地用于重力波的非线性传播研究^[21~23]. 具体的算法和网格选取在文献 [21] 里有详细的描述. 在本文的算例中, 水平和垂直方向上分别选取周期边界条件和近特征线边界条件, 这样的边界条件有利于能量顺利地传出边界而没有能量反射; 水平与垂直计算区域分别为 0 ~ 1200 km 和 5 ~ 75 km, 水平与垂直步长分别为 2 km 和 0.5 km.

4 计算结果与分析

4.1 垂直风扰动

图 3 为不同时刻密度加权后的垂直风扰动 $\psi = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1/2} w$, 其中 ρ_0 为下边界处背景大气密度. 从图中可以看到, 下边界强迫引起的垂直风扰动在第

3.3 强迫扰动

初始时刻, 在下边界 $z_c = 5 \text{ km}$ 处引入垂直风强迫, 时空分布形式为

15 min 时就已经进入了波导区域, 并且达到 50 km 的高度. 在第 75 min 时, 下边界处的扰动能量已全部进入波导区域, 波包在水平方向上向右传播了约 100 km, 而波包结构在垂直方向上依然被限制在 10 ~ 50 km 高度范围内. 波包水平向右传播的同时, 扰动区域逐渐变大, 振幅逐渐减小. 第 15 min 时, 波导区域内 ψ 的最大值为 $0.25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, w 最大值为 $2.65 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 而到了第 315 min 时, ψ 的最大值减小为 $0.10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 波包也已向右传播了很长一段距离, 在水平方向上形成一个长长的波列. 波包长时间地沿着水平方向传播, 并且波包结构保持清晰完好, 我们由此可以认定模拟例子中的重力波发生了良好的导制传播. 用最大熵谱法对波导范围内的各高度上的垂直风扰动做频谱分析, 然后进行平均可以求出温度波导内重力波的水平波数为 $0.32 \times 10^{-1} \text{ km}^{-1}$, 对应的水平波长 31.25 km. 该水平波长与初始扰动的水平波长 30 km 之间的差异为 1.25 km, 小于本文模拟计算中的水平步长 2 km, 由此也可认为重力波在进入温度波导的过程中, 水平波长基本无变化.

4.2 色散关系

图 4 为垂直风扰动 ψ 在水平方向 150 km 处随时间和高度的变化, 图中实线代表 $\psi > 0$, 虚线代表 $\psi < 0$. 根据垂直风扰动随时间和高度的变化, 我们可以用最大熵谱法获得波导区域内重力波的频率和垂直波长, 将图 4 中波导区域 20 ~ 40 km 内各高度上垂直风随时间的扰动分别进行谱分析, 得到各高度上最主要的扰动频率后再进行平均, 就可以得到波导区域内重力波的频率为 $2.59 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, 对应的波周期为 381.6 s, 略大于线性理论值 348.1 s. 将波导范围内垂直风扰动随高度的分布在各个时间点进行频谱分析后平均, 就可得到波导内重力波的垂直波数为 $0.34 \times 10^{-1} \text{ km}^{-1}$, 对应的垂直波长为 29.4 km, 略大于理论值 28.77 km.

波导中重力波的周期 381.6 s 与初始时刻强迫

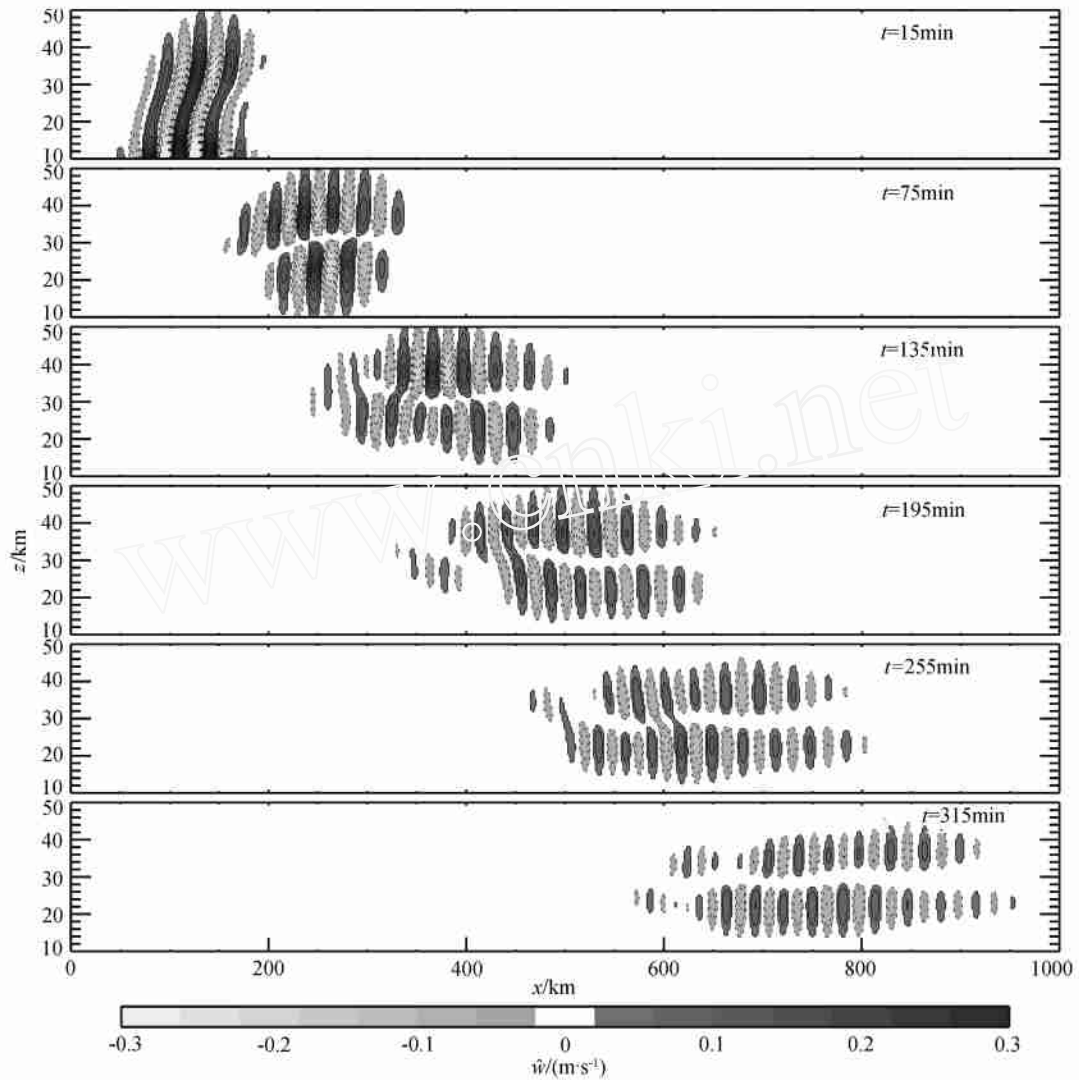


图 3 不同时刻的密度加权的垂直风扰动 \hat{w}

Fig. 3 The density weighted vertical velocity \hat{w} at different times

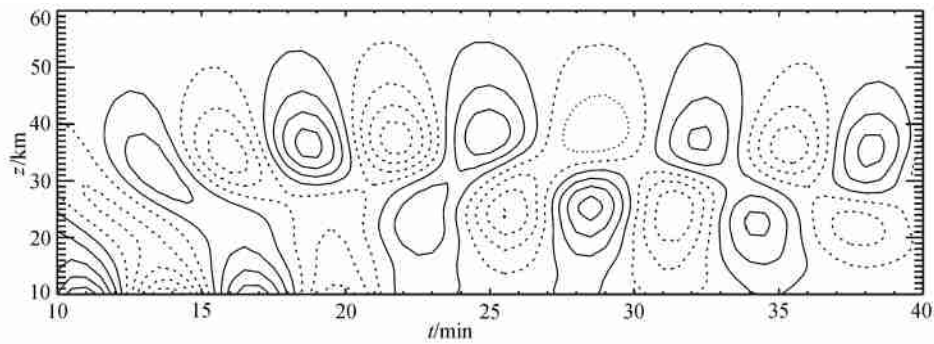


图 4 水平方向 150 km 处,垂直风扰动 \hat{w} 随时间和高度的变化

虚线表示 $\hat{w} < 0$, 等值线的间隔为 0.08 m s^{-1} , 实线的最小值和虚线的最大值分别为 0.04 m s^{-1} 和 -0.04 m s^{-1} .

Fig. 4 Height versus time structure of the weighted vertical wind disturbance \hat{w} at 150 km in horizontal direction

Dotted lines indicate $\hat{w} < 0$. Contour interval is 0.08 m s^{-1} . The minimum solid contour and maximum dotted contour are 0.04 m s^{-1} and -0.04 m s^{-1} , respectively.

扰动的周期有一定的差异,这是由于波导区域内外介质之间存在的差异引起的.强迫扰动激发出来的重力波,周期为 360 s,水平波长为 30 km,由图 2 的分析可知 20 km 高度以下的区域对于该重力波而言为消散层, $m^2 < 0$,扰动生成的能量无法以重力内波

的形式自由向上传播,只有部分能量能以消散波的形式向上穿透该层,进入波导区域后被波导俘获.根据公式(9)可知,确定温度波导中重力波的频率依赖于波的水平波数的值,这就可能造成波导内重力波的频率与强迫扰动频率的不一致.

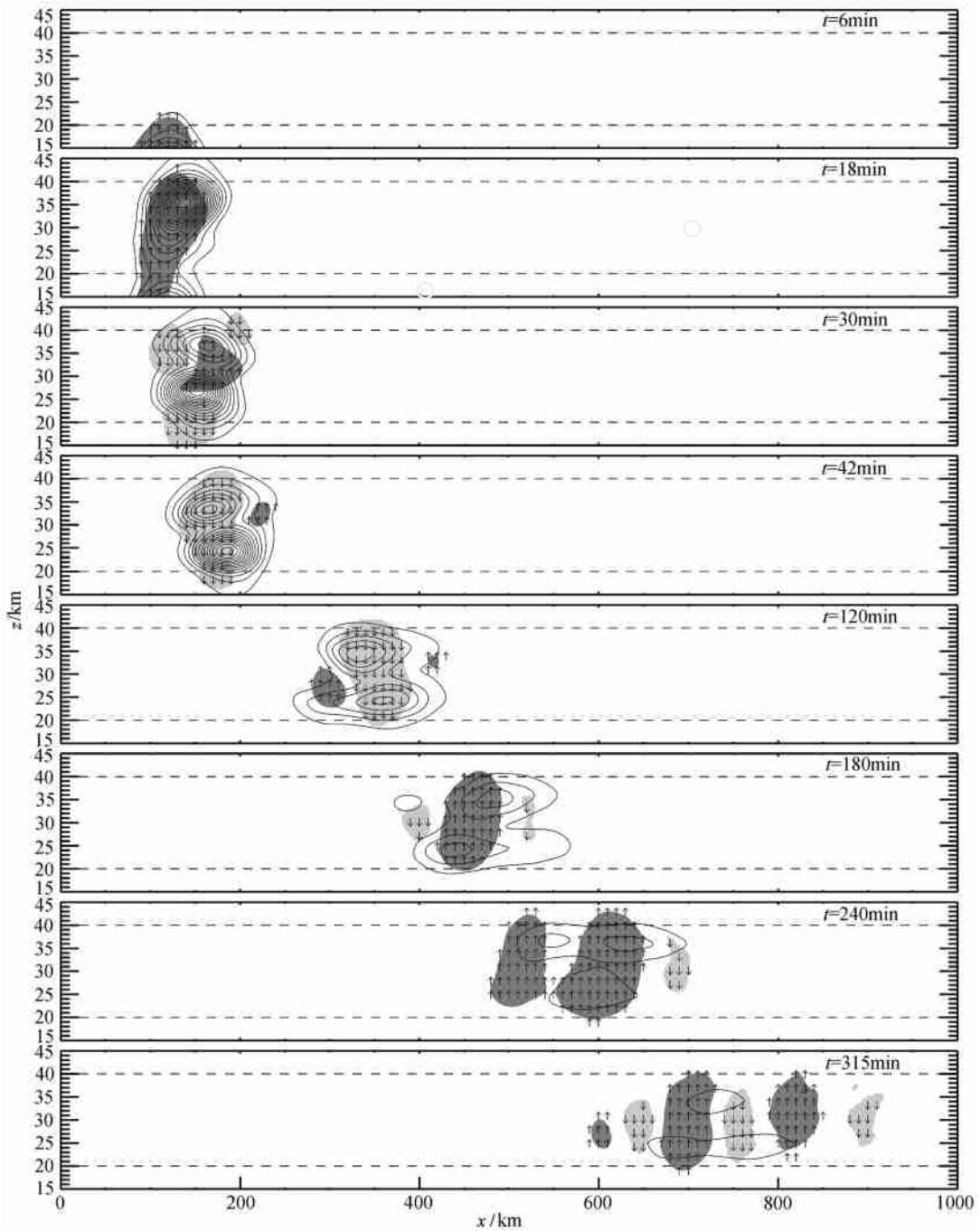


图 5 不同时刻平均波能量密度的分布

等值线间隔为 $0.5 \times 10^{-2} \text{ J m}^{-2}$, 最小值为 $0.5 \times 10^{-2} \text{ J m}^{-2}$; 深色阴影和向上的箭头代表该区域波能量向上传播, 浅色阴影和向下的箭头代表该区域波能量向下传播; 虚线所示为理论预测波导区域.

Fig. 5 Distribution of the averaged wave energy density at different times

Contour intervals are $0.5 \times 10^{-2} \text{ J m}^{-2}$, the minimum value is $0.5 \times 10^{-2} \text{ J m}^{-2}$; Darker shaded contours and upward arrows represent regions of upward energy flux, and lighter shaded contours and downward arrows indicate downward energy flux; The dashed lines imply the duct area.

图 4 中波导区域内重力波在垂直方向上只有一个波结构,波节点出现在波导的中心高度 30 km 附近,30~50 km 范围内没有新的节点出现,由此可知此时波导内的重力波主要为以 $n=0$ 的模式存在。

4.3 波能量密度

大气中波导的出现使得重力波携带的能量在垂直方向上的传输受到阻碍,波能量有可能沿着水平方向被传输到很远的地方。为了进一步理解重力波在波导中传播时的能量分布与能量传输过程,我们计算出了重力波在不同时刻的平均能量密度 w 和平均垂直波能流密度 P_w ,其中 w 的实现方法为采用水平截止波长为 60 km 的滤波器进行低通滤波。重力波能量密度由(14)式给出:

$$w = \frac{1}{2} \rho_0 (u^2 + w^2) + \frac{P^2}{2 \rho_0 v_a^2} + \frac{(P - \rho_0 v_a^2)^2}{2 \rho_0 (v_a^2 - 1) v_a^2}, \quad (14)$$

其中 P 、 w 分别为大气压强和密度的扰动, u 为水平风扰动, v_a 为大气声速。

图 5 为不同时刻平均波能量密度和平均垂直波能流密度的空间分布,图中等值线所示为能量密度;深色阴影和向上的箭头代表该区域 $P_w > 0$,波能量向上传播,浅色阴影和向下的箭头代表该区域 $P_w < 0$,波能量向下传播;虚线所示为线性理论预测的波导区域。从图 5 中可以看出,初始时刻下边界扰动产生的能量一直向上传播进入波导区域,在第 18 min 时,波包能量已经到达理论预测的波导上边界(40 km 高度)附近,并且绝大部分能量集中在波导区域的上半部分,波能流方向依然向上。而在第 30 min 时,波包已经在波导上边界处发生了反射,此时波能量在垂直方向上向下传播,引起了大部分能量在波导区域的下半部分的聚集,同时波导内局部区域出现了向上的波能流。随着时间的推移,波能量密度最大值所处的位置在波导区域的上下两个部分内交替出现。波包在水平方向上逐渐向右传播,波导区域在同一时刻存在着向上和向下传播的波能量,波能流向上与向下的区域在水平方向上交替排列,由此可知此时的重力波在波导区域内形成了多个来回的反射。在实际观测中要想获得这种多个反射的结构时,就需要探测设备在水平方向上具有较大的覆盖度和在垂直方向具有较高的分辨能力,目前单一的探测手段还难以达到这样的要求。从图 5 也可以看出模拟出的重力波导制传播区域与线性理论预测的波导区域比较吻合。

4.4 波传播路径

图 6 为波导区域内重力波包能量中心在波导区域内的传播路径;这里的能量中心不是能量密度最大值所在处,而是波包的能量重心所在处。图中“*”代表每 3 min 时刻波包能量中心的位置,其中第一个“*”代表第 9 min 时的数据(更早时刻的波能量尚未进入波导区域)。从图 6 可以看出,波能量进入波导区域后一直向上传播,能量中心到达约 34 km 高度后开始向下移动。经过一段时间的传播后,重力波在波导区域内的传播逐渐趋于稳定,能量中心围绕着波导中心高度上下来回振荡,振荡区域的厚度约为 3 km,远小于波导的厚度。虽然重力波在波导边界处发生反射,然而由于波导内的重力波具有较大的垂直波长,能量分布在整个波导区域高度内,所以计算出的能量中心却离反射层有较大的距离。波能量中心在水平方向上向右传播,由初始时刻扰动中心 120 km 处,经过 315 min 后到达了 738.2 km 处,由此可以计算出波包的平均水平群速为 $32.71 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,略小于理论计算的 $34.20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

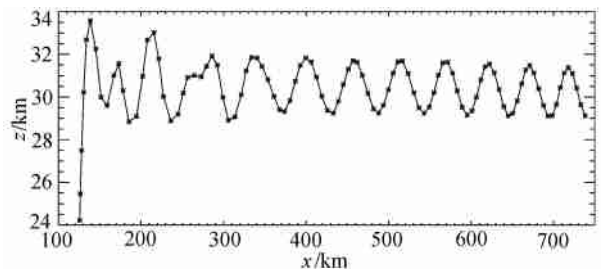


图 6 波包能量中心在波导内的传播路径

Fig. 6 The path of the wave packet energy cent propagating in the duct

4.5 波导内的总能量

导制传播时,重力波在波导上下边界处来回反射,人们常认为重力波在波导中传播时没有能量损耗,然而 Nappo^[17]指出消散波在垂直方向上也有能量和动量的传输,正因为如此,下边界扰动产生的能量才能够向上传播进入波导区域^[24],同时重力波在波导中传播也可能伴随着能量的损耗。

初始大气的浮力频率分布关于波导中心高度 $z_0 = 30 \text{ km}$ 对称,因此我们以 30 km 高度为界,将波导区域分为上下两个部分。由图 5 可知波导的上下两个区域中分别有波能量的聚集,对上下区域内的重力波能量密度 w 在空间范围内积分,就可以获得波导范围内不同区域内能量随时间的变化,如图 7 所示。由图 7 可知,虽然波导区域关于波导的中心高

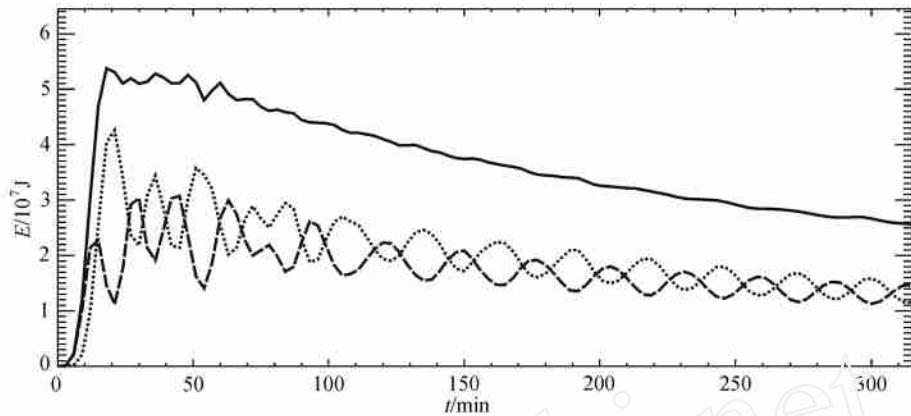


图 7 波能量随时间的变化

点线为垂直方向上 20 ~ 30 km 区域内的波能量, 虚线为垂直方向上 30 ~ 40 km 区域内的波能量, 实线为波导区域 20 ~ 40 km 内的总能量.

Fig. 7 Variation of wave energy in the duct area

The dotted line shows energy in the vertical 20 ~ 30 km area; the dashed line shows energy in the vertical 30 ~ 40 km area, and the solid line shows total energy in the full duct area (20 ~ 40 km).

度对称, 然而上下两个区域波一直不停地交换能量, 最终趋近于能量的平衡. 波导区域内的总能量在初始时刻随时间迅速地增加, 在第 18 min 时达到最大值 5.38×10^7 J, 然后波能量逐渐下降, 第 315 min 时降为 2.58×10^7 J. 从图中可以看出总的波能量随时间下降的趋势越来越缓慢, 因此我们可以对 60 min 以后总能量随时间变化曲线用指数函数来进行拟合:

$$E(t) = 3.30 \times 10^7 \exp\left[-\frac{t-60}{197.70}\right] + 1.66 \times 10^7, \quad (15)$$

其中 E 为波导内的总能量, 单位为 J, 时间 t 的单位为 min. 由拟合出的函数可知, 当 t 趋于无穷时, 波导区域内总能量应该为 1.66×10^7 J. 这表明, 虽然波导区域内总能量一直在减少, 然而下降的趋势逐渐变缓, 总有 $\frac{E(t \rightarrow \infty)}{E_{\max}} = \frac{1.66 \times 10^7}{5.38 \times 10^7} = 30.85\%$ 的能量被局限在波导区域.

5 总 结

重力波的导制传播现象在中层大气中很常见, 它强烈影响着大气的暂态结构和能量输运. 本文讨论了重力波在中层大气温度波导中的传播模式, 得到了重力波在温度波导中的导制传播时的色散方程; 并用全非线性的数值方法模拟了重力波的导制传播活动, 详细分析了重力波导制传播时的能量输

运过程.

低层大气扰动的能量在向上传播进入波导区域后可能被俘获形成稳定的导制传播, 本文的数值模拟工作成功地实现了重力波在中层大气温度波导中的导制传播, 并清晰地展示了波能量在波导区域内的多个来回反射结构. 模拟得到的重力波导制传播参数和理论推导预测值比较接近, 重力波导制传播时的水平波长、垂直波长与理论预测值相比略大一些, 波频率略小于线性理论预测. 本文的结果也表明, 重力波在导制传播时, 波能量集中分布在波导中心高度的两侧, 重力波在波导边界处的来回反射也引起波导上下两个区域内能量周期性地此消彼长, 同时使得总的能量中心一直在波导中心高度附近振荡.

重力波在温度波导中传播时还伴随着总能量的泄漏, 泄漏的速率随总能量的减小逐渐变缓. 在本文的模拟中, 最终会有约 31% 的能量一直被局限在波导区域内. 在现实大气中, 这一部分能量会由于黏性耗散等因素逐渐转化为背景能量, 引起背景环流的变化. 在估算重力波对于中层大气背景流能量与动量通量的影响时, 既要考虑大气波导对于重力波动量和能量的限制效应, 还要考虑到重力波导制传播时的能量泄漏, 本文数值模拟的工作为重力波在温度波导中传播时能量泄漏的估算提供了一种可能的方法. 本文中重力波在波导区域内耗时 5 h, 沿着水平方向传播了约 600 km 后, 依然维持着清晰的波形.

参考文献 (References)

- [1] Fritts D C. Gravity wave saturation in the middle atmosphere: a review of theory and observations. *Rev. Geophys.*, 1984, **23** (3): 275 ~ 307
- [2] Fritts D C, Alexander MJ. Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere. *Rev. Geophys.*, 2003, **41** (1), RG1003, doi: 10.1029/2001RG000106
- [3] Chimonas G, Hines C O. Doppler ducting of atmospheric gravity waves. *J. Geophys. Res.*, 1986, **91** (D1): 1219 ~ 1230
- [4] Fritts D C, Yuan Li. An analysis of gravity wave ducting in the atmosphere: Eckart's resonances in thermal and Doppler ducts. *J. Geophys. Res.*, 1989, **94** (D15): 18455 ~ 18466
- [5] Dewan E M, Picard R H. On the origin of mesospheric bores. *J. Geophys. Res.*, 2001, **106** (D3): 2921 ~ 2927
- [6] Meriwether J W, Cerrad A J. Mesosphere inversion layers and stratosphere temperature enhancements. *Rev. Geophys.*, 2004, **42** (3), RG0003, doi: 10.1029/2003RG000133
- [7] Tayler M J, Turnbull D N, Lowe R P. Spectrometric and imaging measurements of a spectacular gravity wave event observed during the ALOHA - 93 campaign. *Geophys. Res. Lett.*, 1995, **22** (20): 2848 ~ 2852
- [8] Isler J R, Taylor M J, Fritts D C. Observational evidence of wave ducting and evanescence in the mesosphere. *J. Geophys. Res.*, 1997, **102** (D22): 26301 ~ 26313
- [9] Walterscheid R L, Hecht J H, Vincent R A, et al. Analysis and interpretation of airglow and radar observations of quasi-monochromatic gravity waves in the upper mesosphere and lower thermosphere over Adelaide Australia (35°S, 138°E). *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, 1999, **61** (6): 461 ~ 478
- [10] Jones W L. Ducting of internal gravity waves on a stable layer with shear. *J. Geophys. Res.*, 1972, **77** (21): 3879 ~ 3885
- [11] Seyler C E. Internal waves and undular bores in mesospheric inversion layers. *J. Geophys. Res.*, 2005, **110** (D9), doi: 10.1029/2004JD004685
- [12] Snively J B, Pasko V P. Antiphase OH and OI airglow emissions induced by a short-period ducted gravity wave. *Geophys. Res. Lett.*, 2005, **32**, L08808, doi: 10.1029/2004GL022221
- [13] Walterscheid R L, Schubert G, Brinkman D G. Small-scale gravity waves in the upper mesosphere and lower atmosphere generated by deep tropical convection. *J. Geophys. Res.*, 2001, **106** (D23), doi: 31825 ~ 31832
- [14] Swenson G R, Haque R, Yang W, et al. Moment and energy fluxes of monochromatic gravity waves observed by an OH imager at Starfire. *J. Geophys. Res.*, 1999, **104** (D6): 6067 ~ 6080
- [15] Gardner C S, Gulati K, Zhao Y, et al. Measuring gravity wave momentum fluxes with airglow imagers. *J. Geophys. Res.*, 1999, **104** (D10): 11903 ~ 11915
- [16] Fritts D C. Errant inferences of gravity wave momentum and heat fluxes using airglow and lidar instrumentation: corrections and cautions. *J. Geophys. Res.*, 2000, **105** (D17): 22355 ~ 22360
- [17] Nappo C J. An Introduction to Atmospheric Gravity Waves. California: Academic Press, 2002
- [18] Dewan E M, Picard R H. Mesospheric bores. *J. Geophys. Res.*, 1998, **103** (D6): 6295 ~ 6305
- [19] Munasinghe G, Hur H, Huang T Y, et al. Application of the dispersion formula to long and short-period gravity waves: comparisons with ALOHA - 93 data and an analytical model. *J. Geophys. Res.*, 1998, **103** (D6): 6467 ~ 6481
- [20] Hur H. Fully guided gravity waves at short-periods and gravity wave-critical layer interaction [Ph. D. thesis]. Cincinnati: Cincinnati Univ., 1998
- [21] Zhang S D, Yi F. A numerical study of nonlinear propagation of a gravity-wave packet in compressible atmosphere. *J. Geophys. Res.*, 1999, **104** (D6): 14261 ~ 14270
- [22] Zhang S D, Yi F. A numerical study of propagation characteristics of gravity wave packets propagating in a dissipative atmosphere. *J. Geophys. Res.*, 2002, **107** (D14), doi: 10.1029/2001JD000864
- [23] 张绍东, 易帆, 王敬芳等. 中层大气中重力波饱和机制的数值分析. *地球物理学报*, 2001, **44** (4): 454 ~ 460
Zhang S D, Yi F, Wang J F, et al. A numerical study on saturation mechanism of gravity wave in mesosphere. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2001, **44** (4): 454 ~ 460
- [24] Sutherland B R, Yewchuk K. Internal wave tunneling. *J. Fluid Mech.*, 2004, **511** (1): 125 ~ 134

(本文编辑 何燕)