

在介质内表面处柱面波的反射和减反射

石玉珠, 彭奎, 沈群, 刘宏俊

(辽宁大学 物理系, 辽宁 沈阳 110036)

摘要: 应用转移矩阵法研究柱面介质内表面处柱面波的反射, 发现在小半径内表面上的反射为全反射, 当半径较大时, 它只是部分反射。这种特性对于设计光源和小半径接收器有用。同时研究了柱面波的柱面多层减反射涂层, 发现这些涂层不能应用通常的四分之一膜层设计, 在此基础上叙述了新的设计原理。

关键词: 柱面波; 柱面介质内表面; 全反射; 柱面多层减反射涂层

中图分类号: O484.4⁺1

文献标识码: A

Cylindrical Wave Reflection and Antireflection at Media Interfaces

SHI Yu-zhu, PENG Kui, SHEN Qun, LIU Hong-jun

(Physics Department of Liaoning University, Shenyang 110036, China)

Abstract: A transfer-matrix method is used to study cylindrical wave reflection at cylindrical media interfaces. We find that the reflection can be total at an interface of small radius but is only partial if the radius is large. This feature is useful for designing optical sources and receivers of small radii. Cylindrical-wave multi-cylindrical-layer antireflection coatings are also studied. We find that conventional quarter-wavelength layer designs cannot be used for these coatings and new design principles are outlined.

Keywords: cylindrical-wave; cylindrical media interfaces; total reflection; antireflection multi-cylindrical-layer coatings

引言

平面波在介质内表面的反射已有文献^[1]进行了充分的研究, 尽管对柱面波的透射研究也有许多成果^[2~6], 但是关于柱面波在柱面介质内表面的反射仍有许多问题需要讨论和研究。在大半径处的柱面波中, 许多远离中心轴的波长可以近似地视为平面波, 其反射与平面波的反射没有太大的差别; 但是在小半径处的反射情况则大不相同。随着光导纤维和光电器件的广泛应用, 需要对这种情况进行系统的研究。

文献^[7]给出了在具有位相匹配的柱面多层膜的激光腔或同心环行光栅中, 如何达到高反射率(反馈)的方法, 其结果可以推广到高反射涂层的设计中去。本文讨论柱面多层减反射涂层以及单柱面内表面的全反射问题。

1 理论分析

首先给出文献^[7]中的某些一般结果。图 1 示出介质折射率分别为 N_1, N_2, N_3, \dots 的柱面层结构, 其在

r_1, r_2, r_3, \dots 处具有圆柱形的内表面。在柱坐标的 r, φ 和 z 方向波是相互独立的(去耦的), 并且向外和向内传播本征波, 其汗克尔(Hankel)函数形式为 H_m^1 和

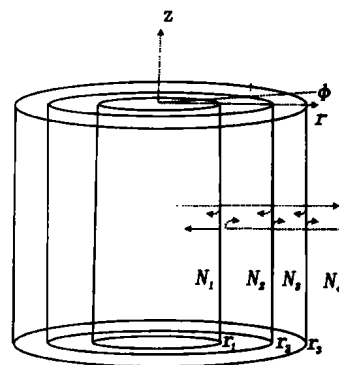


图 1 在介质内表面反射柱面波的柱面多层结构

Fig. 1 Multi-cylindrical-layer structure, cylindrical wave are reflected at media interface

H_m^2 ^[8]。当这种波传播到内表面时, 它们被部分地反射或透射。我们借助于矢量 $\vec{f}_i = [e_i^{(1)} e_i^{(2)} h_i^{(1)} h_i^{(2)}]^T$, 写出输出和输入波的电场和磁场 z 分量的传播系数。在第 1 层和 $n+1$ 层中的场则与传递方程^[7]有关, 即

$$f_{n+1} = G_n(r_1, r_2, \dots, r_n) f_1 \quad (1)$$

转移矩阵 G 可由内表面处的界面条件^[5-7]导出,它的推导与文献[1]中所描述的平面波的推导类似。

当波矢量在 z 轴方向且 $\beta=0$ (沿径向传播的波) 或 $m=0$ (第零阶方位角的波) 时,转移矩阵退化为两个 2×2 的矩阵,并且该波可分解为 TE 波和 TM 波。用 TE_m 和 TM_m 分别表示第 m 阶方位角的 TE 波和 TM 波。下面我们推导 TE 波方程。

因为汉克尔函数 H_m^1 是 H_m^2 的复数共轭,我们可以写出 m 阶方位角的 TE 波的转移矩阵:

$$G = \begin{pmatrix} q_{n,11} & q_{n,12} \\ q_{n,21} & q_{n,22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |q_{n,11}| \exp(j\Psi_{qn,11}) & |q_{n,12}| \exp(j\Psi_{qn,12}) \\ |q_{n,21}| \exp(-j\Psi_{qn,12}) & |q_{n,22}| \exp(-j\Psi_{qn,11}) \end{pmatrix} \quad (2)$$

由(2)式可以分别计算出介质柱面多层膜的输出波场强和强度反射率:

$$r_n = -\frac{q_{n,21}}{q_{n,22}} = \left| \frac{q_{n,21}}{q_{n,22}} \right| \exp[j(\Psi_{qn,11} - \Psi_{qn,12} + \pi)]$$

$$R_n = \left| \frac{q_{n,21}}{q_{n,22}} \right|^2 \quad (3)$$

输出波和输入波反射率的振幅相等而位相不同。

$\Delta\Psi = \Psi_{qn,11} - \Psi_{qn,12} + \pi$ 表示反射波与入射波间的位相差,则

$$\tan(\Delta\Psi) = j \frac{q_{12}q_{22} - q_{21}q_{11}}{q_{12}q_{22} + q_{21}q_{11}} \quad (4)$$

现在应用上面的结果来研究以下几个特殊问题。

1.1 在小半径处的全反射

两种介质间圆柱形内表面的反射率可由方程(3)得到,即

$$\gamma = \frac{\mu_2^2 H_m^1(\mu_2 r_1) \frac{dH_m^1(\mu_1 r_1)}{dr} - \frac{dH_m^1(\mu_2 r_1)}{dr} H_m^1(\mu_1 r_1) \mu_1^2}{\mu_2^2 H_m^1(\mu_2 r_1) \frac{dH_m^2(\mu_1 r_1)}{dr} - \frac{dH_m^1(\mu_2 r_1)}{dr} H_m^2(\mu_1 r_1) \mu_1^2} \quad (5)$$

式中, μ_1 和 μ_2 分别为波矢量在两种介质中的径向分量。文献[9]中对于特征介质圆柱内表面给出了更普遍的结果。

TE 和 TM 柱面波在圆柱内表面的反射有一种独特的现象:在高折射率介质到低折射率介质,对于内表面处的反射,如果内表面的半径较小,那么 m 不等于零的柱面波为全反射;如果半径较大,则只有部分为反射。图2给出了反射率与折射率比为 $N_1/N_2=1/0.5$ 时 TE_3 与两种介质内表面半径 r_1 的函数关系。此处 r_i 是 $\mu_i/N_i=1$ 归一化的结果,其反射率即为较小 r_1 的全反射值。

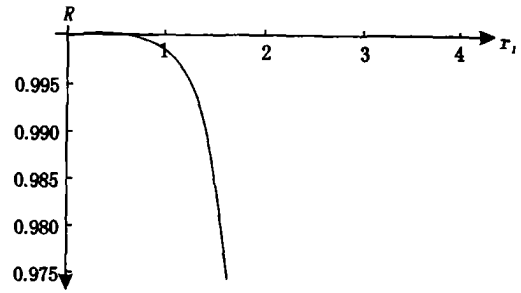


图2 TE_3 波在半径为 r_1 的内表面的全反射和部分反射
Fig. 2 Total and partial reflections of a TE_3 wave at an interface at radius r_1

我们观察一个顺时针和另一个逆时针螺旋形传播的两列波在迭加成 $m>0$ 的柱面波时,发现这一现象的解释与平面波的全反射相类似。这些波的波矢量方位角分量(平行于圆柱内表面)为 m/r ,它在较小半径处值大,而在较大半径处值小。因此,螺旋形传播的波在入射角(在 $r-\phi$ 平面)大于临界角时,入射到小半径内表面处是全反射。当我们对小半径 r_1 取极限时, $r = (-1)^{m+1}$,由方程(5)可计算出其反射率值。这种全反射对于小的光学元件在光源径向发射的光是不需要的,但是对于其他一些情况则有用。说明在光导纤维中导波的全反射是由在 $r-z$ 平面内的入射角决定的。

另一方面,如果内部介质的折射率低于外部介质的折射率,那么在较小半径内表面处输入波为全反射,而在较大半径内表面处则为部分反射。这时高阶方位角的柱面波由小半径内部介质全部阻断。这种现象对于激光装置以单方位角模式工作有用。

1.2 减反射涂层

在诸如棒状光源或传感器等许多应用中要求内表面反射较低,因此柱面层需要涂减反射层。平面波的减反射涂层的设计不适用于柱面波。

图3给出了 TE_0 柱面波的反射率与折射率为 N_1

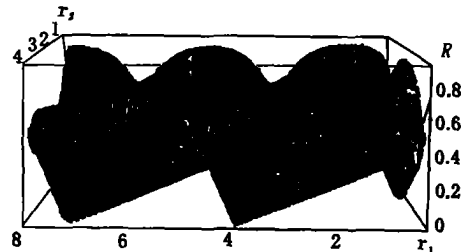


图3 在半径为 r_1 和 r_2 处具有内表面的三层介质结构的 TE_0 波的反射率

Fig. 3 TE_0 wave reflectivity of a three-media structure with interface at radius r_2 and r_1 . The reflectivity depends on both r_1 and r_2-r_1

$=N_3=2, N_2=1$ 3种介质结构的 r_1 和 r_2 之间的函数关系。柱面波的反射率与平面波的情况不同,其值不仅仅取决于 r_2-r_1 之间的厚度,而且与最内层棒的半径 r_1 有关;但是在3层介质的平面层结构中,平面波的反射率只与中间夹层的厚度有关。

如果考虑在 $r=0$ 处柱面波的介面条件 $h_m^{(1)}=h_m^{(2)}$,那么与 r_1 有关是可以理解的。换言之,由于能量守恒,在 $r=0$ 处输入的柱面波的能量与输出波的能量相同。因此,在棒的最内层由传播所引起的波的位相变化对于反射率来说起决定性作用。

一般来说,在设计柱面层的减反射涂层过程中,必须选择 r_1 和膜厚 r_2-r_1 ,以便使总的反射率 R 为极小值。对于1层以上的多层柱面减反射涂层,因为它包含许多变量,因此在解析或数值上确定其反射率的极小值很不容易。然而,按照如下准则我们可以设计柱面多层减反射涂层:选择 r_1, r_2, \dots ,使每个内表面的反射波的位相与下一个内表面反射波的位相相反且位相不同,这样每一个内表面的反射波抵消(或部分抵消)前一个内表面的反射波,直到合成的反射波减至最小,无论第1个内表面的反射波与入射波是同位相还是反位相,其影响都不大。

在小半径处柱面波呈非周期性,那种对于平面波构成高反射结构或低反射结构的周期性位相变化幅角不适用。由于必须考虑在内表面处的位相变化,因此两种汉克尔函数的位相变化角^[10]都不适用,其位相差 $\Delta\Psi$ 反映了总位相变化。

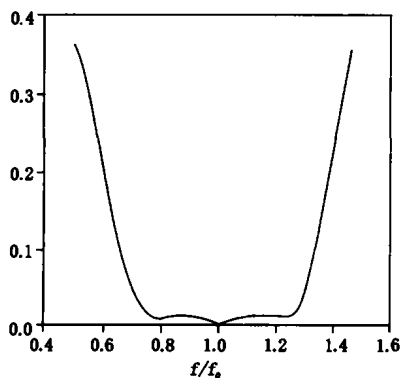


图4 柱面三层减反射涂层的TE₀波的反射率光谱

Fig. 4 TE₀ wave reflectivity spectrum of a three-cylindrical-layer antireflection coating

图4给出了折射率为2的某个棒上的3层减反射涂层的反射率光谱。该涂层中第1层和第3层的折射率为1.5,第2层的折射率为2.5,最外层介质是空气,其折射率为1。选择内表面为 $r_1=2.312\lambda_0, r_2=2.572\lambda_0, r_3=2.845\lambda_0, r_4=3.012\lambda_0$ 。其中 λ_0 是光的波长。

该涂层在中心频率 f_0 处的最低反射率可达0.1%。

2 结论

在较小半径处圆柱形介质内表面对柱面波的反射具有特殊的性质。在小半径内表面处的辐射光线是全部反射,而在大半径内表面处的反射则是部分的。这种特性对于设计小半径光源和接收器很有用。在小半径处对柱面波减反射涂层的设计应该考虑光线传播和内表面二者引起的位相改变。

参考文献:

- [1] M Born, E Wolf. Principles of Optics[M]. New York: Pergamon, 1965.
- [2] M Kerker. The Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation [M]. New York: Academic, 1969.
- [3] H Chew, M Kerker, D S Wang. Light emission from cylindrically structured tunnel junctions[J]. J Opt Soc Am, 1986, B3:199-204.
- [4] H S Ho, A W Guy, R A Sigelmann, J F Lehmann. Microwave heating of simulated human limbs by aperture sources[J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech, 1971, MTT-19:224-226.
- [5] H E bussey, J H Richmond. Scattering by a lossy dielectric circular cylindrical multilayer. numerical values[J]. IEEE Trans Antennas Propag, 1975, AP-23:723-725.
- [6] H Massoudi, C H Durney, P W Barber, M F Iskander. Electromagnetic absorption in multilayered cylindrical models of man [J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech, 1979, MTT-27:825-828.
- [7] Y Jiang, J Hacker. Distributed-Bragg reflectors and 90deg couplers for cylindrical wave devices [J]. Appl Phys Lett, 1993, 63:1453-1455.
- [8] M J Adams. An Introduction to Optical Wave-guides [M]. London: Wiley, 1981.
- [9] D L Jaggard, J C Liu. Chiral layer on curved surfaces [J]. J Electromagn Waves Appl, 1992, (6):669-694.
- [10] M Toda. Single-mode behavior of a circular grating for potential disk-like DFB lasers [J]. IEEE J Quantum Electron, 1990, 26:473-481.