

## 基于二维小波变换的独立分量分析方法 及其在图像分离中的应用

王明祥 方勇 胡海平  
(上海大学通信与信息工程学院 上海 200072)

**摘要** 该文提出了一种新的基于二维小波变换的独立分量分析方法。研究表明,当各个源信号的概率密度分布相同时,自然梯度算法的稳态误差与源信号峭度的平方成反比。因此,对峭度更大的小波域高频子图像进行独立分量分析可以获得更高的分离精度。同时,高频子图像的大小为源图像的1/4,计算量大大减小,因此算法收敛的速度更快。最后,将该方法用于混合图像的盲分离,通过一系列实验,证实该方法是有用的。

**关键词** 小波变换,独立分量分析,自然梯度算法,图像分离

中图分类号: TN911.6, TN911.73 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2006)03-0471-05

## ICA Method Based on 2-D Wavelet Transform and Its Application to Image Separation

Wang Ming-xiang Fang Yong Hu Hai-ping  
(School of Communication and Information Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**Abstract** In this paper, a kind of new Independent Component Analysis (ICA) method based on 2-dimensional wavelet transform is proposed. According to the research, the steady-state error of the Natural Gradient Algorithm (NGA) is inverse proportional to the quadratic of the kurtosis of the sources when the probability distribution function of each source is the same. In addition, the kurtosis of the detail coefficients in wavelet domain is always bigger than that of the original images, so the separation precision of ICA method based on 2-dimensional wavelet transform is higher than that of the traditional ICA method. Furthermore, the size of the sub-image in 2-dimensional wavelet domain is a quarter of the source image, so the convergence speed of the proposed method is faster. Finally, this method is used to separate the mixed images. A set of experiments in different situations is done and the simulation results show that the proposed method is effective.

**Key words** Wavelet transform, Independent Component Analysis (ICA), Natural Gradient Algorithm (NGA), Image separation

### 1 引言

独立分量分析(Independent Component Analysis, ICA)是近期发展起来的一种非常有效的盲源分离(Blind Source Separation, BSS)技术。假设一组相互统计独立的源信号经线性组合产生一组混合信号,ICA的目标就是从混合信号中提取出独立的源信号。该问题首先是由法国学者Herault和Jutten<sup>[1]</sup>进行研究的,之后Common系统地阐述了ICA的概念并提出了基于高阶统计量的ICA方法<sup>[2]</sup>,Bell和Sejnowski提出了基于随机梯度下降的最大熵算法(Infomax)<sup>[3]</sup>,Amari对随机梯度法进行了改进,提出了自然梯度学习算法(Natural Gradient Algorithm, NGA)<sup>[4]</sup>。Hyvarinen提出了著名的采用负熵判据的快速ICA算法(FastICA),又称为定点算法(Fixed-point)<sup>[5]</sup>。由于ICA在无线通信、地震、声纳、语音处

理、图像处理和生物医学等领域具有广泛而诱人的应用前景,在过去短短的十几年时间里,有关的理论和算法研究得到了较快的发展。目前,ICA已经成为国际上信号处理和人工神经网络等学科领域的一个研究热点。在图像处理方面,ICA的应用越来越多,如用于图像盲分离、人脸识别、图像降噪和数字水印嵌入等<sup>[6-8]</sup>。

本文首先对ICA方法中的离线批处理自然梯度学习算法的精确度进行了详细的研究,结合文献[9]和文献[10]推导出:在各个源信号的概率密度分布相同时,算法的稳态误差与源信号峭度的平方成反比。研究表明,小波域高频子图像的分布近似为拉普拉斯分布,具有更大的峭度<sup>[11]</sup>。根据上述特性,本文将小波变换和自然梯度算法结合起来,提出了一种在二维小波域对高频子图像采用自然梯度算法进行独立分量分析的方法,并将该方法用于混合图像的盲分离。最后,通过一系列仿真实验,证实该方法可以获得更高的分离精度和更快的收敛速度,且能够有效地避免算法陷入局部极小。

## 2 独立分量分析

ICA 的模型可描述为: 假设  $N$  个独立的源信号  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T$  经过线性系统  $\mathbf{A}$  混合在一起, 得到  $M$  个观测信号  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ , 源信号和观测信号之间满足关系式:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) \quad (1)$$

其中  $\mathbf{A}$  是一个  $M \times N$  维的矩阵, 源信号  $\mathbf{s}(t)$  和混合矩阵  $\mathbf{A}$  都是未知的, 只有混合后的  $\mathbf{x}(t)$  可以观测到。可以证明在  $M \geq N$  的条件下, 当混合矩阵  $\mathbf{A}$  列满秩, 源信号  $\mathbf{s}(t)$  的各分量相互独立, 且最多只有一个分量是高斯分布时, 可以求得一个分离矩阵  $\mathbf{W}$  使得:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t) = \hat{\mathbf{s}}(t) \quad (2)$$

其中  $\mathbf{y}(t)$  是  $\mathbf{s}(t)$  的一个估计, 其各分量尽可能互相独立, 且逼近  $\mathbf{s}(t)$ , 只是  $\mathbf{y}(t)$  各分量的排列次序和幅度可能与  $\mathbf{s}(t)$  不同, 这又称为 ICA 解的不确定性问题。假设  $\hat{\mathbf{W}}$  是 ICA 的一个解, 那么  $\mathbf{P}\mathbf{D}\hat{\mathbf{W}}$  也是 ICA 的一个解, 其中  $\mathbf{P}$  为置换矩阵(每一行和每一列都只有一个元素 1),  $\mathbf{D}$  为对角矩阵(对角元素非 0, 其它元素为 0)。通常只考虑  $M=N$  的情况, 当源信号完全分离出来时, 有  $\mathbf{W}\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathbf{D}$ , 为了简化分析, 本文在以后的分析中不妨假设  $\mathbf{P}\mathbf{D} = \mathbf{I}$ , 此时有  $\mathbf{W}\mathbf{A} = \mathbf{I}$ 。

为了求解分离矩阵  $\mathbf{W}$ , 通常是先设置一个目标函数  $L(\mathbf{W})$ , 选择不同的目标函数可以得到不同的 ICA 算法, 其中最大熵(Maximum Entropy, ME)算法和最大似然(Maximum Likelihood, ML)算法的目标函数可统一为下列形式<sup>[4,9]</sup>:

$$L(\mathbf{W}) = -\ln|\det \mathbf{W}| - \sum_{i=1}^M \ln p_i(y_i(t)) \quad (3)$$

其中  $p_i(y_i(t))$  是输出信号  $y_i(t)$  的概率密度函数(pdf),  $|\det \mathbf{W}|$  是分离矩阵  $\mathbf{W}$  的行列式的绝对值。

建立目标函数后再确定一种学习算法, 通过迭代使式(3)中的  $L(\mathbf{W})$  达到最小值的  $\hat{\mathbf{W}}$  即是 ICA 的解。学习算法大致分为两类, 离线批处理方式和在线自适应方式<sup>[9]</sup>。前者是对一段时间内的信号进行迭代, 后者对每一时刻的信号进行迭代。Bell 和 Sejnoeski 提出了随机梯度学习算法<sup>[3]</sup>, 其离线批处理迭代公式为

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{W}(k) + \eta(k) \left[ \mathbf{W}^{-T}(k) - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varphi(\mathbf{y}(t)) \mathbf{x}^T(t) \right] \quad (4)$$

其中  $\eta(k)$  为学习率,  $T$  为每次处理的向量个数,  $\varphi(\mathbf{y}(t))$  与源信号的分布及其假设有关, 根据不同的情况有多种选取方法。该算法的缺点是收敛速度慢, 需要对分离矩阵  $\mathbf{W}(k)$  求逆。Amari 在随机梯度的基础上提出了自然梯度学习算法<sup>[4]</sup>, 避免了矩阵求逆, 加快了收敛速度, 其离线批处理迭代公式为

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{W}(k) + \eta(k) \left[ \mathbf{I} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varphi(\mathbf{y}(t)) \mathbf{y}^T(t) \right] \mathbf{W}(k) \quad (5)$$

## 3 自然梯度算法的精确度分析

自然梯度算法是 ICA 的一种常用的学习算法, 由于目标函数  $L(\mathbf{W})$  是一个具有多极点的非线性函数, 所以基于梯度下降原理的自然梯度算法存在局部极小的问题, 此外该算法的收敛精度不是很高。为了克服这些缺点, 本文对自然梯度算法的精确度进行了详细的研究, 并推导出在各个源信号的概率分布相同, 且非线性函数为  $\tanh$  函数时, 自然梯度算法的稳态误差与源信号峭度的平方成反比关系。从而为提高自然梯度算法的精确度提供了理论依据。

设由式(4)经过迭代求得的分离矩阵为  $\hat{\mathbf{W}}$ , 则在理想情况下有  $\hat{\mathbf{W}}\mathbf{A} = \mathbf{I}$ , 但实际情况会有一些的偏差, 不妨设  $\hat{\mathbf{W}}\mathbf{A} = \mathbf{I} + \mathbf{A}$ , 其中  $\mathbf{A}$  是一个  $M \times M$  维的偏差矩阵, 则

$$y_i(t) = s_i(t) + \sum_{k=1}^M \delta_{ik} s_k(t) \quad (6)$$

若  $\delta_{ij} = 0, \forall i, j$ , 则  $y_i(t) = s_i(t), \forall i$ , 即分离信号与源信号一致; 若  $\delta_{ij} \neq 0, i \neq j$ , 则存在偏差,  $\delta_{ij}$  越大表示  $s_j(t)$  对分离的  $s_i(t)$  的干扰越严重。若  $\delta_{ii} \neq 0, \forall i$ , 则表示  $s_i(t)$  对自身的干扰, 由于 ICA 存在幅度不确定性, 且  $\delta_{ii}$  较小, 因此可以不予考虑。如果我们求出  $\delta_{ij}$  和  $\delta_{ji}$  的方差(稳态误差)  $\sigma_{\delta_{ij}}^2$  和  $\sigma_{\delta_{ji}}^2$ , 就可以估计出自然梯度算法的精确度。文献[9]和文献[10]导出了各个源信号具有相同的概率密度函数(pdf)时, 稳态误差  $\sigma_{\delta_{ij}}^2$  和  $\sigma_{\delta_{ji}}^2$  的表达式

$$\sigma_{\delta_{ij}}^2 = \sigma_{\delta_{ji}}^2 = \frac{\lambda^2(1+\lambda^2-2\lambda\rho^2)}{T(1-\lambda^2)^2\rho^2}, \quad \forall i, j \quad (7)$$

其中

$$\rho = \rho_j = \rho_i = \frac{E[\varphi_i(s_i)s_i]}{\sqrt{E[\varphi_i^2(s_i)]}}, \quad \forall i \quad (8)$$

$$\lambda = \lambda_j = \lambda_i = \frac{E[\varphi_i(s_i)s_i]}{E[\varphi_i^2(s_i)]}, \quad \forall i \quad (9)$$

很多文献指出, 对于超高斯信号(峭度大于 0), 通常取非线性函数  $\varphi(x) = \tanh(x)$ 。由下一小节分析可知, 一般自然图像在小波域的高频子图像是超高斯的。为此, 我们在式(7)的基础上, 推导出  $\varphi_i(s_i) = \tanh(s_i)$  时, 稳态误差  $\sigma_{\delta_{ij}}^2$  的近似表达式。将  $\varphi_i(s_i) = \tanh(s_i)$  按幂级数展开, 得

$$\varphi_i(s_i) \approx s_i - \frac{1}{3}s_i^3 \quad (10)$$

其导数为

$$\varphi_i'(s_i) \approx 1 - s_i^2 \quad (11)$$

考虑源信号  $s_i$  为零均值、单位方差的情况, 则有  $E[s_i^2] = 1$ , 结合式(11)可得

$$E[\varphi_i'(s_i)] \approx E[1 - s_i^2] = 1 - E[s_i^2] = 0 \quad (12)$$

将上式代入式(9)可知,  $\lambda$  是一个很大的数, 有  $\lambda \gg \rho$ , 因此由式(7)可得到  $\sigma_{\delta_{ij}}^2$  的近似值为

$$\sigma_{\delta_{ij}}^2 \approx \frac{1}{T\rho^2} \quad (13)$$

将式(10)和式(11)代入式(8), 并考虑  $E[s_i^2]=1$ , 得

$$\rho^2 = \frac{(E[s_i^2 - \frac{1}{3}s_i^4])^2}{E[(s_i - \frac{1}{3}s_i^3)]^2} = \frac{(E[s_i^4]-3)^2}{E[s_i^6]-6E[s_i^4]+9} \quad (14)$$

考虑  $E[s_i^2(t)]=1$ , 则  $s_i$  的峭度为  $\text{kurt}(s_i) = E[s_i^4]-3$ , 代入式(13)得

$$\sigma_{\delta_{ij}}^2 = \sigma_{\delta_{ij}}^2 \approx \frac{E[s_i^6]-6E[s_i^4]+9}{T[\text{kurt}(s_i)]^2} \quad (15)$$

由此, 我们可以得出结论: 在各个源信号的概率分布相同, 且取  $\varphi(y(t)) = \tanh(y(t))$  时,  $\delta_{ij}$  的方差  $\sigma_{\delta_{ij}}^2$  与  $\text{kurt}(s_i)$  的平方成反比, 即自然梯度算法的稳态误差与源信号峭度的平方成反比。

#### 4 基于二维小波变换的独立分量分析方法

通过对ICA算法的分析可知, ICA的性能与非线性函数的选择和源的概率密度分布有关<sup>[9]</sup>。为了改善ICA算法的性能, 通常的做法是根据源的概率密度的估计来选择合适的非线性函数, 使之尽量符合源的概率分布。该方法的缺点是如果对源信号的概率密度估计不准确的话, 会严重影响ICA算法的性能。

本文从另外一个途径, 即从源的概率密度出发来改善ICA算法的性能, 提出了一种基于二维小波变换的采用自然梯度算法作为学习算法的独立分量分析方法。研究表明, 近高斯分布的自然图像在小波域高频子带的分布近似为超高斯的拉普拉斯分布。结合上一小节所得出的结论, 如果我们将混合图像变换到二维小波域, 并对峭度更大的高频子图像进行ICA分解, 就可以获得更高的分离精度。此外, 由于高频子图像的大小为源图像的1/4, 因此ICA分离的计算量大大大减小, 算法收敛的速度会更快。与文献[12]相比, 本文将一维小波域在线自适应自然梯度算法推广到二维小波域离线批处理自然梯度算法, 并且通过理论分析和仿真实验证实该算法具有更高的分离精度和更快的收敛速度。

考虑到小波变换是一个线性变换, 对式(1)和式(2)的两边分别进行小波变换, 并忽略时刻  $t$  可得:

$$W[\mathbf{x}] = W[\mathbf{A}\mathbf{s}] = \mathbf{A}W[\mathbf{s}] \quad (16)$$

$$W[\mathbf{y}] = W[\mathbf{W}\mathbf{x}] = \mathbf{W}W[\mathbf{x}] \quad (17)$$

其中  $W[\cdot]$  表示小波变换。由此可见, 如果我们将  $W[\mathbf{s}]$ 、 $W[\mathbf{x}]$  和  $W[\mathbf{y}]$  分别当作新的源信号、混合信号和分离信号, 则时域的混合矩阵  $\mathbf{A}$  和分离矩阵  $\mathbf{W}$  与小波域是一致的。因此在小波域得到的分离矩阵可直接用来分解原混合信号, 从而得到原始信号, 不需对小波域分离信号  $W[\mathbf{y}]$  求反变换。

采用本文提出的基于二维小波变换的独立分量分析方

法进行混合图像分离的具体步骤如下:

(1)  $\mathbf{x}$  的每1行代表1幅混合图像, 将  $\mathbf{x}$  的  $M$  行还原成  $M$  幅混合图像, 分别进行二维小波变换得到  $4M$  幅子图像, 其中  $M$  幅为低频子图像,  $3M$  幅为高频子图像;

(2) 选择某一方向(水平, 垂直或对角方向)的  $M$  幅高频子图像, 将其按行堆叠成矩阵形式  $\tilde{\mathbf{x}}$ , 采用自然梯度算法对  $\tilde{\mathbf{x}}$  进行ICA分解, 得到分离矩阵  $\tilde{\mathbf{W}}$  和行向量相互独立的分离图像矩阵  $\tilde{\mathbf{y}}$ ;

(3) 分离矩阵  $\tilde{\mathbf{W}}$  乘以时域混合图像矩阵  $\mathbf{x}$  得到时域分离图像矩阵  $\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{W}}\mathbf{x}$ , 将  $\mathbf{y}$  的每一行都还原成二维的图像形式就可以得到  $M$  幅独立的源图像。

下面分析二维小波域高频子图像的概率密度分布及其峭度。通常图像的概率分布为近似高斯分布, 而小波域高频子图像近似为拉普拉斯分布, 拉普拉斯分布是一种超高斯分布, 具有更大的峭度<sup>[11]</sup>。两参数拉普拉斯分布的概率密度函数的定义为

$$p(y) = \frac{\beta}{2\alpha\Gamma(\frac{1}{\beta})} e^{-|y/\alpha|^\beta} \quad (18)$$

其中  $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$  是伽马函数, 易证其一阶和二阶绝对原点矩分别为:

$$m_1 = \frac{\alpha\Gamma(2/\beta)}{\Gamma(1/\beta)}, \quad m_2 = \frac{\alpha^2\Gamma(3/\beta)}{\Gamma(1/\beta)} \quad (19)$$

由式(19)可得

$$\alpha = \frac{m_1\Gamma(1/\beta)}{\Gamma(2/\beta)}, \quad \beta = F^{-1}\left(\frac{m_1^2}{m_2}\right) \quad (20)$$

其中

$$F(\beta) = \frac{\Gamma^2(2/\beta)}{\Gamma(1/\beta)\Gamma(3/\beta)}$$

因此, 通过计算图像的一阶绝对原点矩  $m_1$  和二阶绝对原点矩(方差)  $m_2$  就可以根据式(20)估计出拉普拉斯分布的参数  $\alpha$  和  $\beta$ 。以标准图像 Lena 为例, 图1给出其小波域3个高频子图像(水平、垂直和对角)的对数概率分布(实线)及其估计的对数拉普拉斯分布(虚线), 其中小波函数采用 Harr 小波, 分解尺度为1, 可以看出估计的分布与图像的真实分布非常接近。Lena 原始图像和其小波域低频子图像的峭度分别为2.15和2.18, 而3个高频子图像的峭度分别为20.4, 19.9和19.6, 增加了将近10倍, 其它自然图像也有类似性质。

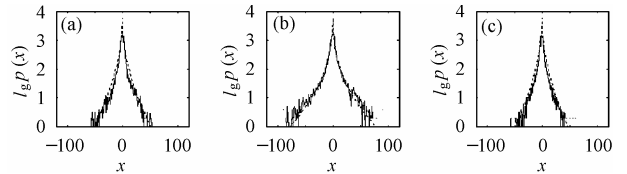


图1 Lena 图像高频子图像的对数分布及其估计  
(a)水平子图像,峭度=20.4 (b)垂直子图像,峭度=19.9  
(c)对角子图像,峭度=19.6

### 5 实验和分析

本文对6幅标准灰度图像Lena、baboon、bridge、house、lake和boat进行实验，依次标号为1~6，图像大小为256×256。在所有实验中，学习率取 $\eta(k)=5/k$ ，非线性函数取tanh函数。为了衡量ICA分离的性能本文采用如下性能指标<sup>[13]</sup>：

$$PI = \frac{1}{2M} \sum_{i=1}^M \left\{ \left( \sum_{j=1}^M \frac{|c_{ij}|^2}{\max_l |c_{il}|^2} - 1 \right) + \left( \sum_{j=1}^M \frac{|c_{ji}|^2}{\max_l |c_{jl}|^2} - 1 \right) \right\} \quad (27)$$

其中 $c_{ij}$ 为矩阵 $C=WA$ 的元素，PI值越小表示分离的性能越好，当PI=0时表示信号完全分离。

首先给出一次具体实验的结果，选择图像对(1,2)，bior4.4小波，水平方向的高频子图像，分解尺度为1，分离性能PI与迭代次数的关系曲线如图2所示，其中实线为标准自然梯度算法，虚线为本文提出的基于二维小波变换的自然梯度算法。可以看出前者没有收敛到理想状态，分离性能很差；后者收敛速度很快，分离性能很好。源图像、混合图像和上述两种方法的分离结果如图3所示。本次实验中混合矩阵和初始分离矩阵分别取为： $A = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix}$ ， $W(0) = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 \\ 0.6 & 0.8 \end{bmatrix}$ 。

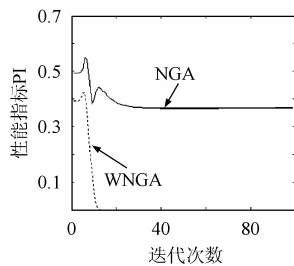


图2 收敛特性PI曲线

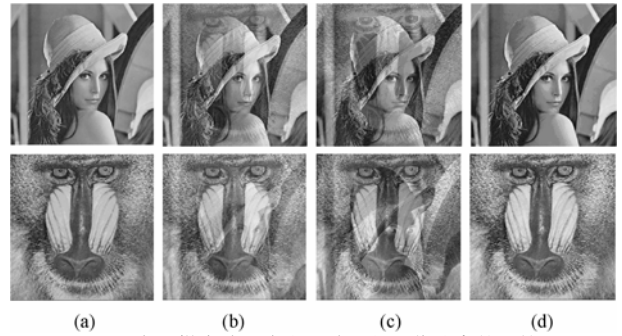


图3 自然梯度法和本文方法进行图像分离的比较  
(a) 源图像 (b) 混合图像 (c) 自然梯度分离图像  
(d) 本文方法分离图像

为了进一步检验本文算法的性能，针对不同情况(不同高频方向、不同小波函数、不同分解尺度和不同图像个数)做了一系列实验，并进行比较。在实验中发现，如果采用NGA直接对混合图像进行分离，很容易出现图2所示的不收敛情况，即陷入局部极小；而采用本文方法极少出现不收敛的情况，可以有效地避免算法陷入局部极小。为此，在表1~4中只给出本文方法的实验结果。其中混合矩阵和初始分离矩阵都是随机选取的，为了提高数据的可靠性，表1~4中的数据均为10次实验的平均值。

表1为采用Harr小波，尺度为1时选择不同方向的混合高频子图像时的分离性能，表中的数据为性能指标PI达到0.001时的迭代次数。这3种方向的平均迭代次数分别为：水平方向为19.4，垂直方向为20.5，对角方向为25.3，因此选择水平方向子图像进行ICA分离通常可以获得更好的分离性能。

表2为采用Harr，bior4.4，coif3和sym4等4种不同小波时的分离性能，其中高频子图像选择水平方向，其它参数的选择方法同表1。这4种小波的平均迭代次数分别为19.4，23.4，21.3和24.2，因此在这4种小波中Harr小波的分离性

表1 采用不同方向的子图像时的分离性能(迭代次数)

图像对	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6
水平H	18	23	18	26	18	23	19	21	18	20	20	17	14	20	16
垂直V	20	30	17	21	18	26	18	30	16	17	26	16	17	17	19
对角D	18	27	32	37	20	26	26	37	18	30	29	17	26	19	17

表2 采用不同小波函数时的分离性能(迭代次数)

图像对	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6
harr	18	23	18	26	18	23	19	21	18	20	20	17	14	20	16
bior4.4	21	30	20	29	22	30	18	37	20	18	28	20	15	20	23
coif3	19	26	16	28	19	36	15	32	17	16	24	16	16	21	18
sym4	24	32	18	22	30	34	20	27	22	19	30	16	21	22	26

表 3 采用不同分解尺度时的分离性能(迭代次数)

图像对	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6
尺度 1	18	23	18	26	18	23	19	21	18	20	20	17	14	20	16
尺度 2	16	59	17	24	12	70	16	26	21	13	21	16	13	23	15
尺度 3	22	92	15	23	28	99	14	17	29	12	25	22	11	28	22

表 4 采用不同图像个数的平均分离性能

图像个数	2	3	4
平均迭代次数	19.4	34.5	27.0

能较好。

表 3 为采用不同分解尺度时的分离性能, 其中高频子图像选择水平方向, 其它参数的选择方法同表 1。这 3 种尺度的平均迭代次数分别为 19.4, 24.0 和 30.6, 因此选择尺度 1 可以获得更好的分离性能。

表 4 为采用不同图像个数时的平均分离性能, 其中高频子图像选择水平方向, 其它参数的选择方法同表 1。在计算平均迭代次数时, 忽略少数难以收敛的情况。图像个数为 2 时的分离效果最好。

## 6 结束语

本文对离线批处理自然梯度学习算法的精确度进行了详细的研究, 并得出以下结论: 在源信号分布相同时, 其稳态误差与源信号峭度的平方成反比。考虑到小波域高频子图像的峭度比源图像的峭度大和小波变换是一线性变换, 本文提出了一种基于二维小波变换的独立分量分析方法, 并将该方法用于图像盲分离, 通过一系列图像分离实验, 证实该方法可以获得更高的分离精度和更快的收敛速度, 并且可以有效地克服采用自然梯度算法直接对混合图像进行分离时算法不收敛的问题。

## 参 考 文 献

- [1] Jutten C, Herault J. Blind separation of sources. Part I: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture. *Signal Processing*, 1991, 24(1): 1 – 10.
- [2] Comon P. Independent component analysis: A new concept? *Signal Processing*, 1994, 36(3): 287 – 314.
- [3] Bell A, Sejnowski T J. An information-maximization approach to blind separation and blind deconvolution. *Neural Computation*, 1995, 7(6): 1129 – 1159.
- [4] Amari S, Chen T P, Cichocki A. Stability analysis of learning algorithms for blind source separation. *Neural Networks*, 1997,

10(8): 1345 – 1351.

- [5] Hyvarinen A. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1999, 10(3): 626 – 634.
- [6] Te-Won Lee, Lewicki M S. Unsupervised image classification, segmentation, and enhancement using ICA mixture models. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2002, 11(3): 270 – 279.
- [7] Bartlett M S, Movellan J R, Sejnowski T J. Face recognition by independent component analysis. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2002, 13(6): 1450 – 1464.
- [8] Zhang S, Rajan P K. Independent component analysis of digital image watermarking. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Scottsdale, Arizona, 2002, 3: III 217 – III 220.
- [9] 杨行峻, 郑君里. 神经网络与盲信号处理. 北京: 清华大学出版社, 2003, 第六章.
- [10] Pham D T, Garat P. Blind separation of mixture of independent sources through a quasi-maximum likelihood approach. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1997, 45(7): 1712 – 1725.
- [11] Antonini M, Barlaud M, Mathieu P, Daubechies I. Image coding using wavelet transform. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1992, 1(2): 205 – 220.
- [12] Jafari M G, Chambers J A. Wavelet domain natural gradient algorithm for blind source separation of non-stationary sources. *Electronics Letters*, 2002, 38(14): 759 – 761.
- [13] Yang H H, Amari S. Adaptive on-line learning algorithms for blind separation-maximum entropy and minimum mutual information. *Neural Computation*, 1997, 9(5): 1457 – 1482.

王明祥: 男, 1974 年生, 博士生, 研究方向为图像处理、盲信号处理和神经网络等。

方 勇: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为智能信息系统、通信信号处理和神经网络等。

胡海平: 男, 1966 年生, 博士, 讲师, 研究方向为应用数学、图像处理和小波变换等。