

## 基于均值漂移的自适应滤波及其在光谱信号处理中的应用

刘蓉<sup>①</sup> 段福庆<sup>②</sup> 刘三阳<sup>①</sup> 吴福朝<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(西安电子科技大学数学系 西安 710071)

<sup>②</sup>(中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室 北京 100080)

**摘要** 该文给出了一种基于均值漂移的自适应双边滤波方法,其性能仅取决于空域的核尺度参数,幅度域的核尺度是根据信号的局部特征自适应选取的。该方法能够去除脉冲噪声,能有效抑制非脉冲噪声,并具有较强的边缘保护能力。实验和分析表明本文方法的整体性能优于高斯滤波和中值滤波。该文将所提出方法用于天体光谱的去噪,并与均值漂移滤波和小波硬阈值法进行了比较,结果表明:该方法能够有效抑制光谱中天光背景噪声和随机噪声,并能较好地保护谱线信息,更适于天体光谱信号的处理。

**关键词** 自适应滤波, 均值漂移, 双边滤波, 光谱, 信号处理

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)02-0312-05

## Mean Shift Based Adaptive Filtering and Its Applications to Spectra Signal Processing

Liu Rong<sup>①</sup> Duan Fu-qing<sup>②</sup> Liu San-yang<sup>①</sup> Wu Fu-chao<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Department of Mathematics, Xidian University, Xi'an 710071, China)

<sup>②</sup>(National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract** An adaptive bilateral filtering method based on mean shift algorithm is presented. The filter is governed by the kernel width in spatial domain, which controls the spatial extent of nearby data for filtering. Its kernel width in range domain is chosen adaptively by the local characteristic of the signal. It can remove impulsive noise and improve smoothing of non-impulsive noise with edges preserved. Comparisons with Gaussian filter and median filter were made. Applications to spectra signal processing show this method can suppress noises in spectra effectively and reduce the amount of smoothing near spectral lines.

**Key words** Adaptive filtering, Mean shift, Bilateral filtering, Spectra, Signal processing

### 1 引言

滤波是数字信号处理中的基本任务。简单的线性滤波器尽管能使噪声得到有效抑制,但由于高频分量的丢失,信号的边缘也趋于模糊,因此非线性的边缘保持滤波方法一直是数字信号处理中的研究热点。基于求解偏微分方程的各向异性扩散<sup>[1,2]</sup>被建议作为一种通用的边缘保持滤波方法,近年来有大量的文献对这种方法进行了研究。但这种方法仍有一些缺点:如输出信号中存在块状效应(Blocky effect)<sup>[2]</sup>、没有一个直接的迭代终止准则等等。双边滤波<sup>[3]</sup>结合了传统的空间域滤波和幅度域滤波,代表了一大类非线性滤波方法。文

献[4]研究了双边滤波和各向异性扩散之间的关系,指出了两者之间的一致性。均值漂移<sup>[5]</sup>是一种基于非参数密度估计的方法,它的主要功能是在特征空间寻找基础密度的模式点。均值漂移滤波<sup>[6]</sup>是一种基于聚类分析的双边滤波,有较好的边缘保护特性,但是均值漂移算法的性能在很大程度上受到核尺度的影响,当特征空间的局部特性变化剧烈时,很难选择一个全局最优的核尺度。文献[7]中定义最优的核尺度是使密度估计的偏差和方差达到最优妥协的核尺度,所得到的核尺度表达式依赖于待估计的未知密度的拉普拉斯运算,这在实际中很难应用。在一维情况,插入规则(Plug-in rule)<sup>[8]</sup>被

认为是当前最好的数据驱动核尺度选择方法。文献[9]基于 Plug-in rule 给出了一种可变核尺度的均值漂移算法, 但是这种方法的计算比较复杂, 对于一些实时的应用来说是不合适的。

本文基于均值漂移给出了一种自适应滤波方法, 该方法能够去除脉冲噪声, 能有效抑制非脉冲噪声, 并具有较强的边缘保护能力, 克服了均值漂移滤波的块状效应和单一核尺度的缺点。本文将这种方法用于天体光谱的去噪, 取得了较好的效果。本文第2节简单介绍了均值漂移的原理; 针对均值漂移滤波的输出中存在块状效应的缺点, 第3节首先对其进行了改进并分析了核尺度的影响, 然后给出了本文的自适应滤波方法; 第4节通过实验对本文方法与中值滤波和高斯滤波进行了比较; 第5节将该方法用于光谱的去噪并与均值漂移滤波和小波硬阈值法进行了比较; 最后给出本文的结论。

## 2 均值漂移过程

给定 $d$ 维空间的 $n$ 个样本点 $\mathbf{x}_i, i=1, \dots, n$ , 首先定义一个单变量函数 $k(u), u \geq 0$ 满足如下条件: 由 $k(u)$ 能产生一个多元核函数<sup>[10]</sup>  $K(\mathbf{x}) = c_{k,d} k(\|\mathbf{x}\|^2)$ , 其中 $c_{k,d}$ 是使 $K(\mathbf{x})$ 规范化(积分为1)的常数。称 $k(u)$ 为 $K(\mathbf{x})$ 的轮廓。利用核函数 $K(\mathbf{x})$ 得到密度的Parzen窗估计<sup>[10]</sup>为

$$\hat{p}_{h,K}(\mathbf{x}) = \frac{c_{k,d}}{nh^d} \sum_{i=1}^n k\left(\left\|\frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}_i}{h}\right\|^2\right) \quad (1)$$

其中 $h$ 为核尺度, 假定 $k(u)$ 的导数 $k'(u), u \geq 0$ 存在, 令 $g(u) = -k'(u), u \geq 0$ , 用 $g(u)$ 作为轮廓定义的多元核函数为 $G(\mathbf{x}) = c_{g,d} g(\|\mathbf{x}\|^2)$ , 其中 $c_{g,d}$ 为规范化常数, 则利用核 $G(\mathbf{x})$ 产生的密度估计为

$$\hat{p}_{h,G}(\mathbf{x}) = \frac{c_{g,d}}{nh^d} \sum_{i=1}^n g\left(\left\|\frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}_i}{h}\right\|^2\right) \quad (2)$$

用密度 $p(\mathbf{x})$ 对特征空间进行分析的第一步是寻找密度的模式点亦即局部密度最大点, 而模式点总是在密度梯度 $\nabla p(\mathbf{x}) = 0$ 处。通过对密度估计式(1)求梯度, 可以得到均值漂移向量

$$\mathbf{m}_{h,G}(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i g\left(\left\|\frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}_i}{h}\right\|^2\right)}{\sum_{i=1}^n g\left(\left\|\frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}_i}{h}\right\|^2\right)} - \mathbf{x} = C \frac{\hat{\nabla} p_{h,K}(\mathbf{x})}{\hat{p}_{h,G}(\mathbf{x})} \quad (3)$$

其中 $C > 0$ 。均值漂移过程为: 连续的计算均值漂移向量

$\mathbf{m}_{h,G}(\mathbf{x})$ 并按 $\mathbf{m}_{h,G}(\mathbf{x})$ 移动核 $G(\mathbf{x})$ 直到收敛。记 $\{\mathbf{y}_j\}_{j=1,2,\dots}$ 为由核 $G$ 移动产生的核中心轨迹,  $\{\hat{p}_{h,K}(j) = \hat{p}_{h,K}(\mathbf{y}_j)\}_{j=1,2,\dots}$ 为相应的密度序列, 由式(3)得

$$\mathbf{y}_{j+1} = \mathbf{y}_j + \mathbf{m}_{h,G}(\mathbf{y}_j) = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i g\left(\left\|\frac{\mathbf{y}_j - \mathbf{x}_i}{h}\right\|^2\right)}{\sum_{i=1}^n g\left(\left\|\frac{\mathbf{y}_j - \mathbf{x}_i}{h}\right\|^2\right)} \quad (4)$$

**定理 1**<sup>[6]</sup> 如果核 $K$ 存在一个凸的且单调递减的轮廓 $k$ , 则序列 $\{\mathbf{y}_j\}_{j=1,2,\dots}$ 和 $\{\hat{p}_{h,K}(j)\}_{j=1,2,\dots}$ 收敛, 且 $\{\hat{p}_{h,K}(j)\}_{j=1,2,\dots}$ 单调上升。

由定理1可得: 均值漂移过程的收敛点即为模式点。从式(4)可以看出: 均值漂移向量正比于密度梯度估计,  $\hat{p}_{h,K}(\mathbf{x})$ 的存在决定了均值漂移过程是一个自适应的梯度上升方法(均值漂移的步长在低密度区域较大, 而在接近局部密度最大点时变小)。

## 3 基于均值漂移的自适应滤波

一般来说, 信号分为空域部分和幅度域部分, 本文用 $\mathbf{x} = (x^s, x^r)$ 表示信号,  $x^s$ 为信号 $\mathbf{x}$ 的空域分量,  $x^r$ 为 $\mathbf{x}$ 的幅度域分量, 假定在这两个域采用欧氏度量。本文仅考虑 $x^s$ 和 $x^r$ 分别为一维的情况, 高维情况与一维情况原理相同。

由于空域和幅度域有不同的度量属性, 因此二元核函数

$$K_{h_s, h_r}(\mathbf{x}) = \frac{c}{h_s h_r} k\left(\left\|\frac{x^s}{h_s}\right\|^2\right) k\left(\left\|\frac{x^r}{h_r}\right\|^2\right),$$

其中 $k$ 为两个域公共的核轮廓,  $h_s, h_r$ 分别为两个域的核尺度(欧氏度量允许两个域采用不同的核尺度),  $c$ 为规范化常数。于是, 式(4)化为

$$\mathbf{y}_{j+1} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i g\left(\left\|\frac{y_j^s - x_i^s}{h_s}\right\|^2\right) g\left(\left\|\frac{y_j^r - x_i^r}{h_r}\right\|^2\right)}{\sum_{i=1}^n g\left(\left\|\frac{y_j^s - x_i^s}{h_s}\right\|^2\right) g\left(\left\|\frac{y_j^r - x_i^r}{h_r}\right\|^2\right)}, \quad j=1, 2, \dots \quad (5)$$

这里,  $\{\mathbf{x}_i = (x_i^s, x_i^r), i=1, \dots, n\}$ 为信号的采样点。对信号点 $\mathbf{x}$ , 假定式(5)收敛到点 $\mathbf{y}$ , 则均值漂移滤波的输出为点 $(x^s, y^r)$ 。

### 3.1 改进的均值漂移滤波

由定理1可知均值漂移滤波是一种基于聚类的双边滤波, 因此, 如同各向异性扩散, 均值漂移滤波的输出图像中会存在块状现象, 在光谱信号中表现为存在许多幅度域为常量的小线段(如图3(c)所示)。因此我们将式(5)改为如下形式

$$y_{j+1} = \left( \begin{array}{c} y_j^s, \\ \frac{\sum_{i=1}^n x_i^r g\left(\left\|\frac{y_j^s - x_i^s}{h_s}\right\|^2\right) g\left(\left\|\frac{y_j^r - x_i^r}{h_r}\right\|^2\right)}{\sum_{i=1}^n g\left(\left\|\frac{y_j^s - x_i^s}{h_s}\right\|^2\right) g\left(\left\|\frac{y_j^r - x_i^r}{h_r}\right\|^2\right)} \end{array} \right), j=1,2,\dots \quad (6)$$

**定理 2** 如核轮廓  $k(u), u \geq 0$  是严格凸的且单调递减, 则按式 (6) 计算的序列  $\{y_j\}_{j=1,2,\dots}$  和相应的用核  $K_{h_s, h_r}(\mathbf{x})$  估计的密度序列  $\{\hat{p}_{h,K}(j)\}_{j=1,2,\dots}$  收敛, 且  $\{\hat{p}_{h,K}(j)\}_{j=1,2,\dots}$  单调上升。

将式(6)代入参考文献[6]中定理 1 的证明过程即可得到定理 2 的证明。

滤波器式(6)的几何意义是: 在空域不变的情况下, 幅度域的加权均值漂移到局部密度最大点。轮廓  $k(u), u \geq 0$  是严格凸的且单调递减, 因此  $g(u), u \geq 0$  严格单调递减且当  $u \rightarrow \infty$  时  $g(u) \rightarrow 0$ 。很明显, 一个较小的  $h_s$  意味着只有在空域上靠近  $y_j^s$  的很少的点有贡献, 而随着  $h_s$  的增大, 越来越多的样本点可以影响输出, 因此  $h_s$  决定着影响输出的邻域空间的大小。 $h_s$  确定以后, 当  $h_r = 0$  时, 每个样本点都是输出信号; 随着  $h_r$  的增加, 噪声可以得到不同程度的去除; 当  $h_r = \infty$  时, 式(6)退化为线性滤波。因此,  $h_r$  可以被看作是输出空间的尺度参数, 当  $h_s$  确定以后, 输出结果完全依赖于  $h_r$  的选择。

### 3.2 适应滤波

离散信号一般来说都是通过均匀采样得到的, 因此在信号滤波时, 针对每一类问题我们总能通过实验或经验获得一个合适的空域核尺度  $h_s$ 。所以, 如何选择输出空间的尺度  $h_r$  才是提高滤波性能的关键。对任一点  $\mathbf{x}$ , 首先计算幅度域加

权平均  $\bar{x}^r = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i x_i^r}{\sum_{i=1}^n \omega_i}$ , 其中  $\omega_i = g\left(\left\|\frac{x^s - x_i^s}{h_s}\right\|^2\right)$ , 然后

计算幅度域加权局部方差  $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i (\bar{x}^r - x_i^r)^2}{\sum_{i=1}^n \omega_i}$ 。

反映了信号在  $\mathbf{x}$  附近的局部特征:  $\sigma^2$  较小表明  $\mathbf{x}$  附近的区域比较平坦, 因而噪声较小; 较大的  $\sigma^2$  表明  $\mathbf{x}$  附近的区域包含有较强的噪声或者信号边缘。因此, 我们选择  $h_r = k\sigma$  是比较合理的, 比例系数  $k$  可以随核函数的不同选不同的值。当  $k(u) = \exp(-u/2)$  亦即核函数采用正态核时,  $k=1$  是一个比较合理的选择。

令  $x_i, i=1,2,\dots,n$  表示输入的原始信号, 基于均值漂移的自适应滤波的过程为: (1)选择空域的核尺度  $h_s$ 。(2)对每个信号点  $x_i, i=1,2,\dots,n$ , 按上述计算  $\bar{x}_i^r$  和  $\sigma_i^2$ , 令  $h_r = k\sigma_i$ ,

以  $(x_i^s, \bar{x}_i^r)$  作为初值代入式(6)进行迭代, 直至收敛, 收敛点即为滤波后的输出信号。

**注释 1** 根据定理 2, 迭代过程式(6)的收敛点是局部密度最大点, 因此在第 2 步中以  $(x_i^s, \bar{x}_i^r)$  和以  $x_i$  作为初值进行迭代的输出是相同的。但是,  $(x_i^s, \bar{x}_i^r)$  可以被看作是当  $h_r = \infty$  时以  $x_i$  为初值进行迭代的输出, 因此  $(x_i^s, \bar{x}_i^r)$  处的密度大于  $x_i$  处的密度, 前者的收敛速度更快。文献[6]指出: 正态核是最适于均值漂移过程的一种核函数, 本文方法在下面的实验和应用中均采用正态核函数。

## 4 实验与分析

本节通过实验对本文方法与实际应用中较常采用的高斯滤波及中值滤波加以比较, 实验中所用数据为人工合成数据如图 1 所示(上边为原始数据, 下边为加了高斯白噪声和脉冲噪声的结果)。我们知道, 滤波是尺度依赖的, 因此实验中 3 种方法采用相同的尺度。图 2 上、中、下分别为高斯滤波、中值滤波及本文滤波方法处理后的结果。从图 2 中可以看出: 对于高斯白噪声, 采用高斯滤波和本文方法都得到较好的处理, 而采用中值滤波效果较差; 中值滤波和本文方法完全去除了脉冲噪声, 而高斯滤波的结果中有明显的脉冲噪声残留(位置 50, 80, 200, 300, 400 附近); 信号的边缘(位置 100, 200, 300, 400 附近)在高斯滤波中受到较严重的模糊, 而在本文方法和中值滤波中得到了较好的保护。

为了对这 3 种方法作一定量的比较, 我们对图 1 中原始数据加入均值为 0、均方差  $\sigma$  不同的高斯白噪声。表 1 为 3 种方法产生的均方误差的比较。可以看出: 当信噪比较低时, 高斯滤波产生的均方误差小于另外两种方法, 而本文方法的均方误差小于中值滤波; 随着信噪比的增加, 高斯滤波的均方误差逐渐大于另外两种方法, 而本文方法的均方误差逐渐大于中值滤波。这是因为在低信噪比情况下噪声残留引起的误差占主导地位, 而在高信噪比情况下信号边缘处的误差占

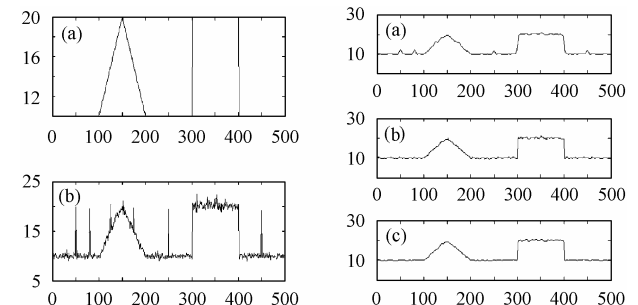


图 1 实验数据

图 2 实验结果

(a) 原始数据

(a) 高斯滤波

(b) 加了高斯白噪声和脉冲噪声

(b) 中值滤波 (c) 本文方法

表 1 3 种方法产生的均方误差比较

	1/4	1/3	1/2	1	2
高斯滤波	0.4347	0.4455	0.4626	0.5713	0.8380
中值滤波	0.1528	0.1904	0.2805	0.5613	1.0786
本文方法	0.1722	0.2084	0.2565	0.4919	0.9249

主导地位。由此可以得出：在抑制高斯噪声时，高斯滤波最优，本文方法次之，中值滤波最差；而在保持边缘的性能方面，中值滤波最优，本文方法次之，高斯滤波最差。因此在信噪比较低时，本文方法整体上优于中值滤波和高斯滤波。

对一个位置固定的点，高斯滤波是对以该点为中心的邻域中的点进行加权平均，权值随距中心点距离的增加而减小，而中值滤波是将以该点为中心且长度为奇数的窗口中的点的中间值作为输出，是一种非线性的滤波方法。高斯滤波仅考虑了空域对权值的影响，是对数据做了一定尺度的平滑，随着尺度参数的增大，信号边缘不可避免地会受到越来越严重的模糊，中值滤波具有良好的边缘保护特性和清除脉冲噪声的能力，但在决定输出时不考虑空域的信息，因此平滑非脉冲噪声的能力较弱。本文方法是一种基于聚类的非线性滤波方法，聚类的结果使得脉冲噪声作为离群点被清除掉，而在边缘附近存在两个聚类使得边缘得到保护；另外，由于考虑了空域的信息，非脉冲噪声也因加权平均而得以有效抑制。

### 5 光谱的去噪

天体光谱噪声的来源一般是天光背景、大气吸收、仪器设备、未知源等。宇宙射线为极窄的强脉冲；大气吸收线为窄吸收脉冲；设备噪声和其它噪声源所引起的噪声混合在一起，其表现形式是随机白噪声以及波长不固定的干扰噪声。光谱去噪的目的是在去除各种噪声的同时尽可能地保留谱线的信息。最佳滤波器必须已知信号和噪声的统计特性，因此很难将它们应用于天体光谱。高斯滤波<sup>[11]</sup>和小波阈值法<sup>[12]</sup>都曾被用于光谱去噪，高斯滤波是线性滤波器，容易造成谱线线心的移位，小波阈值法主要针对高斯白噪声且需要估计噪声的方差，这两种方法都不能完全去除强脉冲噪声。我们将本文滤波方法用于天体光谱的去噪，取得了较好的效果。

天体光谱信号的空域分量为波长，幅度域分量为相对流量，如图 3、图 4 所示，图中横轴为波长，纵轴为相对流量。图 3(a)和图 4(a)分别是 SDSS 星系巡天中的一个正常星系和类星体的光谱，分别是典型的吸收型光谱和发射型光谱，图中标出了天光噪声和部分特征谱线。可以看出光谱中存在较

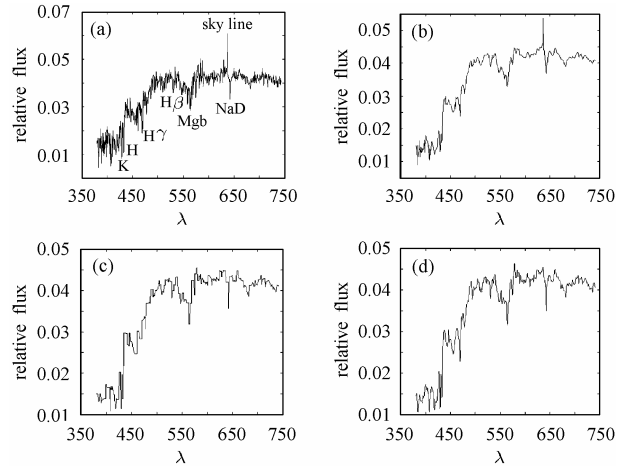


图 3 吸收型光谱的去噪

(a)实测光谱 (b)小波硬发值法 (c)均值漂移滤波 (d)本文方法

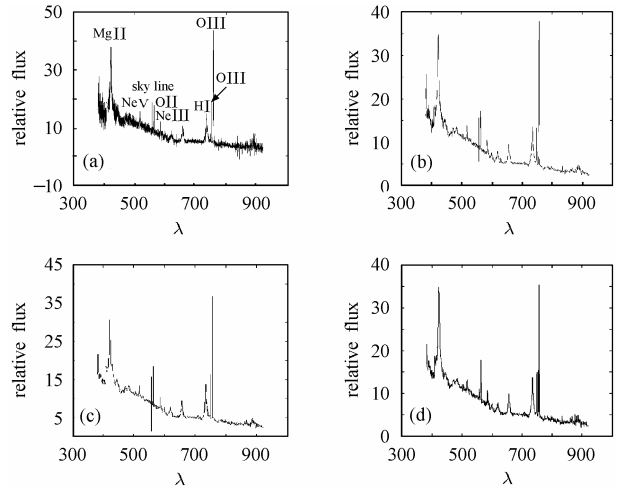


图 4 发射型光谱的去噪

(a)实测光谱 (b)小波硬发值法 (c)均值漂移滤波 (d)本文方法

大的噪声，图 3(b)和图 4(b)为采用小波硬阈值法的结果，图 3(c)和图 4(c)为采用均值漂移滤波的结果，图 3(d)和图 4(d)为本文自适应滤波的处理结果。从图中可以看出：小波硬阈值法使光谱中的随机噪声得到了抑制，但天光噪声却依然存在；图 3(c)和图 4(c)中存在幅度域为常数的小线段，这正是前边提到的均值漂移滤波的块状效应，这将严重地影响后续的谱线提取；而图 3(d)和图 4(d)中不存在这种现象，且光谱中的天光噪声和随机噪声都得到了较好的抑制，此外，与前两种方法相比，本文方法较好地保留了特征谱线的信息。不足的是，特别窄的发射谱线在本文方法中会被去除掉。

小波硬阈值法将小波系数小于阈值的部分认为是噪声，而脉冲噪声的小波系数一般来说都比较大，因此小波硬阈值法无法消除光谱中的天光背景噪声和较强的随机噪声。另外，小波硬阈值法的去噪效果取决于阈值的大小，在噪声统计特性未知的情况下，合理的阈值设置也比较困难。引言中

已指出,核尺度对均值漂移滤波性能有较大的影响:当核尺度较小时,大尺度的噪声得不到足够的平滑(如图 4(c)中仍然存在天光背景的脉冲噪声,这是因为幅度域的核尺度较小);当核尺度较大时,边缘保护能力降低。本文方法只取决于空域的核尺度  $h_s$ ,幅度域的核尺度是根据信号的局部特征自适应选取,这种自适应性使之可以针对不同尺度的噪声选择相应的核尺度,信号的边缘也得以较好的保护。从时间复杂度来看,尽管本文的滤波方法要首先确定幅度域的核尺度,但是它的收敛速度较快,因而运算时间少于均值漂移滤波,而算法中的迭代使这两种滤波的运算耗费都大于小波硬阈值法。

## 6 结束语

本文给出了一种基于均值漂移的自适应滤波方法,并通过实验将该滤波器与高斯滤波、中值滤波进行了比较,实验与分析表明:本文滤波方法能够去除脉冲噪声,能有效抑制非脉冲噪声,并有较强的边缘保护能力,整体性能优于高斯滤波和中值滤波。本文将该方法用于天体光谱的去噪,并与均值漂移滤波和小波硬阈值法对光谱信号的处理进行了比较,结果表明:本文方法能够有效抑制光谱中天光背景噪声和随机噪声,同时能较好地保护谱线的信息,较之均值漂移滤波和小波硬阈值法更适于天体光谱的处理。

## 参 考 文 献

- [1] Yu L Y, Wenyan, Allen Tannenbaum, *et al.*. Behavioral analysis of anisotropic diffusion in image processing. *IEEE Trans on Image Processing*, 1996, 5 (11): 1539 – 1553.
  - [2] Joachim Weickert. A review of nonlinear diffusion filtering. Proceedings of the First International Conference on Scale-Space Theory in Computer Vision, Utrecht, The Netherlands, 1997. July 02-04, 1252: 3 – 28.
  - [3] Tomasi C, Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images. Proc. Sixth International Conference on Computer Vision, Bombay, India, 1998, January 04 – 07: 839 – 846.
  - [4] Danny Barash. A fundamental relationship between bilateral filtering, adaptive smoothing, and the nonlinear diffusion equation. *IEEE Trans on PAMI*, 2002, 24(6): 844 – 847.
  - [5] Fukunaga K, Hostetler L D. The estimation of the gradient of a density function with applications in pattern recognition. *IEEE Trans on information Theory*, 1975, 21: 32 – 40.
  - [6] Comaniciu D, Meer P. Mean shift: a robust approach toward feature space analysis. *IEEE Trans. on PAMI*, 2002, 24(5): 603 – 619.
  - [7] Silverman B W. Density Estimation for Statistics and Data Analysis, New York: Chapman & Hall, 1986: 106 – 203.
  - [8] Sheather S J, Jones M C. A reliable data-based bandwidth selection method for kernel density estimation. *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 1991, 53 (3): 683 – 690.
  - [9] Comaniciu D, Ramesh V, Meer P. The variable bandwidth mean shift and data-driven scale selection. Proc. Eighth International Conference on Computer Vision, Vancouver, Canada, 2001, 2: 142 – 149.
  - [10] Wand M P, Jones M. Kernel Smoothing. New York: Chapman & Hall, 1995: 1 – 87.
  - [11] 周虹, 黄凌云, 罗曼丽. 一种基于 Hough 变换和神经网络的分层类星体识别方法. 电子科学学刊, 2000, 22(4): 529 – 535.
  - [12] 覃冬梅. 天体光谱信号的自动识别方法研究. 博士论文, 中国科学院自动化所, 2003.
- 刘 蓉: 女, 1972 年生, 讲师, 研究方向为应用统计、模式识别等.
- 段福庆: 男, 1973 年生, 博士生, 研究方向为模式识别、信号处理等.
- 刘三阳: 男, 1959 年生, 教授, 研究方向为优化理论、应用统计等.
- 吴福朝: 男, 1957 年生, 研究员, 研究方向为计算机视觉、模式识别等.