文章编号: 1672 - 6146(2004)02 - 0065 - 06

基于单位收益风险的投资决策模型与分析

张金清
(复旦大学金融研究院,上海 200433)

摘 要: 为得到更为适用的投资决策模型与分析方法,首先建立了单位收益风险度量模型,然后,借助于该模型和方法,对 Markowitz 型有效集中的资产组合选择问题进行了全面的分析、评价,并得到了单位收益风险最小的资产组合,同时,与用经典的标准差度量方法所得结果也进行了比较,在此基础上给出了更为合理的投资决策建议.

关键词: 单位收益风险;风险度量;投资决策
中图分类号:O 213;F 830.91 **文献标识码**:A

1 引言及问题的提出

1952 年,Markowitz 提出了用方差度量风险的方法,并从风险资产的收益率与风险之间的关系出发,讨论了不确定经济系统中最优组合的选择问题,为现代金融理论奠定了坚实的基础. 应该说,资产组合均值—方差理论在投资金融领域中引发了一场革命, 在此基础上的各种理论、应用以及研究方法的扩展不断涌现[1~3].

利用 Markowitz 均值—方差方法以及相关理论,我们可以得到一个投资组合有效集和相对于某个理性投资者的一簇均值—方差无差异曲线,并且在一定条件下必然存在着一条无差异曲线与有效集是相切的,由切点确定的组合即为能使该投资者获取投资效用最大的最优组合. 所谓的有效集,也称为资产组合的"有效前沿",是指所有"均值—方差"有效资产组合(下文简称为有效组合)的全体,其中有效组合是指对确定的方差水平具有最大期望收益率,同时对确定的期望收益率具有最小方差的资产组合. 按照 Markowitz 的假设,金融市场上的理性投资者是厌恶风险而偏好收益的,其效用函数为均方效用函数. 当均方效用函数等于某个常数时,就可对应地在均值—方差坐标平面上绘出一条曲线,这就是上述的无差异曲线,无差异曲线的形状能够反映投资者风险厌恶的程度.

从上面的论述中可以看出,理性投资者的最优投资组合的确定,完全取决于资产组合有效集和该投资者的无差异曲线. 遗憾的是,现实市场中的投资者的效用或者无差异曲线却并不像理论假设那样能够精确获得. 要满足 Markowitz 理论假设中的理性,首要的是投资者能够对市场上不同投资组合的风险和收益有一个正确的比较、认识和判断. 然而,在这一方面,投资者不仅不能从经典的 Markowitz 均值—方差理论中获得多少帮助,相反,却有可能从中产生一些模糊认识、甚至误解. Markowitz 均值—方差理论及其相关结果,实质上是用单纯的回报或者风险这样的绝对量指标来衡量和确定不同资产组合的投资选择问题的,但这无法对不同收益、不同风险的投资组合进行整体性的综合评判. 例如,考虑投资组合 A、B 和 C,它们的收益率 $\overline{R}$ 和方差 σ^2 分布见表 1.

表 1 收益率与方差

Tab. 1 Return rate and variance

投资	预期收益率 $\overline{R}$	方差 σ^2
A	0.20	0.004 9
B	0.30	0.008 1
C	0.40	0.022 5

下面按照 Markowitz 的均值—方差方法,分别用单纯的回报和风险来考察投资组合 A、B 和 C 的选择问题. 从表 1 中容易看出,若以预期收益率作为投资选择标准时,则根据理性投资者偏好收益的特性,投资者应按照如下顺序进行选择:先 C,后 B,再 A,我们简记为 $C \to B \to A$;若以方差作为风险的衡量标准并进行投资选择,则理性投资者的选择顺序应为 $A \to B \to C$,因为理性投资者是厌恶风险的. 显然,通过上述分析,我们得到了完全相反的结论. 面对这种

收稿日期:2004 - 02 - 10
*基金项目:国家自然科学基金[10371025]和教育部人文社会科学研究"十五"规划资助项目[01JA790068].
作者简介:张金清(1965 -),男,博士,教授,博士生导师,研究方向:数理金融与金融工程.

状况,投资者往往会感到无所适从,甚至有可能对上述绝对性度量指标的合理性和科学性产生怀疑.

事实上,根据上述绝对性度量指标进行投资决策是缺乏合理性的. 这是因为投资组合的选择与风险、收益密切相关,而且风险与收益之间存在着正相关关系. 因此,当仅以收益作为投资选择指标时,由于没有考虑风险因素,所以有可能导致风险的过度承担,而过度的风险承担,则会导致高于投资实际回报率的贴现率,这样会损害投资的实际价值;而仅以风险为指标时,又没有将预期收益率的大小考虑在内,所以会有可能导致投资决策过度保守,从而使投资者丧失大量有利的投资机会.

为评价投资绩效,一些学者[2~5]提出了几种用相对性指标度量风险的方法,变差系数法就是其中的一种. 所谓的变差系数(用 σ_V 表示)为:

$$\sigma_V = \sigma / \overline{R} \tag{1}$$

其中 $\overline{R}$ 为要衡量的投资组合的收益率,σ 为该组合的标准差. 公式(1)表明,变差系数衡量了每单位收益率中所含有的风险,是一种相对偏离程度的度量标准. 变差系数愈大,预期收益率愈小,投资的相对风险就越大. 若以变差系数作为风险度量指标来考虑表 1 中投资 A、投资 B 和投资 C 的风险大小时,我们发现,投资 C 的风险(0.375)大于投资 A 的风险(0.35),而投资A的风险又大于投资 B 的风险(0.3),于是,以变差系数作为衡量标准,理性投资者应遵循以下选择顺序:$B \to A \to C$. 结合上文的讨论可以看出,这与单纯用方差度量风险或者单纯用收益率作为选择标准所得到的结论又有着根本的不同. 由于用变差系数方法衡量风险时,我们同时将预期收益率和风险的双重因素都考虑在内,所以,相比之下,这种度量标准更为合理一些. 这对引导投资者真正走向理性、并使投资者正确选择投资机会将会有实质作用.

因此,为弥补用标准差或者方差度量风险时所存在的缺陷,本文将引进用以考察投资绩效的变差系数作为资产组合的风险度量标准,来研究、分析 Markowitz 型有效集(即用 Markowitz 均值—方差方法得到的有效集)中的投资组合选择问题,并与用均值—方差方法所得到的相应结果进行比较. 在上述工作的基础上,本文给出了更为合理的投资决策分析.

由于除了有效组合以外,投资其他可行组合都是无效的,所以当解决了 Markowitz 型有效集上资产组合的选择问题以后,投资者就应该能够及时、准确地把握整个市场的投资机会.

2 资产组合的单位收益风险分析

2.1 Markowitz 型有效集

考虑一个标准的 Markowitz 型金融市场. 假设市场上仅有 n 种风险资产,其收益率向量记为 $X = (X_1, \cdots, X_n)^T$,投资者投资 n 种风险资产的资产组合向量记为 $w = (w_1, \cdots, w_n)^T$, n 种资产的收益率协方差矩阵记为 $\Sigma = (\sigma_{ij})_{n\times n}$. 令向量 $1 = (1, \cdots, 1)^T$, $E(X) \neq k1$, k 为常数,且 Σ 为非退化矩阵. 对应地,资产组合 w 的收益率记为 $X_p = W^T X = \sum_{i=1}^{n} w_i X_i$,总风险为 $\sigma_p^2 = w^T \Sigma w$.

在本文中,把确定的收益水平下所求得的方差最小的资产组合,称为最小方差资产组合. 按照 Markowitz 理论,求收益一定而风险最小的投资组合问题可以归结为一个线性约束下的二次规划问题,即

$$\min \ \sigma_p^2 = w^T \Sigma w,$$
$$s.t. \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1,$$
$$E(X_p) = E(X)^T w = \mu,$$

其中 μ 为投资者所要求的最低收益率. 利用拉格朗日数乘法可以求解上述二次规划问题,我们在下面仅给出结论(论述和证明过程参见文献[1,3]):

1)期望收益率为 μ 的情况下,最小方差组合为:

$$w^* = \Sigma^{-1}(\lambda_1 1 + \lambda_1 E(X)),$$

其中 $\lambda_1 = \dfrac{c - \mu b}{\Delta}$, $\lambda_2 = \dfrac{\mu a - b}{\Delta}$, $a = 1^T \Sigma^{-1} 1$, $b = 1^T \cdot \Sigma^{-1} E(X)$, $c = E(X)^T \Sigma^{-1} E(X)$, $\Delta = ac - b^2$.

2)
$$\sigma_p^2 = \frac{a\mu^2 - 2b\mu + c}{\Delta} = \frac{a(E(X_p))^2 - 2bE(X_p) + c}{\Delta},$$

上式表明,在标准差和均值坐标系下,标准差与均值的关系可以用双曲线的右分支表示,见图 1. 在图 1 中,从 $(0, \frac{b}{a})$ 出发、与双曲线相切的两条用虚线表示的直线,是双曲线的两条渐进线.

3)(两基金分离定理)任一最小方差组合都可以唯一表示成全局最小方差组合 w_g 和可分散化资产组合 w_d 的资产组合,即

$$w^* = \lambda w_g + (1 - \lambda) w_d,$$

其中 $w_g = \dfrac{\Sigma^{-1} 1}{a}$, $w_d = \dfrac{\Sigma^{-1} E(X)}{b}$, $E(X_g) =$

$E(X)^T w_g = \frac{b}{a}$, $\sigma_g^2 = \frac{1}{a}$, $E(X_d) = E(X)^T w_d = \frac{c}{b}$, $\sigma_d^2 = \frac{c}{b^2}$.

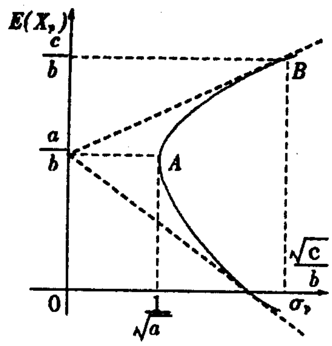

图 1　有效资产组合

Fig. 1　Effective asset portfolio

图 1 上的 A 点和 B 点分别表示全局最小方差组合 w_g 和可分散化资产组合 w_d.

应用 Cauchy - Schwarz 不等式并根据 Δ、a、b、c 的定义,容易证明:$\Delta>0$, $a>0$, $c>0$, b 则可为正,也可为负. 当容许买空时, b 可以取负值. 但是由于全局最小方差组合 w_g 的期望收益率 $E(X_g)=\frac{b}{a}$,故当 $E(X_g)>0$ 时, $b>0$. 此时,一定有 $\sigma_g^2<\sigma_d^2$,即可分散化资产组合 w_d 一定在双曲线的上半叶上,亦即,在图 1 中,表示可分散化资产组合 w_d 的 B 点一定在表示全局最小方差组合 w_g 的 A 点的上方. 值得注意的是, $b<0$ 时的图形,可以以 σ_p 轴为对称,将图 1 中的整个双曲线平行下移 $\frac{2|b|}{a}$ 个单位后而得到.

不失一般性,本文假设全局最小方差组合 w_g 的期望收益率 $E(X_g)=\frac{b}{a}$,从而一定有 $b>0$.

根据本节结论和理性投资者的无差异曲线的形状,我们知道风险厌恶者只在图 1 中双曲线的上半支选择投资组合,所以 Markowitz 型有效集(下文简称为有效集)实际上是由回报率高于全局最小方差组合 w_g 的前沿证券组合构成的,即为图 1 中 A 点上方的双曲线所对应的资产组合. 设 $E(X_p)$ 与 σ_p 分别为资产组合 w 的期望收益率和标准差,则有效集也可以表示为

$$\Omega=\{w|\ \sigma_p=\frac{\sqrt{a(E(X_p))^2-2bE(X_p)+c}}{\sqrt{\Delta}},\text{且}$$

$$E(X_p)=E(X)^T w\ge\frac{b}{a}\}.$$

2.2　最小单位收益风险组合

我们受文献 Best(1998)和 Jorion(1997)中使用变差系数法的启发,在本文中也引进变差系数(仍然用 σ_V 表示)来衡量资产组合 w 的风险,即

$$\sigma_V=\frac{\sigma_p}{E(X_p)}=\frac{\sigma_p}{E(X)^T W}\tag{2}$$

其中 σ_p 表示资产组合 w 的标准差, $E(X)$ 表示期望收益率向量. 由于本文是用变差系数 σ_V 表示资产组合 w 的单位收益中所含有的风险,所以,为清楚起见,本文称这种度量资产组合风险的方法为单位收益风险法,资产组合 w 的变差系数 σ_V 称为资产组合 w 的单位收益风险.

下面在有效集 Ω 中求单位收益风险最小的资产组合. 于是问题就变为

$$\min\ \sigma_V=\frac{\sigma_p}{E(X_p)}\tag{3}$$

$$s.t.\quad \sqrt{\Delta}\sigma_p=\sqrt{a(E(X_p))^2-2bE(X_p)+c}\tag{4}$$

我们用拉格朗日乘数法求解. 令

$$L(E(X_p),\sigma_p,\lambda)=\frac{\sigma_p}{E(X_p)}+$$
$$\lambda(\sqrt{a(E(X_p))^2-2bE(X_p)+c}-\sqrt{\Delta}\sigma_p),$$

于是,最优解满足的条件为:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial L}{\partial E(X_p)}=-\dfrac{\sigma_p}{(E(X_p))^2}+\dfrac{\lambda(aE(X_p)-b)}{\sqrt{a(E(X_p))^2-2bE(X_p)+c}}\\ \dfrac{\partial L}{\partial\sigma_p}=\dfrac{1}{E(X_p)}-\lambda\sqrt{\Delta}=0\\ \dfrac{\partial L}{\partial\lambda}=\sqrt{a(E(X_p))^2-2bE(X_p)+c}-\sqrt{\Delta}\sigma_p=0.\end{cases}$$

计算上述方程组,可得到最优解: $E(X_p)=\frac{c}{b}$, $\sigma_p^2=\frac{c}{b^2}$. 然后,结合 2.1 的结论,我们可以进一步求出单位收益风险最小的资产组合 $w_V^*=\frac{\sum^{-1}E(X)}{b}$,我们将组合 w_V^* 称为最小单位收益风险组合.

这个结论多少让我们有些吃惊,因为最小单位收益风险组合恰为 2.1 节中的可分散化组合 w_d,即 $w_V^*=w_d$,也就是图 1 中的 B 点.

2.3　有效集上的单位收益风险分析

将 $\sigma_p=\frac{\sqrt{a(E(X_p))^2-2bE(X_p)+c}}{\sqrt{\Delta}}$ 代入 $\sigma_V=\frac{\sigma_p}{E(X_p)}$ 中,得

$$\sigma_V=\frac{\sqrt{a(E(X_p))^2-2bE(X_p)+c}}{\sqrt{\Delta}E(X_p)}\tag{5}$$

于是,

$$\frac{\partial \sigma_V}{\partial E(X_p)} = \frac{b\left(E(X_p) - \frac{c}{b}\right)}{\sqrt{\Delta}\,(E(X_p))^2 \sqrt{a(E(X_p))^2 - 2bE(X_p) + c}} \tag{6}$$

根据(5)式和(6)式,并注意到前面的讨论,我们对有效集 Ω 中资产组合的单位收益风险进行分析,可得到如下结论:

1) 在有效集 Ω 中,当资产组合的期望收益率 $\frac{b}{a} < E(X_p) < \frac{c}{b}$ (也就是图 1 双曲线上,全局最小方差组合 A 与最小单位收益风险组合 B 之间所对应的资产组合) 时,满足 $\frac{\partial \sigma_V}{\partial E(X_p)} < 0$. 此时,资产组合的单位收益风险将随着 $E(X_p)$ 的增加而减少,并在 $E(X_p) = \frac{c}{b}$ 时,单位收益风险达到最小,为 $\frac{1}{\sqrt{c}}$. 值得注意的是,在这一段上,用单位收益风险衡量的全局最小方差组合的风险最大,为 $\frac{\sqrt{a}}{b}$,当然更高于最小单位收益风险组合的风险 $\frac{1}{\sqrt{c}}$. 但根据 2.1 的结论,用标准差衡量的全局最小方差组合的风险为 $\frac{1}{\sqrt{a}}$,却低于最小单位收益风险组合的风险 $\frac{\sqrt{c}}{b}$.

2) 在有效集 Ω 中,当资产组合的期望收益率 $\frac{c}{b} < E(X_p) < +\infty$ (也就是图 1 双曲线上,最小单位收益风险组合 B 点的上方所对应的资产组合) 时,满足 $\frac{\partial \sigma_V}{\partial E(X_p)} > 0$,这意味着随着 $E(X_p)$ 的增大,对应的资产组合的单位收益风险也在增大. 特别地,当 $E(X_p) \to +\infty$ 时,对应资产组合的单位收益风险达到最大. 根据(5)式可求得最大单位收益风险为:

$$\max \sigma_V = \lim_{E(X_p) \to +\infty} \frac{\sigma_p}{E(X_p)} = \lim_{E(X_p) \to +\infty} \frac{\sqrt{a(E(X_p))^2 - 2bE(X_p) + c}}{\sqrt{\Delta}\,E(X_p)} = \sqrt{\frac{a}{\Delta}}.$$

也就是说,当资产组合位于双曲线的 B 点上方时,该组合的单位收益风险 σ_V 满足:

$$\frac{1}{\sqrt{c}} \le \sigma_V \le \sqrt{\frac{a}{\Delta}}.$$

2.4 资产组合的单位风险报酬

单位收益风险的倒数(用 R_V 表示) 也有明确的含义,即

$$R_V = \frac{1}{\sigma_V} = \frac{E(X)^T w}{\sigma}, \tag{7}$$

上式表示单位风险所能够带来的收益,这反映了风险资本的报酬,所以我们将其称为单位风险报酬. 在文献 Best (1998) 中,用 R_V 对资本配置时所导致的风险调整的绩效进行评价,并将该法称为 RAKOC 方法. 其实我们也可以用来比较和评判投资选择机会. 容易看出,与单位收益风险正好相反,当收益增加,风险减少时,R_V 值在增加. 应用上面的讨论方式,我们发现,利用公式(1) 和公式(7) 所得到的结论是类似的. 只不过公式(1) 更注重风险因素,而公式(7) 则更注重收益率的大小.

3 两种不同风险度量标准的比较

在本节,我们将分别用标准差和单位收益风险来对有效集上的资产组合进行风险分析和比较. 由于理性投资者除了有效集上的资产组合以外,不可能选择其他的可行资产组合,所以我们只考虑有效集上,即位于双曲线的全局最小方差组合上方的资产组合的情况.

当用标准差作为风险度量标准时,根据 2.1 节中的结论 2) 可以得到

$$\sigma_p = \frac{\sqrt{a(E(X_p))^2 - 2bE(X_p) + c}}{\sqrt{\Delta}}, \tag{8}$$

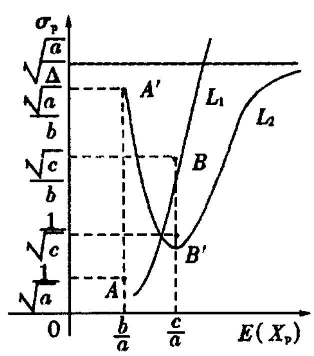

图 2 单位收益风险与标准差

Fig. 2 Risk per unit of earning rate and standard deviation

上式是用期望收益率表示的标准差;而式(5) 则是用期望收益率表示的单位收益风险. 为清楚和直观起见,我们在同一个 $E(X_p)-\sigma$ 直角坐标系里分别将式(5) 和式(8) 所代表的曲线图形画出来,即图 2. 由于我们只关心有效集 Ω 中的资产组合的风险与收益问题,所以我们仅绘出对应于有效集 Ω 的那一部分曲线图,也就是对应于图 1 中位于全局最小方差组合 A 上方的那一部分,此时,对应的资产组合的

期望收益率满足 $E(X_p) \geq \frac{b}{a}$.

在图 2 中,过 A 点和 B 点的曲线是由式(8)确定的,记作 L_1,表示标准差与期望收益率的关系,过 A 点和 B 点的曲线则是由式(5)确定的,记作 L_2,表示单位收益风险与期望收益率的关系,其中直线 $\sigma = \sqrt{\frac{a}{\Delta}}$ 是曲线 L_2 的渐近线. 需要指出的是,在图 2 中,$\frac{1}{\sqrt{a}}$ 与 $\frac{1}{\sqrt{c}}$,$\frac{\sqrt{c}}{b}$ 与 $\frac{\sqrt{a}}{b}$,$\frac{\sqrt{a}}{b}$ 与 $\sqrt{\frac{a}{\Delta}}$,等等,这几对数的大小并不确定,但这不影响曲线 L_1 和 L_2 的形状,也不影响我们用这两条曲线的性质和直观性来分析问题.

根据图 2 和本文第二节的结论,我们容易得到表 2 中的结论.

表 2　两种风险度量分析

Tab. 2　Analysis for two kinds of risk measurements

$E(X_p)$	标准差(σ_p)	变差系数(σ_V)	两种风险度量的比较与综合分析
$\frac{b}{a} \leq E(X_p) \leq \frac{c}{b}$,即在图 1 中,对应于全局最小方差组合 A 与最小单位收益风险组合 B 之间的那段双曲线上的资产组合.	$\frac{1}{\sqrt{a}} \leq \sigma_p \leq \frac{\sqrt{c}}{b}$,用标准差表示的风险 σ_p 随着预期收益率的增大而增大,全局最小方差组合的风险(即为 $\frac{1}{\sqrt{a}}$)小于最小单位收益风险组合的风险(即为 $\frac{\sqrt{c}}{b}$).	$\frac{1}{\sqrt{c}} \leq \sigma_V \leq \frac{\sqrt{a}}{b}$,单位收益风险 σ_V 随着预期收益率的增大而减小. 全局最小方差组合的风险(即为 $\frac{\sqrt{a}}{b}$)大于最小单位收益风险组合的风险(即为 $\frac{1}{\sqrt{c}}$).	结论正好相反,即用标准差衡量风险大的组合,当用单位收益风险衡量时,其风险反而小,反之亦然. 在这一段上,资产组合的收益率在逐渐增加,尽管用标准差衡量的绝对性风险也在增加,但单位收益的风险却在减小,并在 $E(X_p) = \frac{c}{b}$ 达到最小,而此时的期望收益率却最大,这个组合即为最小单位收益风险组合.
$\frac{c}{b} < E(X_p) < +\infty$,即在图 1 中,最小单位收益风险组合 B 的上方双曲线所对应的资产组合.	$\frac{\sqrt{c}}{b} < \sigma_p < +\infty$,风险 σ_p 随着预期收益率的增大而增大.	$\frac{1}{\sqrt{c}} < \sigma_V < \sqrt{\frac{a}{\Delta}}$,单位收益风险 σ_V 随着预期收益率的增大而增大,且最大值为 $\sqrt{\frac{a}{\Delta}}$.	两种风险度量的走势一致,即用标准差衡量风险大的组合,即用单位收益风险衡量时风险也大,但二者的风险值相差很大,反之亦然. 在这一段上,尽管最小单位收益风险组合的单位收益风险仍然最小,但其收益率也最小.
$E(X_p) \to +\infty$	$\sigma_p \to +\infty$	$\sigma_V \to \sqrt{\frac{a}{\Delta}}$	当期望收益率无限增大时,用标准差衡量的资产组合的风险也将趋于无穷大;而用单位收益风险衡量时,风险则逐渐趋于有限值,因而二者反映的风险变化幅度相差很大.

4　结论

根据图 2 以及表 2 中的讨论,我们发现上述两种风险度量方法各有优势和缺陷,但可喜的是,它们的优势和缺陷恰好具有互补性.

首先,对有效集上期望收益率满足 $\frac{b}{a} \leq E(X_p) \leq \frac{c}{b}$ 的资产组合(也就是图 2 中,曲线 L_1 上 A 点和 B 点之间或者曲线 L_2 上 A 点和 B 点之间所对应的资产组合)进行投资选择时,因为考虑了收益因素,所以用单位收益风险法更为合理一些. 而此时的标准差度量法却存在着明显的缺陷:除了没有考虑收益因素以外,还存在着对风险规避的过度激励,即激励投资者持有标准差最小的资产组合. 而标准差最小的组合(即全局最小方差组合),其期望收益率也最小,单位收益的风险却反而最大,因此,在这种情况下,对标准差较小的组合进行投资选择,是比较保守的,有可能错失最佳投资良机.

然后,对有效集中期望收益率满足 $\frac{c}{b} \leq E(X_p) < +\infty$ 的资产组合(也就是图 2 中,曲线 L_1 上 B 点上方或者曲线 L_2 上 B 点上方所对应的资产组合),

用单位收益风险法衡量的风险值,尽管也会随着期望收益率的增大而增大,但却不会超过一个有限值.这种状况掩盖和缩小了市场中的真实风险,并有可能让投资者产生错觉,似乎投资的风险是有限度的,所以单位收益风险度量法存在着激励过度冒险的倾向,这会给投资者带来巨大的收益损失.而此时的标准差度量法则正好相反,可以充分地暴露现实市场中的风险,弥补单位收益风险法所带来的不足,以使投资者警惕风险的存在.

认清两种风险度量方法的优势和缺陷,对我们确定正确的投资决策是很重要的.综合以上讨论,我们认为,在进行投资决策时,应将单位收益风险法与标准差度量法结合起来,取长补短,发挥优势,修正不足.具体分析如下:

1) 首先对两种方法度量风险的取值范围有一个整体认识.对有效集 Ω 中所有的资产组合,用标准差衡量的风险满足:$\frac{1}{\sqrt{a}} \leq \sigma_p < +\infty$;而用单位收益风险衡量的风险则满足:$\frac{1}{\sqrt{c}} \leq \sigma_V \leq \max\{\frac{\sqrt{a}}{b}, \sqrt{\frac{a}{\Delta}}\}$.

2) 对有效集上的期望收益率满足 $\frac{b}{a} \leq E(X_p) \leq \frac{c}{b}$ 的资产组合进行投资选择时,最小单位收益风险组合应是最佳的;在实际操作中,即使不能选择到最小单位收益风险组合,也应选择收益率较大的资产组合.从图2中可以看出,在这一段中,用标准差衡量的绝对性风险增加时,单位收益的风险会减小,而期望收益率增加,并在曲线 L_2 上的 B 点可以实现单位收益风险最小为 $\frac{1}{\sqrt{c}}$,期望收益率最大为 $\frac{c}{b}$. B 点对应的资产组合即为最小单位收益风险组合.

3) 当有效集上的期望收益率满足 $\frac{c}{b} \leq E(X_p) < +\infty$ 时,对风险厌恶程度很重的投资者来说,最小单位收益风险组合仍然不失为一个最佳选择.尽管期望收益率最小,但该组合是整个有效集上满足单位收益风险最小的组合,而且用标准差度量的风险也最小;而当选择其他组合时,收益率增大的同时,其风险也将迅速增长.而对风险厌恶程度较轻的投资者来说,应特别注意将单位收益风险法与标准差度量法结合起来分析、选择资产组合,这对他的投资成功将是非常重要的.采取这种对策的理由是:尽管此时的两种方法度量风险的走势一致,都随着收益率的增大而增大,但二者反映的风险走势的幅度却相差很大.当我们用单纯的单位收益风险法进行选择时发现,市场上似乎存在着风险值有限、但期望收益率可以无限大的资产组合,这对投资者来说是个很大的诱惑;而标准差度量法此时却反映了市场上的真实风险,即风险随着收益率的增大而同步增大,见图2.因此,在这种情况下,我们认为,将两种度量方法结合起来考虑投资选择问题将更全面、更合理.

参 考 文 献

[1] 叶中行,林建忠.数理金融[M].北京:科学出版社,2000.

[2] Duffie D. Dynamic Asset Pricing Theory[M]. New Jersey: Princeton University Press,1992.

[3] Bodie Z., Kane A., Marcus A. Investments[M]. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc,1999.

[4] Best P. Implementing Value at Risk[M]. New York: John Wiley & Sons,1998.

[5] Jorion P. Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk[M]. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc,1997.

Investment Decision Model and Analysis Based on Risk Per Unit of Earning Rate

ZHANG Jin-qing

(Institute for Financial Studies, Fudan University, Shanghai 200433)

Abstract: In order to get more suitable investment decision model and analysis method, a risk measure method for unit return was introduced, by which, portfolio selection in Markowitz' effective set was analyzed, and a portfolio with the minimal risk, and compare with the results by means of standard deviation for measuring risk was obtained. On account of the above discussions, some more reasonable suggestions for investment decision were given.

Key words: risk per unit of earning rate; risk measure; investment decision

(责任编校:江 河)