

连续相位调制信号的二阶循环平稳特性分析

张仔兵 李立萍 肖先赐
(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

摘要: 连续相位调制(CPM)信号以其恒包络和优良的频谱特性在现代卫星通信和移动通信中越来越受到人们的重视,然而这一大类调制信号的循环平稳特性却较少有人关注。该文根据连续相位调制信号在不同调制指数下的基带循环谱,推导了其相应带通循环谱的表达式,并对这些表达式的详细分析,得出了不同调制指数情况下循环频率与载频、码元宽度和峰值频偏之间的关系式。仿真实验证明这些结论是正确的。

关键词: 连续相位调制 循环平稳 循环谱

中图分类号: TN911.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)11-1726-06

The Characteristic Analysis of Second Order Cyclostationarity of Continuous Phase Modulation Signal

Zhang Zi-bing Li Li-ping Xiao Xian-ci

Abstract Continuous Phase Modulated (CPM) signals play a prominent role in modern satellite communication systems and mobile communication systems due to their constant envelope property and bandwidth efficiencies. However, there was no much comprehensive reference concerning the cyclostationarity of the large family of CPM. In this paper, the general band-pass cyclic spectral representations of the continuous phase modulation are derived and analyzed in detail based on the analytical expression of the corresponding base-band cyclic spectra; as well, the relation between cyclic frequency and carrier frequency, code width, peak frequency deviation is obtained with the different modulation indexes. These conclusions are proved by the computer simulations.

Key words Continuous phase modulation, Cyclostationarity, Cyclic spectrum

1 引言

连续相位调制信号以其恒包络和较好的频谱特性(窄主瓣、快速滚降的旁瓣)在现代卫星通信和移动通信中获得了广泛的应用。由于其调制形式较之一般的非线性调制(如 MPSK)复杂,其自相关和功率谱均较难计算。因此,人们试图通过各种不同方式将这类调制信号简化,如以文献[1,2]中的研究者为代表的将连续相位调制信号分解为线性脉冲幅度调制(PAM)信号的组合以求简化计算。这种由非线性到线性的分解可以得到概念的简化,但在脉冲长度较大时不能得到精确解。也由于上述原因,这类信号的循环平稳特性更是较少有人研究。其实,连续相位调制信号同其它人工调制信号一样具有典型的循环平稳特性,因此,我们可以开发其循环平稳特性为信号处理服务。文献[3-5]系统地论述了信号的循环平稳理论,作者利用线性周期时变变换计算出了多种信号的循环谱,以及对循环平稳理论在信号检测、参数估计、系统

辨识、调制识别等诸多方面的应用作了较为系统的阐述,但作者只对连续相位调制信号的循环平稳特性略有提及。文献[6]是循环平稳应用到通信和信号处理领域的一部专题论著,该论文集不仅对二阶循环平稳及其应用领域有较为详细的论述,还用较大篇幅介绍了高阶循环平稳理论。国内有一部分学者近年来也一直致力于循环平稳理论的应用研究,其涉及的领域包括信号检测^[7,8]、参数估计^[9,10]、阵列信号处理^[11,12]等,文献[13]有专门的章节讨论循环平稳理论以及该领域的前期研究成果,但将循环平稳理论应用到CPM信号的研究目前尚未发现。文献[14]在文献[1]的基础上改进了连续相位调制信号PAM表示,并利用改进的表达式分析了CPM信号复包络(基带信号)的循环平稳特性,得到了一些近似的结论,取得了较好的近似效果。文献[15,16]根据复信号的循环谱与Wigner-Ville 时频分布的关系通过复杂的数学推导计算出了连续相位调制信号的复包络的循环谱表达式。由于通常我们

接收到的信号均为实的带通信号，特别是在载频未知的情况下要实现接收信号的后处理必须能准确地估计出载频参数。正是基于这种考虑，本文作者在文献[15,16]的基础上通过数字带通调制信号的循环谱与其复包络的循环谱关系式，推导并详细分析了二进制连续相位调制信号在不同调制指数下的循环谱，与文献[15,16]相比，本文的结果不仅含有基带信号循环谱的所有信息，而且能准确地反映载波频率的信息。由于循环谱线通常与信号的键控率和载波频率等参数相联系，因此文中对不同调制指数下的循环谱幅度的不同截面进行了分析，得出的一些结论可以为该类信号的接收和优化处理提供参考。计算机仿真实验证明了这些结论是正确的。

2 循环平稳的基本概念和信号模型

2.1 信号的循环平稳性^[3,5]

若二阶连续复值非平稳随机信号 $\{v(t), t \in (-\infty, +\infty)\}$ 的自相关函数呈现以 T 为周期的周期性，则称 $v(t)$ 为循环平稳信号。其循环自相关函数和共轭循环自相关函数表示为

$$R_{vv}^\alpha(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} E \left\{ v \left(t + \frac{\tau}{2} \right) v^* \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \exp(-j2\pi\alpha t) dt \right\} \quad (1)$$

$$R_{vv}^{\alpha*}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} E \left\{ v \left(t + \frac{\tau}{2} \right) v \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right\} \exp(-j2\pi\alpha t) dt \quad (2)$$

其中 α 称为循环频率， T 是信号 $v(t)$ 的基本周期， $E\{\bullet\}$ 表示求期望，上标 * 表示取共轭。

上二式对延时 τ 的傅里叶变换分别为循环谱和共轭循环谱，即

$$S_{vv}^\alpha(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{vv}^\alpha(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3)$$

$$S_{vv}^{\alpha*}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{vv}^{\alpha*}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (4)$$

若数字调制信号表示为^[17]

$$x(t) = \text{Re} \left\{ v(t) e^{j(2\pi f_c t + \varphi_0)} \right\} \quad (5)$$

其中 f_c 表示信号载频， φ_0 表示确定性初始相位(本文假设其为零)， $v(t)$ 表示带通信号 $x(t)$ 的复包络，则可得到 $x(t)$ 与 $v(t)$ 的循环谱的关系式^[3]为

$$S_x^\alpha(f) = \frac{1}{4} [S_{vv}^\alpha(f - f_c) + S_{vv}^{\alpha*}(-f - f_c) + S_{vv}^{\alpha-2f_c}(f - f_c) + S_{vv}^{-\alpha-2f_c}(f - f_c)^*] \quad (6)$$

2.2 CPFSK 信号模型

连续相位调制信号^[17]的一般表达式为

$$x(t) = \text{Re}[v(t) e^{j2\pi f_c t}] = \cos[2\pi f_c t + \phi(t, \mathbf{I}) + \varphi_0] \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \phi(t, \mathbf{I}) &= 2\pi h \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k q(t - kT) \\ &= \pi h \sum_{k=-\infty}^{n-L} I_k + 2\pi h \sum_{k=n-L+1}^n I_k q(t - kT) \\ &= \theta_n + \theta(t, \mathbf{I}), \quad nT \leq t \leq (n+1)T \end{aligned} \quad (8)$$

$$h = 2f_d T, \quad q(t) = \int_{-\infty}^t g(t) dt = \begin{cases} \frac{1}{2}, & t \geq LT \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (9)$$

这里 $\phi(t, \mathbf{I})$ 表示载波的时变相位， \mathbf{I} 表示幅度序列，它是由信息序列 $\{I_n\}$ 的 k 比特二进制数字组映射到幅度电平 $\{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)\}$ 得到的； $g(t)$ 是一个幅度为 $1/(2T)$ ，持续时间为 T 秒的矩形脉冲(在 CPM 中又叫频率成形函数)； $q(t)$ 是相位成形函数； θ_n 表示直到 nT 时的相位累积； $\theta(t, \mathbf{I})$ 表示 $nT \leq t \leq (n+1)T$ 时间内的相位变化； f_d 是峰值频率偏移； h 称为调制指数； L (取正整数)表示脉冲长度， $L=1$ 时称为全响应信号， $L>1$ 时称为部分响应信号。对于全响应二进制 CPFSK 信号，其复包络可以表示为

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp \left\{ j \left[2\pi f_d I_n (t - nT) + 2\pi f_d T \sum_{r=-\infty}^{\infty} I_r \right] \right\} p_T(t - nT) \quad (10)$$

其中 I_n 是取 ± 1 的独立同分布的随机序列，且 $p_T(t)$ 及其傅里叶变换 $Q_T(f)$ 可以表示为

$$p_T(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad Q_T(f) = \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f} \quad (11)$$

对于部分响应二进制 CPM 信号，其复包络可以表示为

$$v(t) = \exp \left\{ j2\pi h \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k q(t - kT) \right\} \quad (12)$$

3 二进制带通 CPM 信号的循环谱

3.1 二进制 CPFSK 信号的二阶循环谱推导

3.1.1 调制指数为整数和半整数(即 0.5 的奇数倍) 由文献[15]所推导出的调制指数为整数的复包络的共轭循环谱及循环谱分别为

$$\begin{aligned} S_{vv}^{\alpha*}(f) &= \frac{1}{4} \delta_m [\delta(f - f_d) + \delta(f + f_d)] + \frac{1}{4} \delta(f) (\delta_{m-h} + \delta_{m+h}) \\ &+ \frac{1}{4T} (-1)^m \left[Q_T \left(f + f_d + \frac{\alpha}{2} \right) Q_T \left(f + f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \right. \\ &+ Q_T \left(f - f_d + \frac{\alpha}{2} \right) Q_T \left(f - f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \left. \right] \\ &- \frac{1}{4T} (-1)^{m+h} \left[Q_T \left(f + f_d + \frac{\alpha}{2} \right) Q_T \left(f - f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \right. \\ &+ Q_T \left(f - f_d + \frac{\alpha}{2} \right) Q_T \left(f + f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \left. \right], \quad \alpha = \frac{m}{T} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
S_{vv}^{\alpha}(f) &= \frac{1}{4} \delta_m [\delta(f-f_d) + \delta(f+f_d)] + \frac{1}{4} \delta(f) [\delta_{m-h} + \delta_{m+h}] \\
&+ \frac{1}{4T} (-1)^{m+h} \left[\mathcal{Q}_T \left(f-f_d + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(f+f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \right. \\
&+ \mathcal{Q}_T \left(f+f_d + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(f-f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \\
&- \frac{1}{4T} (-1)^m \left[\mathcal{Q}_T \left(f+f_d + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(f+f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \right. \\
&+ \mathcal{Q}_T \left(f-f_d + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(f-f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \left. \right], \quad \alpha = \frac{m}{T} \quad (14)
\end{aligned}$$

其中 m 取整数, 上面各式中 δ_m 表示 Kroneker 符号函数(即当 $m=0$ 时, $\delta_m=1$; 当 $m \neq 0$ 时, $\delta_m=0$), $\delta(\bullet)$ 表示 Dirac 分布函数。将式(13), (14)代入式(6), 由于这个展开式比较复杂, 于是将代入后的右边四项分写如下:

$$\begin{aligned}
S_{vv}^{\alpha}(f-f_c) &= \frac{1}{4} \delta_m [\delta(f-f_c-f_d) + \delta(f-f_c+f_d)] \\
&+ \frac{1}{4} \delta(f-f_c) [\delta_{m-h} + \delta_{m+h}] \\
&+ \frac{1}{4T} (-1)^m \left[\mathcal{Q}_T \left(f-f_c+f_d + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(f-f_c+f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \right. \\
&+ \mathcal{Q}_T \left(f-f_c-f_d + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(f-f_c+f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \\
&- \frac{1}{4T} (-1)^{m+h} \left[\mathcal{Q}_T \left(f-f_c+f_d + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(f-f_c-f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \right. \\
&+ \mathcal{Q}_T \left(f-f_c-f_d + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(f-f_c+f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \left. \right] \quad (15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{vv}^{\alpha}(-f-f_c) &= \frac{1}{4} \delta_m [\delta(-f-f_c-f_d) \\
&+ \delta(-f-f_c+f_d)] + \frac{1}{4} \delta(-f-f_c) [\delta_{m-h} + \delta_{m+h}] \\
&+ \frac{1}{4T} (-1)^m \left[\mathcal{Q}_T \left(-f-f_c+f_d + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(-f-f_c+f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \right. \\
&+ \mathcal{Q}_T \left(-f-f_c-f_d + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(-f-f_c-f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \\
&- \frac{1}{4T} (-1)^{m+h} \left[\mathcal{Q}_T \left(-f-f_c+f_d + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(-f-f_c-f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \right. \\
&+ \mathcal{Q}_T \left(-f-f_c-f_d + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(-f-f_c-f_d - \frac{\alpha}{2} \right) \left. \right] \quad (16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{vv}^{\alpha-2f_c}(f) &= \frac{1}{4} \delta_m [\delta(f-f_d) + \delta(f+f_d)] + \frac{1}{4} \delta(f) [\delta_{m-h} + \delta_{m+h}] \\
&+ \frac{1}{4T} (-1)^{m+h} \left[\mathcal{Q}_T \left(f-f_d-f_c + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(f-f_d+f_c - \frac{\alpha}{2} \right) \right. \\
&+ \mathcal{Q}_T \left(f+f_d-f_c + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(f-f_d+f_c - \frac{\alpha}{2} \right) \\
&- \frac{1}{4T} (-1)^m \left[\mathcal{Q}_T \left(f-f_d-f_c + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(f-f_d+f_c - \frac{\alpha}{2} \right) \right.
\end{aligned}$$

$$\left. + \mathcal{Q}_T \left(f+f_d-f_c + \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T \left(f+f_d+f_c - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
S_{vv}^{\alpha-2f_c}(f)^* &= \frac{1}{4} \delta_m [\delta(f-f_d) + \delta(f+f_d)] + \frac{1}{4} \delta(f) [\delta_{m-h} + \delta_{m+h}] \\
&+ \frac{1}{4T} (-1)^{m+h} \left[\mathcal{Q}_T^* \left(f-f_d-f_c - \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T^* \left(f+f_d+f_c + \frac{\alpha}{2} \right) \right. \\
&+ \mathcal{Q}_T^* \left(f+f_d-f_c - \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T^* \left(f-f_d+f_c + \frac{\alpha}{2} \right) \\
&- \frac{1}{4T} (-1)^m \left[\mathcal{Q}_T^* \left(f-f_d-f_c - \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T^* \left(f-f_d+f_c + \frac{\alpha}{2} \right) \right. \\
&+ \mathcal{Q}_T^* \left(f+f_d-f_c - \frac{\alpha}{2} \right) \mathcal{Q}_T^* \left(f+f_d+f_c + \frac{\alpha}{2} \right) \left. \right] \quad (18)
\end{aligned}$$

我们的目的是要得到该类信号的循环谱的谱线分布, 于是将式(15), (16), (17), (18)代入式(6), 同时令 $f=0$ 取其幅度, 由施瓦茨不等式可得如下表达式:

$$\begin{aligned}
|S_x^{\alpha}(f)|_{f=0} &\leq \frac{1}{4} \left[|S_{vv}^{\alpha}(f-f_c)| + |S_{vv}^{\alpha}(-f-f_c)| \right. \\
&\left. + |S_{vv}^{\alpha-2f_c}(f-f_c)| + |S_{vv}^{\alpha-2f_c}(f-f_c)^*| \right] \quad (19)
\end{aligned}$$

若将式(19)的右边4项继续使用施瓦茨不等式进行分解, 则可得到以下结论:

(1) 上式展开后含有 δ_m 或 $\delta(\bullet)$ 的项均为零。

(2) 分解后各项中均含有不同辛格函数的乘积加权和, 在 $f=0$ 的 α 截面上, 这些辛格函数各自在 $\alpha = \pm 2f_c \pm 2f_d$ 4 个位置取得最大值。

(3) 由结论(1)、(2)可知式(19)左边的最终结果是循环谱幅度在 $f=0$ 的 α 截面上, 当 $\alpha = \pm 2f_c \pm 2f_d$ 时取得较大非零值, 而在其它地方取值较小或者为零, 如图 1(b)所示。仿真过程中, 除特别说明外, 均采用归一化采样频率, 即 $f_s = 1\text{Hz}$, 载频 $f_c = f_s/5\text{Hz}$, 码元周期 $T = 50\text{s}$, 码元个数(长度) $N = 100$ 。

(4) 在式(19)分解后的最终表达式中, 若令 $\alpha=0$, 则得到传统意义上的功率密度谱。由数学表达式可得: 当 $f = \pm f_c \pm f_d$ 时, 在 $\alpha=0$ 的 f 截面上将出现谱峰。但在循环谱估计过程中, 为了提取循环频率的谱线, 我们通常要求循环频率的分辨率 $\Delta\alpha$ 远远大于传统的傅里叶频率分辨率 Δf 。两个频率轴上的分辨率同样存在测不准关系的制约^[3], 在这种情况下, 谱峰位置将出现在 $f = \pm f_c$ 处, 如图 1(c)所示。如果降低循环频率的分辨率, 当两个频率轴上的分辨率近似匹配时, 则体现信号特征的谱线和谱峰都能显示出来(这一点在图 5 中通过基带循环谱进行了演示)。

(5) 由于数字调制信号的能量主要集中在载频附近, 且由式(6)知, 基带信号的共轭循环特征集中体现在与载频相联系的 α 截面上(实际上反映的是码元序列的周期性)。由式

(13), (15), (16)知, 在 $f = \pm f_c$ 或 $f = \pm f_c \pm f_d$ 的 α 截面上将集中体现基带信号的周期性, 即在 $\alpha = m/T$ (m 取整数) 处出现离散的谱线, 但这些谱线强度一般表现得比较微弱, 如图 1(d) 所示。

(6) 当调制指数为半整数时, 对文献[15]中所计算出的基带信号的共轭循环谱和循环谱作类似的推导, 可以得到与调制指数为整数情况下相似的结果, 其区别仅在谱线或谱峰强度的加权值不同罢了。其仿真结果与图 1 相似。

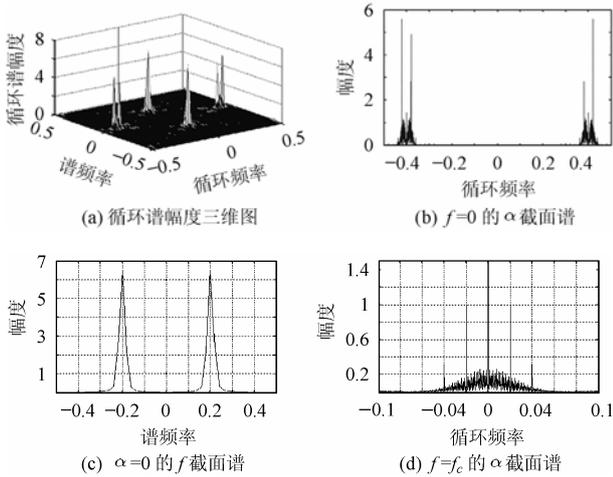


图 1 调制指数为 1 时 CPFSK 信号的循环谱

3.1.2 调制指数为其它情况(既不是整数, 也不是半整数)

这种情况和前两种情况很有差异, 文献[15]表明此时基带信号的循环谱不存在, 只有其共轭循环谱。由式(6)中的分析可见, 基带信号的循环谱与二倍载频有着紧密的联系, 而基带信号的共轭循环谱则与码元序列的周期性紧密联系。因此若将这种情况下的基带共轭循环谱代入式(19)进行分析其二倍载频附近的周期性将不再明显, 即有谱线产生, 但其所在位置出现偏差。而在传统傅里叶频率上载频附近的周期性仍然存在。如图 2 所示。

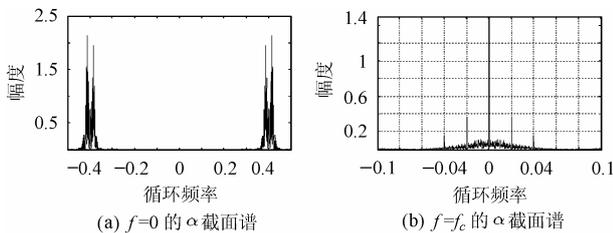


图 2 调制指数为 0.8 时 CPFSK 信号的循环谱幅度切片

3.2 二进制部分响应 CPM 信号的循环谱

将文献[16]中得出的二进制部分响应 CPM 信号的基带共轭循环谱和循环谱代入式(6)作与 3.1 节中类似的分析可得出以下结论:

(1) 调制指数为奇整数 ($h = 2p + 1$, p 为正整数) 时, 在 $f = 0$ 的 α 截面上, 当 $\alpha = \pm 2f_c$ 将有最大强度的谱线产生,

另外, 在

$$\alpha = \pm 2f_c + (2k + 1)/T = \pm 2f_c + (2k + 1) \times 2f_d/h, k \in Z \quad (20)$$

的地方均有谱线产生, 但 $h = |2k + 1|$ 时, 将有仅次于 $\alpha = \pm 2f_c$ 处的较大强度的谱线。若令 $\alpha = 0$, 则体现的是该类信号的功率密度谱, 按 3.1 节中的类似分析, 在 $f = \pm f_c + (2k + 1)/(2T)$ 时有谱峰存在, 但在分辨率有限的情况下, 谱峰的中心位置在 $f = \pm f_c$ 处。如图 3 所示。

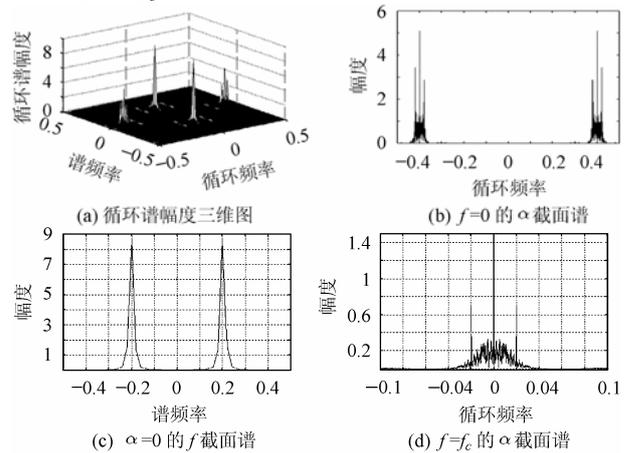


图 3 调制指数为 $h=1$, 脉冲长度 $L=2$ 时 CPM 信号的循环谱

(2) 调制指数为偶整数时, 在 $f = 0$ 的 α 截面上, 当 $\alpha = \pm 2f_c + 2k/T = \pm 2f_c + 2k \times 2f_d/h$ 的地方将有较大强度的谱线出现, 其中, $\alpha = \pm 2f_c$ 处将产生最大强度的谱线, $h = |2k|$ 时次之, 其它地方的谱线强度较弱。若令 $\alpha = 0$, 则在 $f = \pm f_c + k/T$ 时有谱峰存在, 但在调制指数较小的情况下, 谱峰的中心位置在 $f = \pm f_c$ 处。其仿真结果与图 3 类同。

(3) 调制指数为半整数时, 在矩形成型脉冲的情况下, 在 $f = 0$ 的 α 截面上 $\alpha = \pm 2f_c \pm 2f_d$ 的地方将产生较大强度谱线, 但有较多毛刺。但在升余弦脉冲和高斯脉冲的情况下, 谱线强度较大。另一方面, 在 $\alpha = 0$ 的传统功率谱截面上 $f = \pm f_c$ 的地方出现谱峰。如图 4 所示。

(4) 调制指数为其它情况时与 3.1.2 节中的情况类同。

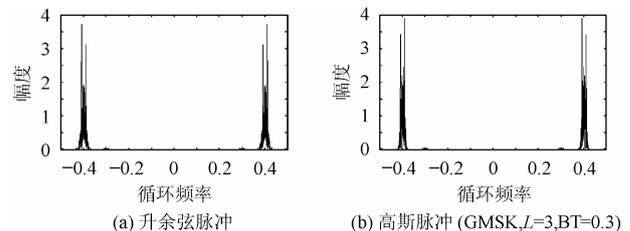


图 4 调制指数为 0.5 时 CPM 信号的循环谱

4 基带 CPM 信号的循环谱和共轭循环谱与带通 CPM 信号循环谱的特征比较

如果将式(13), 式(14)两边取幅度类似式(19)应用施瓦茨不等式可得如下结果:

(1)在 $f = 0$ 的 α 截面上,当 $\alpha = m/T = 2f_d \times m/h$ 的位置有较强的离散谱线产生,实际上当 $m = h$ 时,即 $\alpha = \pm 2f_d$ 的地方谱线最强。在 $\alpha = 0$ 的 f 截面上,当 $f = \pm f_d$ 的位置将有谱峰出现。

(2)循环频率 α 和传统的傅里叶频率 f 之间同样存在一个分辨率问题,若两者的分辨率近似匹配,则两个截面的谱线和谱峰均能分开,如图 5 所示。如为了提高循环谱线的分辨精度,则 $\alpha = 0$ 的 f 截面上的谱峰将不能分开。如图 6 所示。

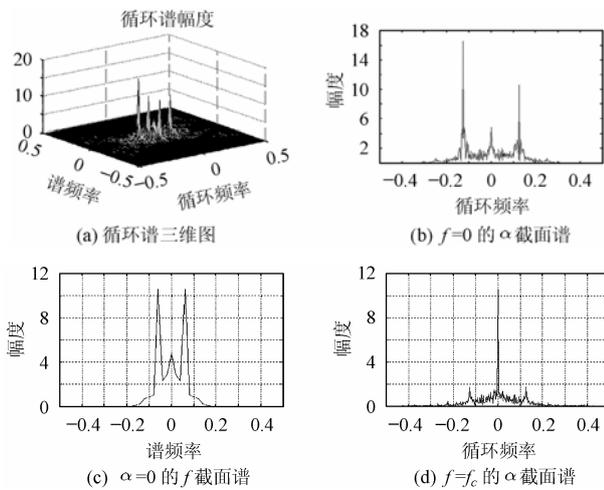


图 5 $h = 1, T = 8s$ 的基带循环谱

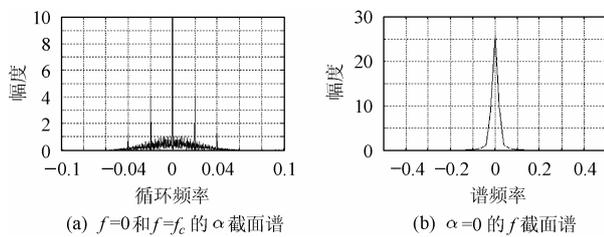


图 6 $h = 1, T = 50s$ 的基带循环谱

从图 5 中可以看到,当循环频率和传统傅里叶频率近似匹配时,循环频率谱线和峰值频率偏移所呈现的谱峰都能完整地显现出来,但分辨率均不高。由于循环频率轴上往往含有更多的有用信息,因此实际进行信号处理的时候总是要求循环频率分辨率 $\Delta\alpha$ 远大于傅里叶频率分辨率 Δf 。图 6 中的左图实际上是图 5 中(b)和(d)的重合,而右图则是图 5 中的(c),循环谱线可以很清楚的分辨,而传统傅里叶频率轴上的两个谱峰已重合到零点无法分辨。另外,从前面分析的带通 CPM 信号的循环谱中不仅可以得到基带信号循环谱含有的所有信息,而且在不需要增加额外计算量的情况下还可以获得载波频率的信息,这也说明分析带通 CPM 信号的循环平稳特性有其积极的意义。

5 二进制 CPM 信号的抗噪声性能分析

由于通常的平稳噪声或近似平稳噪声不具有循环平稳性,其循环谱幅度只在 $\alpha = 0$ 处出现谱峰,对非零循环频率处的体现信号特征的干扰很小,而由前面的分析可知,CPM 信号在多个非零循环频率处均有较强的谱线产生。图 7 给出了 $-10dB$ (信噪比采用 $10\lg(1/\sigma^2)$ 定义)高斯白噪声背景下,调制指数为 0.5 的 CPFSK(即 MSK 信号)和 GMSK 信号的 $f = 0$ 的 α 截面的样本曲线。其中 MSK 信号的参数与图 1 相同,GMSK 信号的脉冲长度 $L = 3, 3dB$ 带宽的时宽-带宽积为 $BT = 0.3$ 。从仿真图中可以看出 CPM 信号的循环谱线具有很强的抗噪声能力。

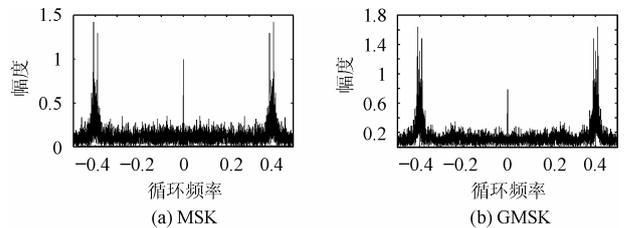


图 7 $-10dB$ 下 MSK 和 GMSK 信号 $f = 0$ 的 α 截面谱

6 结束语

本文根据二进制 CPM 信号的复包络的循环谱及其共轭循环谱推导了其相应带通信号循环谱的表达式,通过对这些循环谱表达式的分析,总结出了若干由该类信号的循环平稳特性所表现出的特征,仿真实验证明所得出的结论是正确的。

参考文献

- [1] Laurent P A. Exact and approximate construction of digital phase modulations by superposition of amplitude modulated pulses (AMP). *IEEE Trans. on Communications*, 1986, 34(2): 150 – 160.
- [2] Mengali U, Morelli M. Decomposition of M-ray CPM signals into PAM waveforms. *IEEE Trans. Information Theory*, 1995, 41(5): 1265 – 1275.
- [3] Garder W A. *Statistical Spectral Analysis: A Nonprobabilistic Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1987, chap 9 – chap 13.
- [4] Garder W A. *Introduction to Random Processes: with Application to Signals and Systems*. McGraw-Hill, 1990, chap 10 – chap 13.
- [5] Garder W A. The spectral correlation theory of cyclostationary time-series. *Signal Processing*, 1986, 11(2): 13 – 36.

- [6] Gardner W A, Ed. Cyclostationarity in Communications and Signal Processing. New York: IEEE, 1994, chap 1.
- [7] 黄春琳, 姜文利, 周一宇. 对低截获概率相位编码信号检测的有限多循环检测器. 电子学报, 2002, 30(6): 916–918.
- [8] 黄春琳, 姜文利, 周一宇. 窄带强干扰下直接扩谱序列信号的有限多循环检测器. 通信学报, 2003, 24(3): 105–112.
- [9] 黄春琳, 柳征, 姜文利, 周一宇. 基于循环谱包络的扩谱直序信号的码片时宽、载频、幅度估计. 电子学报, 2002, 30(9): 1353–1356.
- [10] 黄知涛, 姜文利, 周一宇. 多循环频率循环时延估计方法及性能分析. 电子学报, 2004, 32(1): 102–108.
- [11] 黄知涛, 周一宇, 姜文利. 基于循环平稳特性的源信号到达角估计方法. 电子学报, 2002, 30(3): 372–375.
- [12] 金梁, 姚敏立, 殷勤业. 宽带循环平稳信号的二维空间谱估计. 通信学报, 2000, 21(3): 7–11.
- [13] 张贤达. 非平稳信号分析与处理. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [14] Napolitano A, Spooner C M. Cyclic spectral analysis of continuous-phase modulated signals. *IEEE Trans. on SP*, 2001, 49(1): 30–44.
- [15] Gournay P, Viravau P. Corrélation spectrale théorique des modulations CPM-Partie I: Resultat analytique pour les modulations CPFSK à 2 états (1REC). *Ann. Télécommun*, 1998, 53(7/8): 267–278.
- [16] Viravau P, Gournay P. Corrélation spectrale théorique des modulations CPM-Partie II: Mthode de calcul générale et analyse. *Ann. Télécommun*, 1998, 53(7/8): 279–288.
- [17] Proakis J G. Digital Communications. Third Ed. New York: McGraw-Hill, 1995, chap 4.
- 张仔兵: 男, 1968年生, 博士生, 研究方向为循环平稳信号处理低信噪比条件下的信号检测与参数估计.
- 李立萍: 女, 1963年生, 博士, 副教授, 研究方向为无源定位、阵列信号处理、复杂环境中的信号检测与参数估计.
- 肖先赐: 男, 1933年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为谱估计与阵列信号处理、混沌信号处理、人工神经网络、非线性信号处理、电子系统等.