

新型 Liu 混沌系统的模糊反馈同步方法

单 梁 张 刚 李 军 王 执 铨
(南京理工大学自动化学院 南京 210094)

摘 要: 论文研究了新近提出的Liu混沌系统(2004)的模糊反馈同步方法。Liu混沌系统结构不同于以往的连续混沌系统, 本文基于T-S(Takagi-Sugeno)模糊模型重构了Liu混沌系统; 然后用Lyapunov理论和反馈同步的思想推导了两个重构的Liu系统同步的稳定性条件, 并给出了误差系统以衰减率 α 全局渐近稳定的充分条件; 最后基于LMI方法进行了仿真实验。良好的仿真结果验证了本文算法的有效性和快速性。

关键词: Liu 混沌系统; 混沌同步; 反馈控制; T-S 模型; 模糊控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)10-2508-04

Fuzzy Feedback Synchronization Method of a New Liu Chaotic System

Shan Liang Zhang Gang Li Jun Wang Zhi-quan

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: In this paper a newly-proposed Liu chaotic system(2004) is synchronized by using fuzzy feedback method. The structure of Liu chaotic system is different from other linear chaotic systems. Firstly based on T-S(Takagi-Sugeno) fuzzy model, Liu chaotic system is reconstructed. Secondly, using Lyapunov theory and feedback synchronization concept, the stability synchronization conditions of two reconstructed Liu systems are deduced. Moreover to the error system with the decay rate α , sufficient conditions of global asymptotic stability are given. Finally, satisfied simulation results based on Llinear Mmatrix Inequality (LMI) method show the effectiveness and quickness of fuzzy feedback method proposed in this paper.

Key words: Liu chaotic system; Chaotic synchronization; Feedback control; Takagi-Sugeno model; Fuzzy control

1 引言

混沌现象隶属于确定性系统而对初值极其敏感, 具有稠密轨道的拓扑特征, 并呈现多种“混乱无序却又颇有规则”的图像。目前人们已知的混沌吸引子并不多。自从1963年Lorenz混沌吸引子被发现后, 掀起了一股揭示混沌现象, 研究混沌理论的热潮。1999年陈关荣发现了Chen混沌系统^[1,2]; 2002年吕金虎和陈教授合作, 先后发现了Liu混沌系统和著名的统一混沌系统^[3]。2004年刘崇新等人发现了新的Liu混沌系统^[4]。Liu系统是一个三维连续混沌系统, 开展其动力学特性及应用研究具有重要的理论意义和实际价值。文献^[5]已经利用非线性反馈思想实现了Liu混沌系统的同步控制。

混沌同步的研究开始于驱动-响应同步方法^[6]。随后耦合控制法^[7]、反馈控制法^[5,6]也被应用于混沌系统的同步控制中。近年来, 自适应同步法^[8]、广义同步^[9]、基于状态观测器的同步方法^[10]等现代控制理论中的控制方法被广泛应用于各种混沌系统的同步研究中。模糊控制算法^[15-18]也逐渐被用于控制和同步Duffing系统、Lorenz系统、Chua系统、

Chen系统, 常用的模糊模型是Takagi-Sugeno(T-S)模型^[11-13]。T-S模糊控制器^[14]已被证明是通用的非线性系统逼近器, 其结构设计简单, 用多个局部线性系统逼近整个非线性系统; 控制过程中只需要根据Lyapunov稳定性理论求解一个满足条件的正定矩阵即可。

在广义Lorenz系统中, 原有的Lorenz系统、Liu系统和Chen系统仅包含了广义Lorenz规范式(Generalized Lorenz Canonical Form-GLCF)中 $-1 < \tau < +\infty$ 的情况; Liu混沌系统的非线性部分不同于以往的连续混沌系统, 其系统结构满足广义Lorenz系统中 $\tau = -1$ 的情形。Liu系统同步算法的研究将拓展广义Lorenz系统的研究范围, 具有重要的意义。首先用T-S模型重构了Liu混沌系统。基于反馈和模糊控制思想, 用Lyapunov理论推导了两个Liu混沌系统同步的稳定性条件, 并给出系统以衰减率 α 全局渐近稳定的充分条件; 所有的控制项由线性函数构成, 构造简单, 有利于实际应用中构造同步控制器。基于LMI方法的仿真实验取得了令人满意的结果, 证实了本文针对Liu混沌系统的模糊反馈同步方法的有效性与快速性。

2 基于 T-S 模型重构 Liu 混沌系统

Liu混沌系统是一个三维连续自治系统^[4], 其数学模型为

2006-03-17 收到, 2006-08-14 改回

江苏省自然科学基金(BK2004132)和江苏省科技厅青年创新基金(BK2004421)资助课题

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = bx_1 - kx_1x_3 \\ \dot{x}_3 = -cx_3 + hx_1^2 \end{cases} \quad (1)$$

式中 a, b, c, k, h 为系统参数。当 $a = 10, b = 40, c = 2.5, k = 1, h = 4$ 时系统式(1)处于混沌状态, 此时具有 3 个不稳定的平衡点: $\mathbf{S}_0(0, 0, 0), \mathbf{S}_1(5, 5, 40)$ 和 $\mathbf{S}_2(-5, -5, 40)$, 系统的 Lyapunov 指数为 $(1.64328, 0, -14.142)$ 。非线性项是一个平方项, 不同于以往的连续混沌系统, 开展其动力学特性及应用研究具有重要的理论意义和实际价值。

本文研究 Liu 混沌系统的模糊反馈控制方法, 其线性反馈形式简单, 给实际应用带来了更大的方便。首先要对 Liu 混沌系统按照 T-S 模糊规则进行重构。

由 T-S 模型描述的模糊规则 i : 如果 $z_1(t)$ 是 \mathbf{F}_{i1} 且 $z_2(t)$ 是 \mathbf{F}_{i2} 且...且 $z_N(t)$ 是 \mathbf{F}_{iN} , 则对于系统式(1)采用单点模糊化、乘积推理和平均加权反模糊化, 可得模糊系统的整个状态方程如下:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i(\mathbf{Z}(t))[\mathbf{A}_i \mathbf{X}(t)]}{\sum_{i=1}^N \sigma_i(\mathbf{Z}(t))} = \sum_{i=1}^N \mu_i(\mathbf{Z}(t))[\mathbf{A}_i \mathbf{X}(t)] \quad (2)$$

$$\sigma_i(\mathbf{Z}(t)) = \prod_{j=1}^N \mathbf{F}_{ij}(z_j(t)), \text{ 满足 } \sigma_i(\mathbf{Z}(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^N \sigma_i(\mathbf{Z}(t)) > 0, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad \mu_i(\mathbf{Z}(t)) = \frac{\sigma_i(\mathbf{Z}(t))}{\sum_{i=1}^N \sigma_i(\mathbf{Z}(t))}, \text{ 满足}$$

$\mu_i(\mathbf{Z}(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^N \mu_i(\mathbf{Z}(t)) = 1, \quad i = 1, 2, \dots, N$ 。式中 $\mathbf{F}_{ij}(z_j(t))$ 是 $z_j(t)$ 关于模糊集 \mathbf{F}_{ij} 的隶属函数; $\mathbf{Z}(t) = [z_1(t), \dots, z_N(t)]^T$ 是模糊前件变量; $\mathbf{X}(t)$ 是状态变量; $\mathbf{A}_i \in \mathbf{R}^{N \times N}$; N 是模糊推理规则数。

在 Liu 混沌系统中具有两个非线性项 x_1x_3 和 x_1^2 , 为构造式(2)的模糊 T-S 模型, 需要将这两个非线性项表示成一些线性函数的权重线性和。于是

$$f_1(\mathbf{X}(t)) = x_1(t)x_3(t) = \left(\sum_{i=1}^2 \mu_i g_i(\mathbf{X}(t)) \right) x_3(t) \quad (3)$$

$$f_2(\mathbf{X}(t)) = x_1^2(t) = \left(\sum_{i=1}^2 \mu_i g_i(\mathbf{X}(t)) \right) x_1(t) \quad (4)$$

式中 $g_1(\mathbf{X}(t)) = M_1, g_2(\mathbf{X}(t)) = M_2, \mu_1(t) = \frac{M_2 - x_1(t)}{M_2 - M_1},$

$$\mu_2(t) = \frac{x_1(t) - M_1}{M_2 - M_1}.$$

因此 Liu 混沌系统式(1)重构成的模糊 T-S 模型为

模糊系统规则 1

如果 $x_1(t)$ 大约是 M_1 , 则 $\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{X}(t)$;

模糊系统规则 2

如果 $x_1(t)$ 大约是 M_2 , 则 $\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{X}(t)$ 。

式中 $\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ b & 0 & -kM_1 \\ hM_1 & 0 & -c \end{bmatrix}, \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ b & 0 & -kM_2 \\ hM_2 & 0 & -c \end{bmatrix}。$

Liu 混沌系统处于混沌态时, x_1 取值范围是 $[-20, 19]$, 因此取 $M_1 = -20, M_2 = 19$ 。图 1 是通过 T-S 模型重构的 Liu 混沌系统的状态图, 其吸引子形状与原 Liu 混沌系统的吸引子相同。

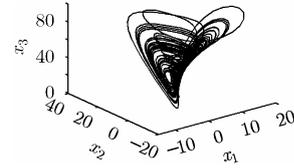


图 1 重构的 Liu 混沌系统的状态图

3 模糊反馈同步方法

根据状态反馈思想和式(2)的状态方程形式, 得到相应的响应系统结构为

$$\dot{\mathbf{X}}'(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\mathbf{Z}(t))[\mathbf{A}_i \mathbf{X}'(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{U}(t)] \quad (5)$$

根据模糊规则 i , 式中

$$\mathbf{U}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\mathbf{Z}(t))\mathbf{K}_i[\mathbf{X}(t) - \mathbf{X}'(t)] \quad (6)$$

式中根据式(3)和式(4)的具体形式, $N = 2$ 。定义误差系统为

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{X}(t) - \mathbf{X}'(t) \quad (7)$$

得到系统式(2)和系统式(5)的全局误差模型为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) &= \sum_{i=1}^2 \mu_i(\mathbf{Z}(t)) \left[\mathbf{A}_i \mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_i \sum_{i=1}^2 \mu_i(\mathbf{Z}(t))\mathbf{K}_i \mathbf{e}(t) \right] \\ &= \sum_{i=1}^2 \mu_i^2(\mathbf{Z}(t))(\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i) \mathbf{e}(t) + 2 \sum_{i < j} \mu_i(\mathbf{Z}(t))\mu_j(\mathbf{Z}(t)) \\ &\quad \cdot \left(\frac{\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_j + \mathbf{A}_j + \mathbf{B}_j \mathbf{K}_i}{2} \right) \mathbf{e}(t) \end{aligned} \quad (8)$$

定义 1 考虑误差系统式(8), 选取 Lyapunov 函数为 $V(\mathbf{e}(t)) = \mathbf{e}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{e}(t)$, \mathbf{P} 为正定对称矩阵, 若存在正实数 α , 使得 $\dot{V}(\mathbf{e}(t)) \leq -2\alpha V(\mathbf{e}(t))$, 则称误差系统式(8)以衰减率 α 全局渐近稳定, 此时系统式(2)和系统式(5)实现全局同步。

定理 1 考虑误差系统式(8), 如果存在正定对称矩阵 $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > 0$, 矩阵 $\mathbf{Y}_i (i = 1, 2)$ 以及正实数 α , 满足以下的线性矩阵不等式系统:

$$\Phi_{ii} + \Psi_{ii} + 2\alpha\mathbf{Q} < 0, \quad i = 1, 2 \quad (9)$$

$$\Phi_{11} + \Phi_{22} + \Psi_{12} + \Psi_{21} + 4\alpha\mathbf{Q} < 0 \quad (10)$$

式中 $\Phi_{ii} = \mathbf{Q}\mathbf{A}_i^T + \mathbf{A}_i\mathbf{Q}, \Psi_{ij} = \mathbf{Y}_i^T \mathbf{B}_j^T + \mathbf{B}_j \mathbf{Y}_i (i, j = 1, 2)$, 则误差系统式(8)以衰减率 α 全局渐近稳定, 且反馈控制增益 $\mathbf{K}_i = \mathbf{Y}_i \mathbf{Q}^{-1}$ 。

证明 考虑 Lyapunov 函数 $V(\mathbf{e}(t)) = \mathbf{e}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{e}(t)$, 对于正定对称矩阵 \mathbf{P} , 得到

$$\dot{V}(\mathbf{e}(t)) = \dot{\mathbf{e}}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{e}(t) + \mathbf{e}^T(t)\mathbf{P}\dot{\mathbf{e}}(t) \quad (11)$$

将式(8)代入式(11)中, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &= \sum_{i=1}^2 \mu_i^2(Z(t)) e^T(t) [(A_i + B_i K_i)^T P + P(A_i + B_i K_i)] \\ & e(t) + 2 \sum_{i < j}^2 \mu_i(Z(t)) \mu_j(Z(t)) e^T(t) \left[\frac{A_i + B_i K_j + A_j + B_j K_i}{2} \right]^T \\ & \cdot P + P \left[\frac{A_i + B_i K_j + A_j + B_j K_i}{2} \right] e(t) \\ &= \sum_{i=1}^2 \mu_i^2(Z(t)) e^T(t) [(A_i + B_i K_i)^T P + P(A_i + B_i K_i)] e(t) \\ & + 2 \mu_1(Z(t)) \mu_2(Z(t)) e^T(t) \left[\frac{A_1 + B_1 K_2 + A_2 + B_2 K_1}{2} \right]^T \\ & \cdot P + P \left[\frac{A_1 + B_1 K_2 + A_2 + B_2 K_1}{2} \right] e(t) \end{aligned} \quad (12)$$

为了保证除 $X(t) = 0$ 外, 式(11)满足 $\dot{V}(e(t)) \leq -2\alpha V(e(t))$ 的条件, 因此假设式(12)中每个和式满足以下的条件式(13)和式(14)时, 误差系统式(8)以衰减率 α 全局渐近稳定:

$$(A_i + B_i K_i)^T P + P(A_i + B_i K_i) + 2\alpha P < 0, \quad i = 1, 2 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{A_1 + B_1 K_2 + A_2 + B_2 K_1}{2} \right)^T P + P \left(\frac{A_1 + B_1 K_2 + A_2 + B_2 K_1}{2} \right) \\ & + 2\alpha P < 0 \end{aligned} \quad (14)$$

对于条件不等式(13), 左乘右乘 P^{-1} , 得到

$$P^{-1}(A_i + B_i K_i)^T + (A_i + B_i K_i)P^{-1} + 2\alpha P^{-1} < 0, \quad i = 1, 2$$

令 $Q = P^{-1}, Y_i = K_i P^{-1}$, 于是:

$$QA_i^T + Y_i^T B_i^T + A_i Q + B_i Y_i + 2\alpha Q < 0, \quad i = 1, 2$$

根据 $\Phi_{ii} = QA_i^T + A_i Q$, $\Psi_{ij} = Y_i^T B_j^T + B_j Y_i$ 的定义, 得到定理 1 的条件不等式(9)。

同理, 对于条件不等式(14), 左乘右乘 P^{-1} , 得到

$$\begin{aligned} & Q \left(\frac{A_1 + B_1 K_2 + A_2 + B_2 K_1}{2} \right)^T + \left(\frac{A_1 + B_1 K_2 + A_2 + B_2 K_1}{2} \right) \\ & \cdot Q + 2\alpha Q < 0 \\ & (QA_1^T + A_1 Q) + (QA_2^T + A_2 Q) + (Y_2^T B_1^T + B_1 Y_2) \\ & + (Y_1^T B_2^T + B_2 Y_1) + 4\alpha Q < 0 \end{aligned}$$

根据 $\Phi_{ii} = QA_i^T + A_i Q$, $\Psi_{ij} = Y_i^T B_j^T + B_j Y_i$ 的定义, 得到定理 1 的条件不等式(10)。 证毕

因此, 式(9)和式(10)是误差系统式(8)以衰减率 α 全局渐近稳定的充分条件, 即为两个用 T-S 模糊模型重构的 Liu 混沌系统实现全局同步的充分条件。

4 同步仿真实验

针对系统式(2)和系统式(5)构造的模糊反馈同步系统, 取 $B_1 = B_2 = [1 \ 1 \ 0]^T$, 衰减率 $\alpha = 0.5$, 利用 Matlab 中 LMI 工具箱, 结合条件不等式(9)和不等式(10)求得

$$Y_1 = [-1.8142 \quad -5.0841 \quad 1.3775] \quad (15)$$

$$Y_2 = [-1.8134 \quad -5.0731 \quad -1.3180] \quad (16)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.0214 & 0.0956 & 0.0003 \\ 0.0956 & 0.7015 & 0.0004 \\ 0.0003 & 0.0004 & 0.3222 \end{bmatrix} \quad (17)$$

根据式(15)~式(17), 由 $Q = P^{-1}$, $Y_i = K_i P^{-1}$ 求得

$$K_1 = [-134.3979 \quad 11.0576 \quad 4.3805] \quad (18)$$

$$K_2 = [134.2463 \quad 11.0571 \quad -3.9847] \quad (19)$$

$$P = \begin{bmatrix} 119.7133 & -16.3074 & -0.0866 \\ -16.3074 & 3.6470 & 0.0102 \\ -0.0866 & 0.0102 & 3.1033 \end{bmatrix} \quad (20)$$

取初值为 $(x_1(0), x_2(0), x_3(0)) = (2, 4, 6)$, $(x'_1(0), x'_2(0), x'_3(0)) = (6, 8, 10)$, 步长为 0.01 的四阶龙格库塔函数进行同步仿真。图 2 中的 3 幅图分别是状态 x_1 和 x'_1 、 x_2 和 x'_2 、 x_3 和 x'_3 的误差曲线图。以 $e(t) = [(x_1(t) - x'_1(t))^2 + (x_2(t) - x'_2(t))^2 + (x_3(t) - x'_3(t))^2]^{1/2} < 0.05$ 作为同步标志, 系统式(2)和系统式(5)在 89 步时实现完全同步, 图 3 是误差值 e 的曲线图。仿真实验证明了误差系统式(8)以衰减率 0.4 实现了全局渐近稳定, 即两个用 T-S 模糊模型重构的 Liu 混沌系统在 79 步内实现了完全同步。

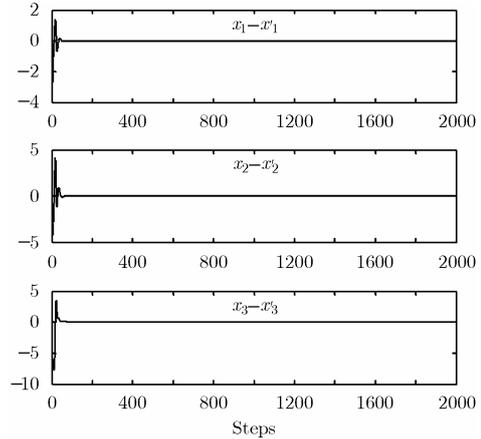


图 2 系统状态的误差曲线图

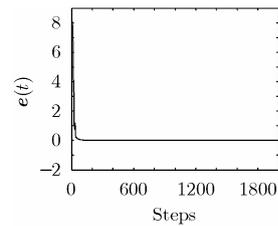


图 3 误差值 e 的曲线图

利用 LMI 工具箱求解, 衰减率 α 在 (0.1, 2.4) 具有满足条件式(9)和式(10)的可行解。表 1 选择不同的 α 值, 选取 10 组随机的系统初值得到两个 Liu 系统实现同步的平均时间。表 1 的结果显示随着衰减率 α 值的增大, 系统达到同步所需时间总体上是呈现减小的趋势; 但当 $\alpha > 1$ 时, 同步所需时间基本在稳定 65 步左右, 同时由于仅选取 10 组系统初值, 初值的随机性还可能使同步时间略长。关于衰减率 α 与同步速率之间的关系还有待进一步深入研究。

表 1 不同衰减率 α 下两个 Liu 系统的同步时间

α 值	反馈增益 K_1	反馈增益 K_2	同步所需的平均步数
0.1	[-97.1378 7.1793 5.3744]	[-97.3411 7.2301 -5.0604]	91
0.4	[-110.7850 8.3497 4.8999]	[-110.7578 8.3663 -4.5426]	79
1.1	[-164.4236 14.0576 4.3785]	[-163.0968 13.8611 -4.0380]	65
2.4	[-149.6188 10.7780 4.3988]	[-149.1331 10.7092 -4.1563]	66

5 结论

本文针对新近提出的 Liu 混沌系统, 用 T-S 模糊模型重构了系统结构; 在此基础上, 利用反馈同步思想和模糊控制原理, 设计了两个重构的 Liu 混沌系统的模糊反馈同步方法。通过推导误差系统的 Lyapunov 函数, 得出了两个 Liu 混沌系统同步的稳定性条件; 并给出了误差系统以衰减率 α 全局渐近稳定的充分条件。仿真实验结果显示两个系统快速实现了同步, 从而验证了本文算法的有效性和快速性。本文的模糊反馈同步方法中所有的控制项由线性项构成, 这有利于实际应用中构造同步控制器。

当然, 本文的模糊同步方法只是针对 Liu 混沌系统进行的初步研究。对于 T-S 模型的重构误差、衰减率参数与同步速率之间的关系等问题还有待进一步深入的研究。

参 考 文 献

- [1] Chen G R and Ueta T. Yet another chaotic attractor[J]. *Int. J. Bifurcation & Chaos*, 1999, 9(6): 1465-1466.
- [2] Wang Y W, Guan Z H, and Wang H O. Feedback and adaptive control for the synchronization of Chen system via a signal variable[J]. *Physics Letters A*, 2003, 312: 34-40.
- [3] Lü J A and Tao C H. Parameter identification and tracking of a unified system[J]. *Chinese Physical Letters*, 2002, 19(5): 632-635.
- [4] Liu C X, Liu T, and Liu L. A new chaotic attractor[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2004, 22(5): 1031-1038.
- [5] 陈志盛, 孙克辉, 张泰山. Liu 混沌系统的非线性反馈同步控制[J]. *物理学报*, 2005, 54(6): 2580-2583.
Chen Zhi-Sheng, Sun Ke-Hui, and Zhang Tai-Shan. Nonlinear feedback synchronization control of Liu chaotic system. *Acta Physica Sinica*, 2005, 54(6): 2580-2583.
- [6] 罗晓曙, 用多变量驱动和线性反馈实现混沌同步化[J]. *广西师范大学学报(自然科学版)*, 1998, 16(2): 27-32.
- [7] 彭军, 廖晓峰, 吴中福. 一个延时混沌神经元系统的耦合同步[J]. *电子与信息学报*, 2003, 25(1): 123-127.
Peng Jun, Liao Xiao-feng, and Wu Zhong-fu. Chaotic synchronization of a coupled delayed neuron system. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2003, 25(1): 123-127.
- [8] Kuang Y L, Peter L, and Tung S C. Adaptive synchronization design for chaotic systems via a scalar during signal[J]. *IEEE Trans. on Circuits & Systems-I*, 2002, 49(1): 17-26.
- [9] 高远, 翁甲强, 罗晓曙. 超混沌电路的广义同步[J]. *电子与信息学报*, 2002, 24(6): 855-859.
Gao Yuan, Weng Jia-qiang, Luo Xiao-Shu. Generalized Synchronization of Hyperchaotic Circuit. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2002, 24(6): 855-859.
- [10] Li G H, Zhou S P, and Xu D M. Chaos synchronization based on intermittent state observer[J]. *Chinese Physics*, 2004, 13(2): 168-172.
- [11] Takagi T and Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. *IEEE Trans. on Syst., Man, Cybern.*, 1985, 15(1): 116-132.
- [12] Khabber F, Zehar K, and Hamzaoui A. State feedback controller design via Takagi-Sugeno fuzzy model: LMI approach[J]. *Int. J. of Computational Intelligence*, 2005, 2(2): 148-153.
- [13] Lian K Y, Chiu C S, and Chiang T S. LMI-based fuzzy chaotic synchronization and communications[J]. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2001, 9(4): 539-553.
- [14] Tanaka K, Ikeda T, and Kim E. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI based designs [J]. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 1998, 6(2): 250-265.
- [15] 谭文, 王耀南, 刘祖润. 不确定混沌系统的模糊自适应控制[J]. *控制与决策*, 2003, 18(4): 471-474.
Tan Wen, Wang Yao-nan, and Liu Zu-Run. Fuzzy adaptive control for uncertain chaotic system. *Control And Decision*, 2003, 18(4): 471-474.
- [16] 吴忠强, 赵海英. 一种模糊滑模变结构控制方案及其在混沌系统控制中的应用[J]. *信息与控制*, 2002, 31(3): 280-283.
Wu Zhong-qiang and Zhao Hai-ying. A kind of fuzzy sliding mode variable structure control scheme used in controlling chaotic systems. *Information And Control*, 2002, 31(3): 280-283.
- [17] 吴忠强, 岳东, 许世范. Chua 混沌系统的一种模糊控制器设计—LMI 法[J]. *物理学报*, 2002, 51(6): 1193-1197.
Wu Zhong-qiang, Yue Dong, and Xu Shi-fan. Fuzzy controller design for Chua chaotic system—LMI method. *Acta Physica Sinica*, 2002, 51(6): 1193-1197.
- [18] 李德权, 许仙珍, 费树岷. 基于 LMI 的不确定混沌系统的模糊输出反馈控制[J]. *系统仿真学报*, 2005, 17(2): 453-456.
Li De-quan, Xu Xian-Zhen, and Fei Shu-mian. Robust static output-feedback fuzzy controller design for uncertain chaotic systems via lmi. *Journal Of System Simulation*, 2005, 17(2): 453-456.

单 梁: 男, 1979 年生, 博士生, 从事混沌系统的控制及应用的研究。
张 刚: 男, 1976 年生, 博士生, 研究领域为故障检测与诊断、容错控制。
李 军: 男, 1970 年生, 副研究员, 从事容错控制、非线性控制等研究。
王执铨: 男, 1939 年生, 教授, 博士生导师, 从事动态大系统建模与控制、非线性控制及应用等研究。