

# 梯形隧道中横截面尺寸对电磁波传播特性的影响

孙继平 张传雷

(中国矿业大学(北京) 信息工程研究所 北京 100083)

**摘要** 采用有限元法分析了梯形隧道中横截面尺寸对传输特性的影响。分别对梯形隧道上边宽度、下边宽度和高度尺寸的变化对主模和最低次高阶模截止频率及通信带宽的影响进行了研究,并得出结论:梯形隧道中上边宽度、下边宽度和高度的增大会使隧道中电磁波截止频率降低;在隧道下边宽度增加或者隧道高度减小的情况下会得到较大的通信带宽。

**关键词** 梯形隧道,有限元,截止频率,通信带宽

中图分类号: TN011, TD65<sup>+</sup>5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)08-1504-04

## Effects of Cross Section Dimensions on Propagation Characteristics in Trapezoid Tunnel

Sun Ji-ping Zhang Chuan-lei

(The Institute of Information Engineering, China University of Mining & Technology, Beijing 100083, China)

**Abstract** The effect of cross section dimension on propagation characteristics in trapezoid tunnel is analyzed using finite element method. By varying the dimension of top side, bottom side, height, the cutoff frequency for dominant mode and the mode next to dominant and bandwidth in trapezoid tunnel are studied respectively. It comes to a useful conclusion that the increasing of top side, bottom side, height decrease the cutoff frequency and longer bottom side or lower height result in larger bandwidth.

**Key words** Trapezoid tunnel, Finite element method, Cutoff frequency, Bandwidth

### 1 引言

无线电波在封闭式环境中有着特殊的传播条件,在不同形状的隧道中无线电波有着不尽相同的传播特性。因而,只有充分研究多种形状的隧道在不同条件下的电磁波传播特性才能探索出有限空间内无线电波的传播规律。

煤矿井下巷道、铁路隧道的围岩一般由高电导率的岩石构成,隧道壁的表面阻抗很小,其中的电磁场模式与具有理想导电壁的波导相比变化也很小,隧道可以作为波导来研究<sup>[1]</sup>。在形状和尺寸一定的波导中可以存在多种模,每种模都有自己的截止频率,其中主模的截止频率最低,研究意义最大<sup>[2]</sup>。但由于边界条件匹配的困难,采用分离变量法直接求解梯形隧道的特征方程将存在很大困难,可应用有限元法研究梯形隧道的截止频率。

为有效地抑制伪解,本文采用二维边缘元方法分析了:

(1)梯形隧道上边宽度变化对梯形隧道截止频率的影响;(2)梯形隧道下边宽度变化对梯形隧道截止频率的影响;(3)梯形隧道高度变化对梯形隧道截止频率的影响。在每一种情况中,对截面形状尺寸的变化对主模和最低次高阶模以及主模通信带宽的影响分别进行了研究。

### 2 基本原理

在图1所示的梯形隧道中,假设隧道壁为无限长直的良好导体,要研究的为二维问题。

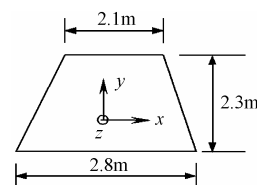


图1 梯形巷道((2.1m+2.8m)\*2.3m)示意图

Fig.1 Sketch map of trapezoid tunnel

隧道中电磁波满足Maxwell方程<sup>[3]</sup>:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0\mu_r\mathbf{H} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r\mathbf{E} \quad (2)$$

把式(1)代入到式(2)中,得到电场形式矢量方程

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \right) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} = 0 \quad (3)$$

其中  $k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$ ,  $k_0$  为自由空间波数,  $\omega$  是角频率,  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  分别为自由空间的电容率和导磁率,  $\epsilon_r$ ,  $\mu_r$  分别为隧道中介质的相对电容率和相对导磁率。为简化问题,假设隧道中充满空气。

根据变分原理,与式(3)对应的等效泛函为<sup>[4]</sup>

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot (\nabla \times \mathbf{E})^* - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \right] d\Omega \quad (4)$$

$\Omega$  为隧道的横截面，“\*” 表示共轭。

假设已知的  $z$  相关因子为  $\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(x, y)e^{-jk_z z}$ ，其中  $k_z$  是传播常数，则式(4)可写为

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \times \mathbf{E}_t) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{E}_t)^* - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* + \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \times \mathbf{E}_z + jk_z \mathbf{E}_t) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{E}_z + jk_z \mathbf{E}_t)^* \right] d\Omega \quad (5)$$

其中  $\nabla_t$  为横向梯度算子， $\mathbf{E}_t$  为电场横向分量， $\mathbf{E}_z$  为电场纵向分量。

本文采用的三角形边缘元划分单元，如图 2 所示。在每一个划分单元内电场可表示为切向分量  $\mathbf{E}_t^e$  和轴向分量  $\mathbf{E}_z^e$  [5]：

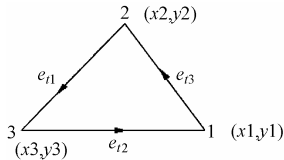


图 2 三角形边缘元

Fig.2 Triangular edge element

$$\mathbf{E}_t^e = \sum_{i=1}^3 N_i^e \mathbf{E}_i^e \quad (6)$$

$$\mathbf{E}_z^e = \sum_{j=1}^3 L_j^e E_{zj}^e \quad (7)$$

其中  $E_{ii}^e (i=1,2,3)$  是  $\mathbf{E}_t^e$  在第  $i$  条边上的切向分量， $N_i^e (i=1,2,3)$  是与  $E_{ii}^e$  相对应的基函数， $E_{zj}^e (j=1,2,3)$  为  $\mathbf{E}_z^e$  位于三角元三个顶点上的分量：

$$N_1^e = (L_2^e \nabla L_3^e - L_3^e \nabla L_2^e) / l_1^e \quad (8)$$

$$N_2^e = (L_3^e \nabla L_1^e - L_1^e \nabla L_3^e) / l_2^e \quad (9)$$

$$N_3^e = (L_1^e \nabla L_2^e - L_2^e \nabla L_1^e) / l_3^e \quad (10)$$

$\nabla$  是梯度运算符， $L_i^e = \Delta_i^e / \Delta^e$  是面积坐标， $\Delta^e$  为三角元素的面积， $l_i^e$  为三角元第  $i$  条边的长度。

用上述三角形边缘元来离散式(5)，得到本征值方程组，对给定的  $k_z$ ，求解该方程组可以解出  $k_0$ 。令  $k_z = 0$ ，从而求出截止波数  $k_c$ ，进一步得到截止频率  $f_c = k_c / (2\pi\sqrt{\varepsilon_0\mu_0})$ 。

### 3 数值结果

本文采用文献[6, 7]中梯形隧道的尺寸：上边宽度为 2.1m，下边宽度为 2.8m，高度为 2.3m，如图 1 所示。本节采用前述边缘元方法分别分析了梯形隧道上边宽度、梯形隧道下边宽度、梯形隧道高度变化对梯形隧道截止频率的影响。在每一种情况中，对截面形状对主模和最低次高阶模以及主模通信带宽的影响分别进行了研究。这里定义主模通信

带宽为最低次高阶模和主模截止频率的差。

#### 3.1 梯形隧道上边宽度变化对截止频率的影响

假设梯形隧道下边宽度和高度保持不变，表 1 中给出的是梯形隧道中主模和最低次高阶模截止频率随梯形隧道上边宽度变化的计算结果。图 3 中给出的是主模通信带宽与梯形隧道上边宽度变化的关系曲线。

由表 1 和图 3 可知：随着梯形隧道上边宽度的增加，梯形隧道主模和最低次高阶模的截止频率降低；随着梯形隧道上边宽增大，主模通信带宽先是增大，在 0.8 m 左右到达一个峰值后开始减小，在 1.5 m 左右到达一个最小值后又开始快速增大。

表 1 梯形隧道中波模截止频率、带宽与隧道上边宽度的关系  
Tab.1 Variation of cutoff frequency, bandwidth of dominant mode with top side in trapezoid tunnel

序号	上边宽度(m)	截止频率波模 1(MHz)	截止频率波模 2(MHz)	带宽(MHz)
1	0.2	71.3371	71.4966	0.1595
2	0.4	69.0448	70.8316	1.7868
3	0.6	67.5836	70.0997	2.5161
4	0.8	66.6511	69.2896	2.6384
5	1.0	66.0602	68.3759	2.3157
6	1.2	65.6963	67.3291	1.6328
7	1.4	65.4854	66.1202	0.6348
8	1.6	64.7270	65.3789	0.6518
9	1.8	63.1482	65.3391	2.1909
10	2.0	61.4023	65.3417	3.9394

注：波模 1 为主模，波模 2 为最低次高阶模。

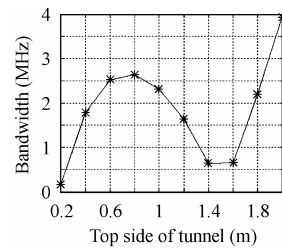


图 3 主模通信带宽与梯形隧道上边宽度的关系

Fig.3 Variation of bandwidth of dominant mode With top side in trapezoid tunnel

#### 3.2 梯形隧道下边宽度变化对截止频率的影响

假设梯形隧道上边宽度和高度保持不变，表 2 中给出的是梯形隧道中主模和最低次高阶模截止频率随梯形隧道下边宽度变化的计算结果。图 4 中给出的是主模通信带宽与梯形隧道下边宽度变化的关系曲线。

由表 2 和图 4 可知：随着梯形隧道下边宽度的增加，梯形隧道主模和最低次高阶模的截止频率降低；随着梯形隧道下边宽增大，主模通信带宽先是减小，在 2.5 m 左右到达一个最小值后开始增大。

表 2 梯形隧道中波模截止频率、带宽与隧道下边宽度的关系  
Tab.2 Variation of cutoff frequency, bandwidth of dominant mode with bottom side in trapezoid tunnel

序号	下边宽度(m)	截止频率波模 1(MHz)	截止频率波模 2(MHz)	带宽(MHz)
1	2.2	65.4369	69.9466	4.5097
2	2.3	65.4352	68.2500	2.8149
3	2.4	65.4302	66.5916	1.1614
4	2.5	64.9800	65.4208	0.4407
5	2.6	63.4207	65.4054	1.9846
6	2.7	61.9167	65.3830	3.4663
7	2.8	60.4691	65.3524	4.8833
8	2.9	59.0776	65.3125	6.2349
9	3.0	57.7414	65.2624	7.5210
10	3.1	56.4587	65.2008	8.7421

注：波模 1 为主模，波模 2 为最低次高阶模。

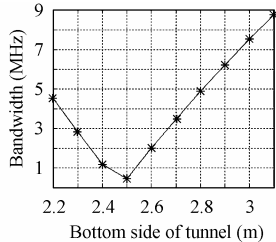


图 4 主模通信带宽与梯形隧道下边宽度的关系曲线  
Fig.4 Variation of bandwidth of dominant mode with bottom side in trapezoid tunnel

3.3 梯形隧道高度变化对截止频率的影响

假设梯形隧道上边宽度和下边宽度保持不变，表 3 中给出的是梯形隧道中主模和次主模截止频率随梯形隧道高度变化的计算结果。图 5 中给出的是主模通信带宽与梯形隧道高度变化的关系曲线。

由表 3 和图 5 可知：随着梯形隧道高度的增加，梯形隧道主模和最低次高阶模的截止频率降低；随着梯形隧道高度增大，主模通信带宽减小，在 2.4m 左右到达一个最小值后开始增大。

表 3 梯形隧道中波模截止频率、带宽与隧道高度的关系  
Tab.3 Variation of cutoff frequency, bandwidth of dominant mode with height in trapezoid tunnel

序号	隧道高度(m)	截止频率波模 1(MHz)	截止频率波模 2(MHz)	带宽(MHz)
1	0.3	61.2420	122.5356	61.2935
2	0.6	61.1741	121.8726	60.6985
3	0.9	61.0874	120.6880	59.6006
4	1.2	60.9805	116.4023	55.4219
5	1.5	60.8604	99.1959	38.3355
6	1.8	60.7269	83.2885	22.5616
7	2.1	60.5752	71.4946	10.9194
8	2.4	60.4115	62.6231	2.2116
9	2.7	55.6948	60.2361	4.5413
10	3.0	50.1270	60.0496	9.9226

注：波模 1 为主模，波模 2 为最低次高阶模。

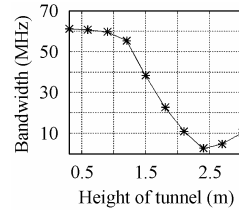


图 5 主模通信带宽与梯形隧道高宽的关系曲线  
Fig.5 Variation of bandwidth of dominant mode with height in trapezoid tunnel

4 算法验证

为了验证本文数值分析方法的正确性，用本文的数值方法分析了图 6 中两种常用波导的截止频率，并和理论值<sup>[8-9]</sup>进行了比较，误差小于 0.5%。结果如表 4 所示。

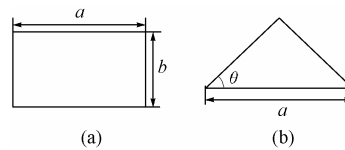


图 6 波导截面示意图  
Fig.6 Cross section of standard waveguides

表 4 图 6 中标准波导主模的截止频率

Tab.4 Cutoff frequency of dominant mode in waveguide shown in Fig.6

	文献值(MHZ)	本文值(MHZ)	相对误差(%)	几何参数(mm)
矩形波导	6560.4	6568.4	0.06	$a=22.86$ $b=10.16$
三角形波导	28123.0	28099.0	0.085	$a=7.112$ $\theta = 60^\circ$

5 结束语

采用边缘元法分析了梯形隧道中横截面尺寸对电磁波传播特性的影响。分别对梯形隧道上边宽度、下边宽度和高度尺寸的变化对主模和最低次高阶模截止频率及主模通信带宽的影响进行了研究，并得出结论：梯形隧道中上边宽度、下边宽度和高度的增大会使隧道中电磁波截止频率降低；随着梯形隧道上边宽增大，主模通信带宽首先有所波动，最后趋于增大；随着梯形隧道下边宽增大，主模通信带宽先是减小，在到达一个最小值后开始增大；随着梯形隧道高度增大，主模通信带宽减小，在到达一个最小值后开始增大；在隧道下边宽度增加或者隧道高度减小的情况下会得到较大的通信带宽。这一研究结论对研究有限空间内无线通信有着理论意义和工程指导价值。另一方面，在制作矩形波导的工艺中是无法将波导横截面严格做到矩形的，通常是梯形波导来逼近的，而单模通信在矩形波导中是非常普遍的。因此，本文研究梯形波导中主模通信带宽与截面尺寸的关系具有一定的理论指导意义。

参考文献

- [1] 保罗·德隆涅著, 王椿年等译. 泄漏馈线和地下无线电通信. 北京: 人民邮电出版社, 1988: 5-16.
- [2] 孙继平, 张长森. 异型波导截止频率的研究. 煤炭学报, 2003, 28(2): 210-213.
- [3] 陈抗生. 电磁场与电磁波. 北京: 高等教育出版社, 2004: 149-151.
- [4] 金建铭(美)著, 王建国译. 电磁场有限元方法. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1998: 51-62.
- [5] 盛新庆著. 计算电磁学要论. 北京: 科学出版社, 2004: 76-88.
- [6] 孙继平, 张长森. 列车对梯形隧道中电磁波截止频率的影响. 微波学报, 2002, 18(4): 76-79.
- [7] 张长森. 复杂截面隧道中电磁波传输特性等问题的研究. [博士学位论文], 中国矿业大学(北京校区), 2003: 42-47.
- [8] 金本喜, 周平. 波导本征值的有限元分析. 淮阴师范学院学报(自然科学版), 2004, 3(2): 109-112.
- [9] 周平. 任意截面波导截止波数的伽辽金有限元分析. 南京师大学报(自然科学版), 1996, 19(4): 25-29.
- 孙继平: 男, 1958 年生, 教授, 博士生导师, 中国矿业大学(北京)副校长. 研究方向为矿井监控与通信、矿井无线传输特性.
- 张传雷: 男, 1973 年生, 博士生, 研究方向为矿井电磁波的传输特性.