

## 不确定蔡氏电路混沌系统的神经网络优化控制

谭文<sup>①②</sup> 王耀南<sup>②</sup> 黄创霞<sup>②</sup> 伍雪冬<sup>③</sup>

<sup>①</sup>(湖南科技大学信息与电气工程学院 湘潭 411201)

<sup>②</sup>(湖南大学电气与信息工程学院 长沙 410082)

<sup>③</sup>(福建工程学院电子信息与电气工程系 福州 350014)

**摘要:** 该文研究了不确定非线性蔡氏电路混沌系统的动态神经网络在线辨识和跟踪控制问题。利用无源技术得出梯度下降算法调整神经网络辨识器权值的稳定性定理,然后在辨识模型基础上设计局部优化控制器,将蔡氏混沌系统镇定到期望目标轨迹,并保证跟踪误差有界。数值仿真结果表明了所提出方法的有效性。

**关键词:** 动态神经网络;混沌;辨识;优化控制

中图分类号: TP273.2

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)07-1749-04

## Optimal Control of Uncertain Chua's Chaotic System with Neural Networks

Tan Wen<sup>①②</sup> Wang Yao-nan<sup>②</sup> Huang Chuang-xia<sup>②</sup> Wu Xue-dong<sup>③</sup>

<sup>①</sup>(School of Information and Electrical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

<sup>②</sup>(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

<sup>③</sup>(Electronic Information and Electrical Engineering Department, Fujian University of Technology, Fuzhou 350014, China)

**Abstract:** On-line identification and following control of nonlinear uncertain Chua's chaotic system using dynamic neural networks are studied in this paper. The passive technique is applied to access properties of neuro-identifier that the gradient descent algorithm for weight adjustment is stable. Then an optimal controller based on the identification model is designed to direct the Chua's chaotic system towards desired target trajectory, and the tracking error is guaranteed to be bounded. Finally, the simulations are provided to demonstrate the effectiveness of the approach proposed.

**Key words:** Dynamic neural networks; Chaos; Identification; Optimal control

### 1 引言

自Ott等人提出OGY方法成功实现对混沌控制以来<sup>[1]</sup>,混沌系统的建模与控制问题逐渐成为非线性控制领域一个非常重要的研究方向<sup>[2]</sup>。由于神经网络具有自学习、自适应、自组织功能和较强的非线性映射能力,于是人们开始尝试将神经网络引入到混沌现象的研究中。动态神经网络概念最初是由Narendra和Partharathy提出的<sup>[3]</sup>,他们采用动态反传策略对非线性系统进行辨识和控制,但这种方法计算时间长而且缺乏严格理论证明和实验支撑。之后该网络从结构到稳定性以及收敛性都得到了逐步的完善<sup>[4,5]</sup>,因而这类网络应用范围日渐扩展。文献[6]通过受控系统的输入输出数据控制了Duffing混沌系统;文献[7]利用局部优化方法有效镇定了时间

连续混沌系统;文献[8-10]采用自适应控制算法对一类混沌系统进行了调整。但采用动态神经网络进行在线辨识和非线性控制系统设计及稳定性分析的报道并不多见<sup>[11]</sup>。

对于实际控制过程,辨识模型与实际系统不完全匹配引起的误差给控制系统带来的影响是不容忽视的。本文在考虑模型与实际系统之间存在误差情形下,提出混沌系统动态神经网络模型跟踪控制新方法。首先基于Lyapunov分析方法推导出神经网络辨识器权值学习律,采用梯度下降算法调整辨识器权值,然后在辨识模型基础上设计局部优化控制器,将蔡氏混沌系统镇定到期望目标轨迹,并利用无源技术和Lyapunov稳定性理论证明了辨识误差、跟踪误差是有界的。数值仿真结果表明了所提出方法的有效性。

### 2 基于无源技术的神经网络辨识

考虑非线性系统:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \mathbf{y} = \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x} \in R^n$ 为系统状态, $\mathbf{u} \in R^m$ 为输入向量, $\mathbf{y} \in R^m$ 为输出向量, $\mathbf{f}: R^{n+m+1} \rightarrow R^n$ 为局部Lipschitz函数, $\varphi: R^n \times R^m \rightarrow R^m$ 是连续的,且系统输出满足: $\int_0^t \|\mathbf{u}^T(\tau)\mathbf{y}(\tau)\|$

2005-09-09 收到, 2007-04-16 改回

国家自然科学基金(60375001), 湖南省自然科学基金(03JJY3107), 湖南省教育厅青年基金(05B016), 福建省青年科技人才创新项目(2005J048), 福建省教育厅科技计划项目(JA05308, JB05287), 福建省自然科学基金(2006J0017)和湖南省博士后科研资助专项计划项目资助课题

$d\tau < \infty$ , 于是有

**定义 1** 系统式(1)是无源的, 如果存在非负储能函数  $\nu(\mathbf{x}): R^n \rightarrow R$ , 对所有输入  $\mathbf{u}$  及任意初始条件  $\mathbf{x}_0$ , 使下面不等式成立:

$$\dot{\nu}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{u}^T \mathbf{y} - \alpha \mathbf{u}^T \mathbf{u} - \beta \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \varepsilon \zeta(\mathbf{x})$$

其中  $\alpha, \beta, \varepsilon$  为非负常数,  $\zeta(\mathbf{x}) \geq 0$ ,  $\varepsilon$  是状态耗散率。进一步, 当存在一个正定函数  $\phi(\mathbf{x}): R^n \rightarrow R$  使  $\dot{\nu}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{u}^T \mathbf{y} - \phi(\mathbf{x})$ , 则该系统严格无源。

**性质 1** 如果储能函数  $\nu(\mathbf{x})$  可微且动态系统无源, 则  $\dot{\nu}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{u}^T \mathbf{y}$ 。

本文所研究的待辨识蔡氏电路模型可用反馈形式描述为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= b_i G_i(\bar{x}_i, t) x_{i+1} + \mathbf{H}^T F_i(\bar{x}_i, t) + f_i(\bar{x}_i, t) + u_i, \\ 1 \leq i &\leq n-1 \\ \dot{x}_n &= b_n G_n(\bar{x}_n, t) + \mathbf{H}^T F_n(\bar{x}_n, t) + f_n(\bar{x}_n, t) \\ \mathbf{y} &= (x_1, x_2, \dots, x_{n-1})^T \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in R^i$ ,  $\mathbf{u} \in R^{n-1}$ ,  $\mathbf{y} \in R^{n-1}$  分别为系统的状态、输入和输出,  $\mathbf{b} = [b_1, \dots, b_n]^T \in R^n$ ,  $\mathbf{H} = [H_1, \dots, H_p]^T \in R^p$  可为不确定常数, 但  $G_i \neq 0, F_i(\cdot), f_i(\cdot)$  是已知光滑有界函数, 且系统状态及输出可测量。取动态神经网络辨识模型<sup>[12]</sup>

$$\dot{\mathbf{x}}_{nm} = \mathbf{A} \mathbf{x}_{nm} + \mathbf{W}_{1,t} \sigma(\mathbf{x}_{nm}) + \mathbf{W}_{2,t} \vartheta(\mathbf{x}_{nm}) \gamma(\mathbf{u}) \quad (3)$$

$\mathbf{x}_{nm} \in R^n$  为神经网络状态,  $\mathbf{A} \in R^{n \times n}$  为稳定矩阵,  $\mathbf{W}_{1,t}, \mathbf{W}_{2,t} \in R^{n \times n}$  为网络权值矩阵, 向量函数  $\sigma(\mathbf{x}) \in R^n$ , 其中所有元素均单调递增, 矩阵函数  $\vartheta(\cdot) \in R^{n \times n}$ :  $\vartheta(\mathbf{x}_{nm}) = \text{diag}(\vartheta(x_{m,1}), \dots, \vartheta(x_{m,n}))$ , 且  $\sigma_i(\cdot), \vartheta_i(\cdot)$  均取  $s$  型函数, 函数  $\gamma(\cdot)$  满足  $\|\gamma(\mathbf{u})\|^2 \leq \bar{u}$ 。令辨识误差为:  $\mathbf{e} = \mathbf{x}_{nm} - \mathbf{x}$ , 满足下面 Lipschitz 特性

$$\tilde{\sigma}^T \Lambda_1 \tilde{\sigma} \leq \bar{e}^T \Gamma_1 \mathbf{e}, \quad (\tilde{\vartheta}(\mathbf{u}))^T \Lambda_2 (\tilde{\vartheta}(\mathbf{u})) \leq \bar{u} \bar{e}^T \Gamma_2 \mathbf{e} \quad (4)$$

这里  $\tilde{\sigma} = \sigma(\mathbf{x}_{nm}) - \sigma(\mathbf{x}) := [\sigma(x_{m,1}) - \sigma(x_1), \sigma(x_{m,2}) - \sigma(x_2), \dots, \sigma(x_{m,n}) - \sigma(x_n)]^T \in R^n$ ,  $\tilde{\vartheta} = \vartheta(\mathbf{x}_{nm}) - \vartheta(\mathbf{x})$ ,  $\Lambda_1, \Lambda_2, \Gamma_1, \Gamma_2$  是大于零的常数。用动态神经网络模型表示实际系统式(2):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{W}_1^* \sigma(\mathbf{x}) + \mathbf{W}_2^* \vartheta(\mathbf{x}) \gamma(\mathbf{u}) - \Delta \quad (5)$$

其中  $\mathbf{W}_1^*, \mathbf{W}_2^*$  是有界的待确定矩阵, 且

$$\mathbf{W}_1^* \Lambda_1^{-1} \mathbf{W}_1^{*T} \leq \bar{\mathbf{W}}_1, \quad \mathbf{W}_2^* \Lambda_2^{-1} \mathbf{W}_2^{*T} \leq \bar{\mathbf{W}}_2 \quad (6)$$

$\bar{\mathbf{W}}_1, \bar{\mathbf{W}}_2$  是已知矩阵, 向量函数  $\Delta$  为网络模型和实际系统之间的误差。由式(3)和式(5)得误差动态方程:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \mathbf{A} \mathbf{e} + \mathbf{W}_A \sigma(\mathbf{x}_{nm}) + \mathbf{W}_B \vartheta(\mathbf{x}_{nm}) \gamma(\mathbf{u}) \\ &\quad + \mathbf{W}_1^* \tilde{\sigma} + \mathbf{W}_2^* \tilde{\vartheta}(\mathbf{u}) + \Delta \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $\mathbf{W}_A = \mathbf{W}_{1,t} - \mathbf{W}_1^*$ ,  $\mathbf{W}_B = \mathbf{W}_{2,t} - \mathbf{W}_2^*$ 。若定义

$$\mathbf{R} = \bar{\mathbf{W}}_1 + \bar{\mathbf{W}}_2, \mathbf{Q} = \Gamma_1 + \bar{u} \Gamma_2 + \mathbf{Q}_0 \quad (8)$$

且选取的矩阵  $\mathbf{A}, \mathbf{Q}_0$  满足条件

- (1)  $(\mathbf{A}, \mathbf{R}^{1/2})$  可控,  $(\mathbf{Q}^{1/2}, \mathbf{A})$  可观;
- (2) 局部频率条件满足

$$\mathbf{A}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} - \mathbf{Q} \geq \frac{1}{4} [\mathbf{A}^T \mathbf{R}^{-1} - \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}] \mathbf{R} [\mathbf{A}^T \mathbf{R}^{-1} - \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}]^T \quad (9)$$

则下面假设成立。

**假设 1** 存在稳定矩阵  $\mathbf{A}$  和严格正定矩阵  $\mathbf{Q}$  使 Riccati 矩阵方程

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{R} \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (10)$$

有正的解  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$ , 于是有下面描述网络辨识器权值学习定理。

**定理 1** 根据假设 1, 权值矩阵  $\mathbf{W}_{1,t}, \mathbf{W}_{2,t}$  学习律为

$$\dot{\mathbf{W}}_{1,t} = -K_1 \mathbf{P} \mathbf{e} \sigma^T(\mathbf{x}_{nm}), \quad \dot{\mathbf{W}}_{2,t} = -K_2 \mathbf{P} \mathbf{e} \vartheta(\mathbf{x}_{nm}) \gamma(\mathbf{u}) \mathbf{e}^T \quad (11)$$

其中  $\mathbf{P}$  是式(10)之解, 则误差动态方程式(7)从模型误差  $\Delta$  到辨识误差  $2\mathbf{P}\mathbf{e}$  是严格无源的。

**证明** 取 Lyapunov 函数(储能函数)为

$$\nu = \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \text{tr} \{ \mathbf{W}_A^T K_1^{-1} \mathbf{W}_A \} + \text{tr} \{ \mathbf{W}_B^T K_2^{-1} \mathbf{W}_B \} \quad (12)$$

对式(12)沿式(7)求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{\nu} &= \mathbf{e}^T (\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}) \mathbf{e} + 2\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{W}_A \sigma(\mathbf{x}_{nm}) + 2\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{W}_B \vartheta(\mathbf{x}_{nm}) \\ &\quad + 2\mathbf{e}^T \mathbf{P} \Delta + 2\mathbf{e}^T \mathbf{P} \{ \mathbf{W}_1^* \tilde{\sigma} + \mathbf{W}_2^* \tilde{\vartheta}(\mathbf{u}) \} + 2\text{tr} \{ \dot{\mathbf{W}}_A^T K_1^{-1} \mathbf{W}_A \} \\ &\quad + 2\text{tr} \{ \dot{\mathbf{W}}_B^T K_2^{-1} \mathbf{W}_B \} \end{aligned}$$

由于  $\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{W}_1^* \tilde{\sigma}$  为标量, 利用式(4)和矩阵不等式

$$\mathbf{X}^T \mathbf{Y} + (\mathbf{X}^T \mathbf{Y})^T \leq \mathbf{X}^T \Lambda^{-1} \mathbf{X} + \mathbf{Y}^T \Lambda \mathbf{Y} \quad (13)$$

其中  $\mathbf{X}, \mathbf{Y} \in R^{n \times k}$  为任意矩阵,  $\Lambda$  是正定矩阵, 则有

$$\begin{aligned} 2\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{W}_1^* \tilde{\sigma} &\leq \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{W}_1^* \Lambda_1^{-1} \mathbf{W}_1^{*T} \mathbf{P} \mathbf{e} + \tilde{\sigma}^T \Lambda_1 \tilde{\sigma} \\ &\leq \mathbf{e}^T (\mathbf{P} \bar{\mathbf{W}}_1 \mathbf{P} + \Lambda_1) \mathbf{e} \end{aligned}$$

$$2\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{W}_2^* \tilde{\vartheta}(\mathbf{u}) \leq \mathbf{e}^T (\mathbf{P} \bar{\mathbf{W}}_2 \mathbf{P} + \bar{u} \Lambda_2) \mathbf{e} \quad (14)$$

于是便有

$$\begin{aligned} \dot{\nu} &\leq \mathbf{e}^T [\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P}^T (\bar{\mathbf{W}}_1 + \bar{\mathbf{W}}_2) \mathbf{P} + (\Lambda_1 + \bar{u} \Lambda_2 + \mathbf{Q}_0)] \mathbf{e} \\ &\quad + 2\text{tr} \{ \dot{\mathbf{W}}_A^T K_1^{-1} \mathbf{W}_A \} + 2\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{W}_A \sigma(\mathbf{x}_{nm}) + 2\mathbf{e}^T \mathbf{P} \Delta \\ &\quad + 2\text{tr} \{ \dot{\mathbf{W}}_B^T K_2^{-1} \mathbf{W}_B \} + 2\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{W}_B \vartheta(\mathbf{x}_{nm}) \gamma(\mathbf{u}) - \mathbf{e}^T \mathbf{Q}_0 \mathbf{e} \end{aligned}$$

因为  $\dot{\mathbf{W}}_A = \dot{\mathbf{W}}_{1,t}$ , 利用式(11)和假设 1, 得

$$\dot{\nu} \leq -\mathbf{e}^T \mathbf{Q}_0 \mathbf{e} + 2\mathbf{e}^T \mathbf{P} \Delta \quad (15)$$

从定义 1 知, 如果将  $\Delta$  看作输入,  $2\mathbf{P}\mathbf{e}$  看作输出, 那么系统严格无源, 且  $\phi(\mathbf{x}) = \mathbf{e}^T \mathbf{Q}_0 \mathbf{e} \geq 0$ 。证毕

**推论 1** 对于不确定混沌系统的动态神经网络辨识模型, 其权值学习律式(11)可使辨识误差渐近稳定, 即

$$\left. \begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_t &= 0, \quad \mathbf{W}_{1,t} \in L_\infty, \mathbf{W}_{2,t} \in L_\infty \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{W}}_{1,t} &= 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{W}}_{2,t} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

### 3 基于辨识模型的优化控制器设计

由于实际混沌系统的不确定性, 无法依赖系统直接设计控制器, 因此本文在辨识模型基础上设计控制器对系统进行控制。设期望跟踪轨迹为已知非线性参考模型的解, 其方程描述

$$\dot{\mathbf{x}}_r = g_r(\mathbf{x}_r, t), \quad \mathbf{x}_r \in R^n \quad (17)$$

令轨迹误差:  $e_r = x - x_r$ , 由式(5)和式(17)得

$$\begin{aligned} \dot{e}_r &= \mathbf{A}x + \mathbf{W}_1^* \sigma(x) + \mathbf{W}_2^* \vartheta(x) \gamma(\mathbf{u}) + \Delta - g_r(x_r, t) \\ &= \mathbf{A}x + \mathbf{W}_{1,t} \sigma(x) + \mathbf{W}_{2,t} \vartheta(x) \gamma(\mathbf{u}) + \Delta_t - g_r(x_r, t) \end{aligned} \quad (18)$$

其中  $\Delta_t = \Delta - \mathbf{W}_A \sigma(x) - \mathbf{W}_B \vartheta(x) \gamma(\mathbf{u})$ , 取控制律  $\mathbf{u}_t$

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{u}_{1,t} + [\mathbf{W}_{2,t} \vartheta(x_{nn})]^{-1} \mathbf{u}_{2,t} \quad (19)$$

其中

$$\mathbf{u}_{1,t} = [\mathbf{W}_{2,t} \vartheta(x_{nn})]^{-1} [g_r(x_r, t) - \mathbf{A}x_r - \mathbf{W}_{1,t} \sigma(x_{nn})] \quad (20)$$

为直接控制部分, 而  $\mathbf{u}_{2,t}$  可取 LQ 优化控制律

$$\mathbf{u}_{2,t} = -2\mathbf{R}_c^{-1} \mathbf{P} e_r \quad (21)$$

用来补偿未知模型  $\Delta_t$  对控制系统的影响。由于  $\mathbf{u}_{2,t}$  的计算只与局部信息  $x_r, x_{nn}$  有关, 因此可将  $\mathbf{u}_{2,t}$  看作局部优化控制<sup>[13,14]</sup>。

**定理 2** 动态神经网络式(3)满足式(9)和假设 1 条件, 则系统式(2)跟踪参考模型式(17)的轨迹误差  $e_r$  满足

$$\begin{aligned} & \overline{\lim}_{\lambda \rightarrow \infty} \int_0^\lambda [e_r^T \mathbf{Q} e_r + \mathbf{u}_{2,t}^T \mathbf{R}_c \mathbf{u}_{2,t}] dt \\ & \leq \overline{\lim}_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda [\Delta_t^T \mathbf{R}^{-1} \Delta_t + \Phi(\mathbf{u}_{2,t})] dt \end{aligned} \quad (22)$$

这里  $\mathbf{R}_c$  是已知正定矩阵,  $\Phi(\mathbf{u}_{2,t}) = 2e_r^T \mathbf{P} \mathbf{u}_{2,t} + \mathbf{u}_{2,t}^T \mathbf{R}_c \mathbf{u}_{2,t}$

**证明** 取 Lyapunov 函数  $V_t = e_r^T \mathbf{P} e_r$ , 对它求导

$$\dot{V}_t = e_r^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) e_r + 2e_r^T \mathbf{P} \mathbf{u}_{2,t} + 2e_r^T \mathbf{P} \Delta_t \quad (23)$$

利用式(13), 则式(23)中  $2e_r^T \mathbf{P} \Delta_t$  估计值为

$$2e_r^T \mathbf{P} \Delta_t \leq e_r^T \mathbf{P} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{P} e_r + \Delta_t^T \mathbf{R} \Delta_t \quad (24)$$

将式(24)代入式(23), 同时加减  $e_r^T \mathbf{Q} e_r, \mathbf{u}_{2,t}^T \mathbf{R}_c \mathbf{u}_{2,t}$  项, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_t & \leq e^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{P} \mathbf{R} \mathbf{P} + \mathbf{Q}) e + 2e_r^T \mathbf{P} \mathbf{u}_{2,t} \\ & \quad + \mathbf{u}_{2,t}^T \mathbf{R}_c \mathbf{u}_{2,t} + \Delta_t^T \mathbf{R}^{-1} \Delta_t - e_r^T \mathbf{Q} e_r - \mathbf{u}_{2,t}^T \mathbf{R}_c \mathbf{u}_{2,t} \end{aligned} \quad (25)$$

由假设 1 知式(25)第 1 项为 0。因此式(25)变为:  $\|e_r\|^2 \mathbf{Q} + \|\mathbf{u}_{2,t}\|^2 \mathbf{R}_c \leq \Phi(\mathbf{u}_{2,t}) + \Delta_t^T \mathbf{R}^{-1} \Delta_t - \dot{V}_t(e)$ , 然后对上式两边同时积分并除以  $\lambda$ , 得

$$\begin{aligned} & \overline{\lim}_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda e_r^T \mathbf{Q} e_r dt + \overline{\lim}_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \mathbf{u}_{2,t}^T \mathbf{R}_c \mathbf{u}_{2,t} dt \leq \overline{\lim}_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{1}{\lambda} \\ & \cdot \int_0^\lambda \Delta_t^T \mathbf{R}^{-1} \Delta_t dt + \overline{\lim}_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \Phi(\mathbf{u}_{2,t}) dt + \overline{\lim}_{\lambda \rightarrow \infty} [-\frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \dot{V}_t dt] \end{aligned}$$

因  $V_t \geq 0$ , 所以  $\overline{\lim}_{\lambda \rightarrow \infty} [-\frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \dot{V}_t dt] = \overline{\lim}_{\lambda \rightarrow \infty} [-\frac{1}{\lambda} V_t + \frac{1}{\lambda} V_0] \leq$

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{\lambda} V_0 \right] = 0. \quad \text{证毕}$$

现在的控制目标是最小化式(22)中的  $\Delta_t^T \mathbf{R}^{-1} \Delta_t$  和  $\Phi(\mathbf{u}_{2,t})$ 。为了优化  $\|\Delta_t\|^2 \mathbf{R}^{-1}$ , 应当使  $\mathbf{R}^{-1}$  最小, 取满足式(9)的  $\mathbf{A}, \mathbf{Q}$  使方程(10)有正解, 则  $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}_{\min}^{-1} = \mathbf{A}^{-T} \mathbf{Q} \mathbf{A}^{-1}$  即可; 而为了使  $\Phi(\mathbf{u}_{2,t})$  在不受  $\mathbf{u}_{2,t}$  约束条件下最小化, 利用标准二次规划易于实现。因此定理 2 可保证控制系统跟踪参考模型轨迹误差有界且最小。

#### 4 数字仿真

蔡氏电路包括 3 个储能元件(一个电感  $L$  和两个电容  $C_1, C_2$ )及一个电阻  $R$  和一个蔡氏二极管, 其动态方程为

$$\left. \begin{aligned} C_1 \frac{dVC_1}{dt} &= \frac{1}{R} (-VC_1 + VC_2) - g(VC_1) \\ C_2 \frac{dVC_2}{dt} &= \frac{1}{R} (-VC_2 + VC_1) + I_L \\ L \frac{dI_L}{dt} &= -VC_2 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

这里  $VC_1, VC_2$  是电容  $C_1, C_2$  两端电压,  $I_L$  是通过电感  $L$  的电流, 描述蔡氏二极管的电压电流特性方程

$$g(VC_1) = G_b VC_1 + \frac{1}{2} (G_a - G_b) (|VC_1 + 1| - |VC_1 - 1|) \quad (27)$$

令  $b_1 = 1/RC_2, b_2 = 1/L, H_1 = 1/C_2, H_2 = 1/RC_2, H_3 = 1/RC_1, H_4 = 1/RC_1 + G_b/C_1, H_5 = (G_a - G_b)/2C_1$ , 定义状态变量  $x_1 = VC_2, x_2 = VC_1, x_3 = I_L$ , 则系统式(26)受控后变为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= b_1 x_2 + H_1 x_3 - H_2 x_1 + u_1 \\ \dot{x}_2 &= H_3 x_1 - H_4 x_2 - H_5 [|x_2 + 1| - |x_2 - 1|] + u_2 \\ \dot{x}_3 &= -b_2 x_1 \\ y &= (x_1 \quad x_2)^T \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

实验过程取动态神经网络为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{nn} &= \mathbf{A} x_{nn} + \mathbf{W}_{1,t} \sigma(x_{nn}) + \mathbf{W}_{2,t} \vartheta(x_{nn}) \mathbf{u}, \\ \mathbf{W}_{1,t}, \mathbf{W}_{2,t} & \in R^{3 \times 3} \end{aligned} \quad (29)$$

$\sigma(x_i) = \frac{2}{1 + e^{-2x_i}} - 0.5, \vartheta(x_i) = \frac{0.2}{1 + e^{-0.2x_i}} - 0.05, \mathbf{A} = \text{diag}(-6, -6, -6), K_1 \mathbf{P} = K_2 \mathbf{P} = 2\mathbf{I}, \mathbf{W}_{1,0} = [1, 10, 3; 10, 1, 2; 3, 2, 1]; \mathbf{W}_{2,0} = [0, 1, 0, 0.5; 0, 0, 1, 0.3; 0.5, 0.3, 0, 1];$  初态  $x_0 = [-1, 0.8, 1]^T$ , 当  $C_1 = \frac{1}{9}, C_2 = 1, L = \frac{1}{7}, R = 1, G_a = -\frac{4}{5}, G_b = -\frac{1}{2}$ , 系统处于混沌状态, 用神经网络式(29)进行辨识,

结果如图 1 所示, 其中实线是未受控制时的混沌状态曲线, 虚线是动态神经网络辨识曲线; 在辨识模型基础上, 利用式(19)对系统进行跟踪控制,  $\mathbf{R}_c = \text{diag}(0.05, 0.05, 0.05), \mathbf{R} = \text{diag}(0.3, 0.3, 0.3), \mathbf{Q}_c = \mathbf{I}_{3 \times 3}$ , 混沌系统状态  $x_1, x_2$  (初态仍为

$[-1, 0.8]^T$ ) 跟踪参考模型  $\begin{cases} \dot{x}_1 = \cos(x_2) \\ \dot{x}_2 = x_1 \end{cases}$  的轨迹如图 2 所示,

其中实线是参考模型轨迹, 虚线是跟踪控制曲线。从实验结果看, 辨识和跟踪控制都取得了很好的效果。

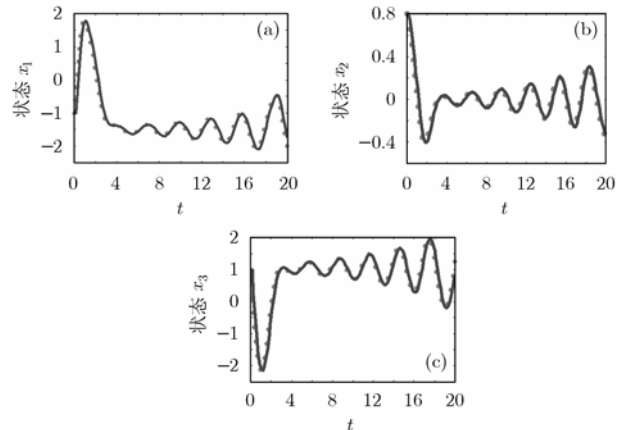


图 1 动态神经网络辨识结果

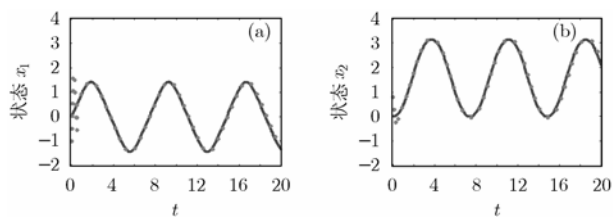


图 2 跟踪控制曲线

## 5 结束语

本文在无源技术基础上利用动态神经网络建立不确定混沌系统的在线辨识模型, 考虑该模型与实际系统之间存在误差情形下, 基于 Lyapunov 分析方法推导出的神经网络辨识器权值学习律使得辨识误差渐进稳定。然后在辨识模型基础上设计控制器实现混沌系统状态参考目标跟踪控制, 并从理论上证明了跟踪误差的有界性。最后以不确定蔡氏电路混沌系统进行仿真试验研究, 结果显示动态神经网络辨识实际混沌系统误差很小, 且能快速准确跟踪期望目标轨道。

## 参考文献

- [1] Ott E, Grebogi C, and York J A. Controlling chaos. *Phys. Rev.Lett.*, 1990,64 (11): 1196-1199.
  - [2] Abed E H, Wang H O, and Tesi A. Control of Bifurcations and chaos. The Control Handbook, CRC Press & IEEE Press, Boca Raton, FL, 1995: 951-966.
  - [3] Narendra K S and Partharathy K. Identification and control of dynamical systems using neural networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1990, 1(1): 4-27.
  - [4] Sanner R M and Slotine J. Gaussian networks for direct adaptive control. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1993, 3(6): 837-863.
  - [5] Rovithakis G A and Christodoulou M A. Direct adaptive regulation of unknown nonlinear dynamical systems via dynamic neural networks. *IEEE Trans. on Syst. Man Cybern.*, 1995, 25(12): 1578-1594.
  - [6] Ren M X, Rad B A, and Chan T P. Identification and control of nonlinear systems using dynamic neural networks. Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation. Shanghai, P.R.China, 2002: 2002-2006.
  - [7] Poznyak A S, Wen Yu, and Sanchez E N. Identification and control unknown chaotic systems via dynamic neural networks. *IEEE Trans. on Circuits and Syst.*, 1999, 46(12): 1491-1495.
  - [8] 谭文, 王耀南. 混沌系统的动态神经网络自适应控制. 电子与信息学报, 2005, 27(1):143-145.  
Tan Wen and Wang Yao-nan. Adaptive control of unknown chaotic system via dynamic neural networks. *Journal of Electronics & Technology*, 2005, 27(1):143-145.
  - [9] 谭文, 王耀南. 不确定混沌系统的直接自适应模糊神经网络控制. 物理学报, 2004, 53(12): 4087-4091.  
Tan Wen and Wang Yao-nan. Direct adaptive fuzzy-neural control of unknown chaotic system. *Acta Physica Sinica*, 2004, 53(12): 4087-4091.
  - [10] Tan Wen and Wang Yao-nan. Synchronization of an uncertain chaotic system via recurrent neural networks. *Chinese Physics*, 2005, 14(1): 72-76.
  - [11] Yu W and Li Xiaou. Some new results on system identification with dynamic neural networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2001, 12(2): 412-417.
  - [12] Poznyak A S, Yu W, Sanchez E N, and Perez J P. Stability analysis of dynamic neural control. *Expert Syst. Application*, 1998, 14(1): 227-236.
  - [13] Kelmans G K, Poznyak A, and Chernitser A. Adaptive locally optimal control. *Int. J. Syst.Sci.*, 1981, 12(1): 235-254.
  - [14] Willems J C. Least squares optimal control and algebraic Riccati equations. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1971, 16(6): 621-634.
- 谭文: 男, 1968年生, 博士, 教授, 研究方向为混沌系统机理研究及控制、智能控制理论与应用。  
王耀南: 男, 1957年生, 博士后, 教授, 博士生导师, 主要从事机器人控制、智能控制、图像处理。  
黄创霞: 男, 1977年生, 博士后, 讲师, 研究方向为神经网络动力系统, 微分方程定性与稳定性理论。  
伍雪冬: 男, 1975年生, 博士后, 讲师, 研究方向为计算机视觉、机器人及智能控制。