基于蒙特卡罗法的螺旋锥齿轮接触疲劳可靠性分析*

郭耀斌 张文明 张国芬

【摘要】 运用蒙特卡罗法模拟确定了齿轮接触疲劳应力与强度分布,并对接触疲劳可靠度进行了模拟,克服了齿轮等重要零部件的小样本的问题。分析可知,齿轮接触疲劳应力服从正态分布,接触疲劳强度服从对数正态分布,并且齿轮接触疲劳的可靠度误差随着模拟次数的增加而逐渐减小。对影响接触疲劳可靠性的应力随机参数进行敏感性分析,结果表明,应力均值对接触疲劳可靠度的影响大,应力标准差对接触疲劳可靠度的影响较小。

关键词: 螺旋锥齿轮 接触疲劳 可靠性 蒙特卡罗

中图分类号: TH132.421 **文献标识码:** A

Contact Fatigue Reliability Analysis of Spiral Bevel Gear Based on Monte－Carlo

Guo Yaobin Zhang Wenming Zhang Guofen

(*University of Science and Technology Beijing*)

Abstract

Monte－Carlo method was applied to simulate the distribution of the contact fatigue stress and the contact fatigue strength of spiral bevel gear, furthermore, reliability was also simulated. The method solved the small sample problem. According to the analysis, the contact fatigue stress of the gear submitted the normal distribution, and the strength of the gear obeyed the lognormal. The reliability error of the contact fatigue was reduced with the increase of the simulation times. Sensitivity analysis has been made on the stress random parameters which probably impacted the contact fatigue reliability of the gear. Results revealed that the affection of mean is remarkable to the reliability of the gear. The standard error is relatively small.

Key words Spiral bevel gear, Contact fatigue, Reliability, Monte－Carlo

引言

传统的齿轮传动强度计算一般采用 Gleason 公司的计算方法,基本公式是赫兹公式。设计采用安全系数作为衡量标准,经常会造成结构笨重和材料浪费,已逐渐不能满足现代工程设计的需要。可靠性设计考虑了参数的随机性,以可靠度或其他可靠性指标为衡量标准,在理论上更加科学、合理。但机械可靠性理论一般是建立在概率统计的大数定律和中心极限定理的基础上,对机械零部件的可靠性计算与分析,必须获取应力和强度的大样本数据,并需得到应力和强度的分布规律。由于实际工程中对齿轮等重要零部件难以进行大样本试验,齿轮接触疲劳可靠性的计算通常都只能基于有限的小样本试验数据进行,这使得计算结果往往和实际不符[1~2]。本文以首钢 SGA3723 型矿用汽车的后桥主减速器主动螺旋锥齿轮为研究对象,应用蒙特卡罗模拟法对齿轮接触疲劳应力和接触疲劳强度的分布规律进行模拟计算与分析,然后基于应力、强度的分布规律,对相关的可靠性指标进行模拟求解,并对随机参数进行敏感性分析。

1 蒙特卡罗(Monte－Carlo)模拟方法

蒙特卡罗法[3~5]又称统计模拟试验法或随机

收稿日期: 2006－12－18

* 国家自然科学基金资助项目(项目编号:50475173)

郭耀斌 北京科技大学土木与环境工程学院 博士生, 100083 北京市

张文明 北京科技大学土木与环境工程学院 教授 博士生导师

张国芬 北京科技大学土木与环境工程学院 博士生

模拟法，它是以统计抽样为基础，以计算机为计算手段，通过对有关随机变量的统计抽样试验或随机模拟，从而估计和描述函数的统计量，进而求解工程技术问题近似解的一种数值计算方法。同传统代数法相比，蒙特卡罗法无需知道参数的分布类型及概率参数，可以用于正态分布、对数正态分布、指数分布、威布尔分布等任何一种分布解决问题。蒙特卡洛法分析结构可靠度精度相对较高，方法简单。随着计算机技术的发展，随机问题在计算机仿真上可以得到较为完善的模拟和解答。

应用蒙特卡罗模拟法对锥齿轮接触应力和强度进行可靠性分析。基本步骤如下：①确定应力与强度函数 $y=f(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 及其随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$。②确定应力与强度函数中随机变量 X_i 的概率密度函数 $f(X_i)$。③确定应力与强度函数中随机变量 X_i 的累积分布函数 $F(X_i)$。④对函数中的随机变量 X_i，产生在[0,1]区间内服从均匀分布的伪随机数数列 $R_{X_{ij}}$；$R_{X_{ij}}=\int_{-\infty}^{X_{ij}}f(X_i)\mathrm{d}X_i$；$i$ 为随机变量，$i=1,2,\cdots,n$；j 为模拟次数，$j=1,2,\cdots$，1 000 或更大。对随机变量 X_i，每模拟一次可得出一组伪随机数，第 j 次模拟得出的一组伪随机数是 X_{ij}。⑤把模拟得到的各组伪随机数 X_{ij} 值代入应力与强度的函数表达式中，算出相应的函数值 y_j；$y=f(X_{1j},X_{2j},\cdots,X_{nj})$。⑥重复模拟 j 次，一般模拟次数大于 1 000 次，得应力与强度的各次函数值，并从小到大排列。⑦作 y 的直方图提出分布假设并从常用的一些分布中确定能拟合直方图的分布。

确定应力与强度分布之后，利用蒙特卡罗法模拟计算齿轮接触疲劳的可靠度，生成应力与强度在 0 与 1 之间的服从均匀分布的伪随机数，算出成对的应力与强度值，进行比较，得出满足强度值大于应力值的总次数，即可计算出可靠度。

2 螺旋锥齿轮接触疲劳可靠性分析

在主减速器齿轮传动中，主要失效形式是轮齿弯曲折断和齿面疲劳点蚀、磨损。其中齿面的疲劳点蚀是齿轮的主要破坏形式，约占报废齿轮的70%。它主要是由于齿面接触强度不足而引起的。因此，在主动螺旋锥齿轮的设计中，齿面接触疲劳可靠性是重要的指标[6~7]。

2.1 接触疲劳应力

首钢 SGA3723 型矿用汽车主减速器主动齿轮为螺旋锥齿轮，其齿面最大接触应力为

$$\sigma_H=Z_HZ_EZ_\varepsilon Z_\beta Z_K\sqrt{\frac{K_AK_VK_{H\alpha}K_{H\beta}F_{tm}}{b_{eH}\alpha_{m1}}\sqrt{\frac{u^2+1}{u^2}}} \tag{1}$$

式中 Z_H——节点区域系数 Z_E——弹性系数
Z_ε——重合度系数 Z_β——螺旋角系数
Z_K——锥齿轮系数 b_{eH}——有效齿宽
α_{m1}——压力角 K_A——使用系数
K_V——动载系数 u——锥齿轮副齿数比
$K_{H\alpha}$——齿间载荷分布系数
$K_{H\beta}$——齿向载荷分布系数
F_{tm}——齿宽中点端面分度圆上名义切向力

在疲劳分析中认为 Z_H、K_V、$K_{H\alpha}$、$K_{H\beta}$服从正态分布，K_A 服从[1.0,2.5]区间的均匀分布，其余看作常量。

2.2 接触疲劳强度

$$\sigma_{H\lim J}=\sigma_{H\lim}Z_NZ_RZ_VZ_WZ_LZ_X \tag{2}$$

式中 $\sigma_{H\lim}$——试验齿轮接触疲劳极限，表达齿轮材料的机械性能
Z_N——寿命系数 Z_R——齿面粗糙度系数
Z_V——速度系数 Z_W——工作硬化系数
Z_X——尺寸系数 Z_L——润滑剂系数

在疲劳分析中认为 $\sigma_{H\lim}$服从对数正态分布，Z_N、Z_R、Z_V、Z_W、Z_L、Z_X 均服从正态分布。

2.3 接触疲劳可靠性蒙特卡罗仿真

在上述假设条件下，利用蒙特卡罗法模拟式(1)中 σ_H 接触应力概率分布[8~9]，模拟得知近似符合正态分布。表 1 为模拟的 3 组接触应力数据。图 1 表示 3 组数据频率分布的模拟结果

表 1 接触应力 3 组模拟数据

Tab.1 Simulation results of contact stress MPa

	接触应力		
	第 1 组	第 2 组	第 3 组
均值	1 701.54	1 694.39	1 707.12
方差	113.24	103.57	118.34

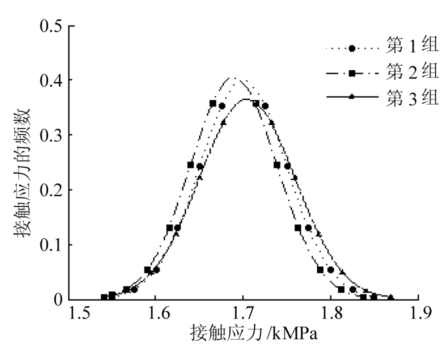

图 1 接触应力的频率分布

Fig.1 Frequency distribution of contact stress

在上述假设条件下，利用蒙特卡罗法模拟式(2)中 $\sigma_{H\lim}$接触强度的概率分布，模拟得知近似符合对数正态分布。表 2 为模拟 3 组接触强度数据。图 2

表示 3 组数据的频率分布的模拟结果。表 3 表示运用蒙特卡罗法对可靠度进行模拟的结果，结果表明在模拟次数达 10 000 次时，可靠度趋于稳定。

表 2　接触强度 3 组模拟数据

Tab.2　Simulation results of contact strength　MPa

	接触强度		
	第 1 组	第 2 组	第 3 组
均值	1 758.43	1 749.95	1 751.22
方差	112.21	109.80	115.76

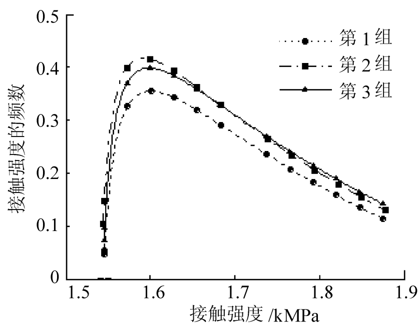

图 2　接触强度的频率分布

Fig.2　Frequency distribution of contact strength

表 3　主动螺旋锥齿轮接触疲劳可靠度计算结果

Tab.3　Reliability of contact fatigue of spiral bevel gears

模拟次数	1 000	2 000	5 000	10 000	20 000	30 000
可靠度	0.990 7	0.991 5	0.993 2	0.995 7	0.996 0	0.996 0

3　敏感性分析

可靠性研究的一个重要方面就是进行对随机变量的敏感性分析。其重要性一方面在于对基于可靠度的设计，优化和可靠谎报校验十分必要，另一方面就估算可靠度可进一步提高计算效率。如果可靠度对某一随机变量的敏感性较大，则要求所提供的数据应相对较为精确；如果敏感性很小，则在计算过程中该随机变量可作常数处理，从而节省工作量[10]。

在齿轮接触疲劳应力服从正态分布，接触疲劳强度服从对数正态分布的状态下，本文分析接触应力的分布参数对可靠性指标的影响。在接触疲劳应力均值为 1 700 MPa，方差为 110 MPa 的情况下，由图 3 表示的接触疲劳应力的可靠度与均值和方差的变化关系可知，影响齿轮接触疲劳可靠度最主要的参数是应力均值。

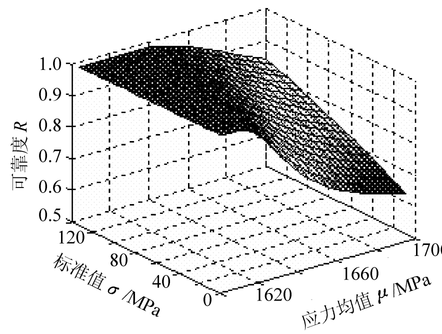

图 3　可靠度随接触应力均值和标准差之间变化的关系

Fig.3　Reliability variation with contact stress mean value and standard error

4　结论

（1）利用蒙特卡罗法对矿用汽车主减速器主动螺旋锥齿轮进行应力强度可靠性分析研究，克服了以往齿轮可靠性设计中难以获得大样本数据的问题。

（2）根据应力、强度分布规律的模拟结果，进一步由蒙特卡罗法模拟得到主动螺旋锥齿轮的接触疲劳可靠度大于 0.99，且模拟次数越多，可靠度误差越小。

（3）在接触应力的分布参数中，均值对接触疲劳可靠性影响较大，标准差对接触疲劳可靠度影响相对较小。所以应该尽量选用疲劳极限应力较高的材料。

参　考　文　献

1　刘惟信. 机械可靠性设计[M]. 北京：清华大学出版社，1996:160～184.

2　李永东，张男，张丙喜，等. 某型坦克齿轮接触疲劳强度可靠性的 Monte Carlo 数值模拟[J]. 机械强度，2006，28(1)：46～50.

3　Mainak M，David W C，Kelvin M. A highly efficient Monte Carlo method for assessment of system reliability based on a Markov model[J]. Quality Control and Applied Statistics，2001，46(1)：109～112.

4　徐钟济. 蒙特卡罗方法[M]. 上海：科学技术出版社，1985.

5　张文博. 可靠性数值模拟方法及其应用的研究[D]. 西安：西北工业大学，2002.

6　贺向东. 机械结构可靠性稳健设计若干关键问题的研究[D]. 长春：吉林大学，2005.

7　钱文学. 某型航空发动机低压压气机轮盘疲劳可靠性分析[D]. 沈阳：东北大学，2006.

8　Attila C A. Improved Monte Carlo method in structural reliability[J]. Reliability Engineering and System Safety，1988，24(3)：275～291.

9　苏金明，张莲花，刘波，等. MATLAB 工具箱应用[M]. 北京：电子工业出版社，2004：11～86.

10　Velasco P A，Rezzano J L. Influence of surface stress on reconstruction processes：analytical study and simulation by the Monte Carlo method[J]. Journal of Physics：Condensed Matter，1999，11(26)：4 971～4 984.