

基于数字化制造的螺旋锥齿轮齿面误差修正^{*}

李敬财 王太勇 范胜波 何改云 邢元

【摘要】 对数字化制造中锥齿轮齿面误差修正理论进行研究。基于实际齿面坐标测量,建立误差曲面公式并给出求解方法;通过以需要调整的参数为设计变量生成的齿面去拟合误差曲面,建立齿面误差修正理论公式,最终求得调整参数修正值;以误差曲面公式和齿面误差修正公式为基础,建立了各阶齿面误差与机床调整参数的关系式;并通过采用单面法和双面法加工齿轮齿面误差的实际算例验证了修正效果。

关键词: 螺旋锥齿轮 齿面 误差修正 数字化制造

中图分类号: TH132.421

文献标识码: A

Error Corrections of Spiral Bevel Gear Tooth Surface Based on Digitized Manufacturing

Li Jingcai Wang Taiyong Fan Shengbo He Gaiyun Xing Yuan
(Tianjin University, Tianjin, 300072, China)

Abstract

Theory and technique of surface corrections of spiral bevel and hypoid gears were investigated. Firstly, Equations of error surface were derived and solved by coordinate measuring of tooth surface. Error surface was fitted by the tooth surface, which takes machine settings as design parameters. Equations of surface corrections were derived and the correction values of machine settings could be solved from the equations. And then, the functions between correspond orders of error surface and machine settings were constructed combining the equations of error surface and surface corrections. Finally, the correction effect of equations of gears manufactured by single side method and double side method is investigated via a numerical example.

Key words Spiral bevel gear, Tooth surface, Error correction, Digitized manufacturing

引言

目前国际上生产锥齿轮加工设备的著名公司如Gleson公司(美国)、Oerlikon公司(瑞士)都是通过采用数字化制造技术来缩短加工周期和提高加工质量^[1~2]。齿面误差修正是数字化制造中解决齿面接触区修正的关键技术,可实现对接触区的精确调整。国内对锥齿轮加工齿面接触区的调整都是利用滚动检查机由人工完成,需要反复进行调整、计算和

试切,操作人员劳动强度大,对操作人员经验要求非常高,使得齿轮加工周期长,成本高。本文按照数字化制造思路,对数字化制造中齿面误差修正理论进行研究,建立齿面误差修正公式,并在此基础上建立各阶齿面误差与机床调整参数变化量的关系式。

1 齿轮齿面误差修正模型

通常,当一个齿轮完成切削或磨削后,由于加工中的热变形、切削力引起的变形、热处理变形以及调

收稿日期: 2007-10-10

^{*} 国家“863”高技术研究发展计划资助项目(项目编号:2006AA04Z146)和自然科学基金资助项目(项目编号:50475117)

李敬财 天津大学机械工程学院 博士生 讲师(天津石油职业技术学院), 300072 天津市

王太勇 天津大学机械工程学院 教授 博士生导师

范胜波 天津大学机械工程学院 工程师

何改云 天津大学机械工程学院 副教授

邢元 天津大学机械工程学院 博士生

整参数误差等因素,使得实际齿面偏离理论齿面,因此需要对齿面误差进行修正,以保证加工后的齿面相对理论齿面偏差最小。修正过程实际上是将制造过程中产生齿面误差的所有因素(包括实际调整参数误差)最终近似看作是由调整参数的误差(如机床调整参数和刀具参数)引起的。其修正过程是:测量齿面坐标,确定实际齿面相对理论齿面偏离值,得到一个误差曲面,以需要调整的参数(如机床调整参数和刀具参数)为设计变量生成的齿面去拟合误差曲面,求出调整参数变化值,在此基础上便可实现对齿面误差的修正。

齿面数学模型是齿面误差修正理论研究的基础,该数学模型是以锥齿轮的加工方法和齿轮啮合理论为基础建立的^[3-4]。螺旋锥齿轮可以采用不同加工方法,如刀倾法、变性法、螺旋成形法等^[5-6],其加工过程都可以看作是刀具运动形成的产形轮与被加工齿轮的啮合过程。不同加工方法其齿面数学模型具有不同的表达式,对于采用上述方法滚切加工得到的螺旋锥齿轮,其啮合齿面数学模型(矢量和单位法向量公式)可统一表示为

$$\begin{cases} \mathbf{r}_g(u, \theta, \phi, q_j) = \mathbf{M}_{gt}(\phi, q_j) \mathbf{r}_t(u, \theta) \\ \mathbf{f}_g(u, \theta, \phi, q_j) = \left[\frac{\partial \mathbf{r}_g}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}_g}{\partial \theta} \right] \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_g}{\partial \phi} \end{cases} \quad (j=1, \dots, d) \quad (1)$$

$$\mathbf{n}_g(u, \theta, \phi, q_j) = \mathbf{L}_{gt}(\phi, q_j) \mathbf{n}_t(u, \theta) \quad (2)$$

式中 ϕ ——齿轮转角

\mathbf{M}_{gt} 、 \mathbf{L}_{gt} ——坐标变换矩阵,不同加工方法具有不同的坐标变换矩阵

(u, θ) ——刀具坐标参数(如图1)

q_j ——需要调整的参数,进行齿面误差修正计算时该参数是变量

d ——需要调整参数的数目

式(1)、(2)可简化表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_g &= \mathbf{r}_g(u, \theta, q_j) = \\ & [x(u, \theta, q_j), y(u, \theta, q_j), z(u, \theta, q_j)]^T \quad (3) \\ \mathbf{n}_g &= \mathbf{n}_g(u, \theta, q_j) = \\ & [n_{gx}(u, \theta, q_j), n_{gy}(u, \theta, q_j), n_{gz}(u, \theta, q_j)]^T \quad (4) \end{aligned}$$

由式(3)、(4)可知,齿面的数学模型与机床调整参数有关,有关齿面数学模型建立的具体过程及其参变量具体含义请参阅文献[7],在此不再赘述。

2 齿面坐标测量

齿轮在三坐标测量机上的安装坐标系如图2所示,其中 S_m 为三坐标测量机坐标系, S_g 为齿轮坐

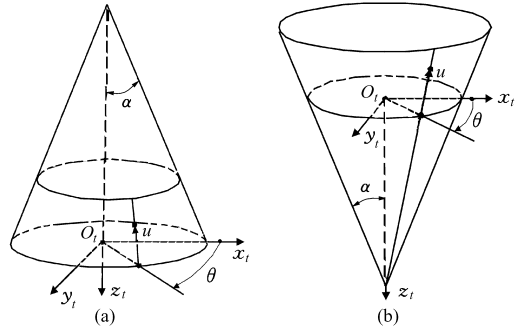


图1 内刀、外刀锥面示意图

Fig. 1 Cones of inside blade and outside blade
(a) 内刀锥面 (b) 外刀锥面

标系, δ 为 S_g 在 S_m 中的方向角,其值确定方法可参阅文献[6], M' 点为理论齿面 M 点沿法方向 \mathbf{n}_g 在实际齿面上的对应点。通过齿面坐标测量可测得 M' 处点矢 \mathbf{R}_m 的坐标(如图2)。

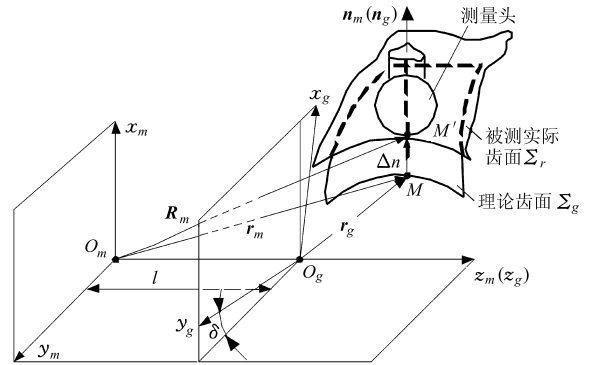


图2 齿面测量坐标系示意图

Fig. 2 Coordinates of tooth surface measurement

在三坐标机上进行齿面坐标测量,是对齿面上离散点进行测量,为了使测量数据更能全面地反映实际齿面偏离特征,这些离散点应均布在齿面上。通过对理论齿面进行网格划分,将网格节点作为齿面上离散点,一般选用 5×9 网格节点^[8-9]。

3 误差曲面表征

误差曲面是通过在理论齿面法方向实际加工齿面偏离理论齿面值来表征的,误差曲面方程推导过程如下。

3.1 建立相关基本方程

(1) 理论齿面在测量机坐标系 S_m 下矢量和法向量方程可以表示为

$$\mathbf{r}_m = [x_m, y_m, z_m, 1]^T = \mathbf{M}_{mg} \mathbf{r}_g \quad (5)$$

$$\mathbf{n}_m = [n_{mx}(u, \theta, q_j), n_{my}(u, \theta, q_j), n_{mz}(u, \theta, q_j)]^T = \mathbf{L}_{mg} \mathbf{n}_g(u, \theta, q_j) \quad (6)$$

$$\text{其中 } \mathbf{M}_{mg} = \begin{bmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$L_{mg} = \begin{bmatrix} \cos\delta & \sin\delta & 0 \\ -\sin\delta & \cos\delta & 0 \\ 0 & 0 & l \end{bmatrix} \quad (8)$$

(2) 实际齿面在测量机坐标系 S_m 下矢量方程可表示为

$$\mathbf{R}_m = \mathbf{r}_m + \Delta n \mathbf{n}_m = [X_m, Y_m, Z_m, 1]^T \quad (9)$$

式中 Δn ——理论齿面选定点处法方向上的齿面实际偏离值

X_m, Y_m, Z_m ——测量坐标系中的测量点坐标

(3) 测量点 M 处 Δn 值的求解

由式(5)、(9)可得

$$\Delta n = \frac{X_m - x_m}{n_{mx}} = \frac{Y_m - y_m}{n_{my}} = \frac{Z_m - z_m}{n_{mz}} \quad (10)$$

Δn_i 可由式(10)中的任何一个等式求出。

3.2 建立及求解误差曲面方程

通过对实际齿面 Σ_r 进行测量,并将齿面测量坐标值与理论齿面 Σ_g 坐标进行对照,从而得到一个误差曲面,由式(9)知该误差曲面用矢量可表示为

$$\Delta n = (\mathbf{R}_m - \mathbf{r}_m) \cdot \mathbf{n}_m \quad (11)$$

该误差曲面也可用多项式来表达,目前实际齿面接触区修正最高是进行四阶修正^[10],因此本文对误差曲面采用4次多项式来表达,公式为

$$\Delta n(u, \theta) = a_0 + a_1 u + a_2 \theta + \dots + a_{10} u^4 + a_{11} u^3 \theta + a_{12} u^2 \theta^2 + a_{13} u \theta^3 + a_{14} \theta^4 \quad (12)$$

或
$$\Delta n(u, \theta) = \sum_{k=0}^4 \sum_{i=0}^k a_{k(k+1)/2+i} u^{k-i} \theta^i \quad (13)$$

其系数 $a_j (j=1, \dots, 14)$ 为误差敏感度系数,用来表征各阶齿面误差对齿面误差的影响程度,联立式(10)、(12),误差敏感度系数求解式为

$$\begin{bmatrix} 1 & u_1 & \theta_1 & \dots & u_1 \theta_1^3 & \theta_1^4 \\ 1 & u_2 & \theta_2 & \dots & u_2 \theta_2^3 & \theta_2^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & u_p & \theta_p & \dots & u_p \theta_p^3 & \theta_p^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta n_1 \\ \Delta n_2 \\ \vdots \\ \Delta n_p \end{bmatrix} \quad (14)$$

简写为

$$\mathbf{N}_{ij} \{a_j\} = \{\Delta n_i\} \quad (i=1, \dots, p; j=0, \dots, 14) \quad (15)$$

式中, p 是齿面点数量,为使该方程更加精确,可以增加测量点数目,一般来说测量点数 p 值远大于14,因此该方程组是超定线性方程组,可采用多元线性回归最小二乘法求解,求解过程可利用IMSL统计库中 DRGIVN 子程序来进行^[11]。

4 齿面误差修正公式

利用式(5)并由微分几何相关理论可知,因调整

参数变化而在齿面法方向产生的偏差齿面可表示为^[12]

$$\Delta l = \left(\frac{\partial \mathbf{r}_m}{\partial q_1} \cdot \mathbf{n}_m \right) \delta q_1 + \left(\frac{\partial \mathbf{r}_m}{\partial q_2} \cdot \mathbf{n}_m \right) \delta q_2 + \dots + \left(\frac{\partial \mathbf{r}_m}{\partial q_d} \cdot \mathbf{n}_m \right) \delta q_d = \sum_{j=1}^d \left(\frac{\partial \mathbf{r}_m}{\partial q_j} \cdot \mathbf{n}_m \right) \delta q_j \quad (16)$$

式中 Δl ——齿面偏差值

δq_j ——调整参数变化量

若用调整参数偏差产生的齿面去拟合齿面误差,若采用最小乘拟合,使机床调整参数变化产生的偏差齿面 Δl 与测量得到的误差曲面 Δn 拟合,则

$$F = \min \left\| \sum_{i=1}^p (\Delta l_i - \Delta n_i) \right\|_2 \quad (17)$$

联立式(10)、(16)、(17)得

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_m^{(1)}}{\partial q_1} \cdot \mathbf{n}_m^{(1)} & \dots & \frac{\partial \mathbf{r}_m^{(1)}}{\partial q_d} \cdot \mathbf{n}_m^{(1)} \\ \frac{\partial \mathbf{r}_m^{(2)}}{\partial q_1} \cdot \mathbf{n}_m^{(2)} & \dots & \frac{\partial \mathbf{r}_m^{(2)}}{\partial q_d} \cdot \mathbf{n}_m^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{r}_m^{(p)}}{\partial q_1} \cdot \mathbf{n}_m^{(p)} & \dots & \frac{\partial \mathbf{r}_m^{(p)}}{\partial q_d} \cdot \mathbf{n}_m^{(p)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta q_1 \\ \delta q_2 \\ \vdots \\ \delta q_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta n_1 \\ \Delta n_2 \\ \vdots \\ \Delta n_p \end{Bmatrix} \quad (18)$$

简写为 $\mathbf{M}_{ij} \{\delta q_j\} = \{\Delta n_i\} \quad (19)$

$\mathbf{M}_{ij} (i=1, \dots, p; j=1, \dots, d)$ 称为调整参数敏感矩阵,表征了单位机床调整参数变化量的齿面偏差变化值,该方程组为线性方程组,由于 $d \ll p$,方程组是超定的,可作为线性的最小二乘问题求解。

5 数字化制造过程中齿面误差修正分析

数字化制造中,首先是通过机床调整卡(如格里森调整卡)计算出调整参数的初值,在此基础上利用TCA和LTCA技术以及仿真V/H调整技术等得到优化的机床调整参数,进而利用齿面误差修正模块对齿面进行误差修正,齿面误差修正流程如图3所示。

公式(13)确定的误差曲面实际上是将误差分解为零、一、二、三、四阶误差^[9],各阶误差代表的几何意义及各阶误差对应项如表1所示。

表1 各阶齿面误差几何意义

Tab.1 Geometry meaning of each order

阶数	误差的几何意义	式(13)中对应项
零阶	齿厚误差	$k=0$
一阶	压力角误差和螺旋角误差	$k=1$
二阶	齿高方向和齿长方向曲率误差	$k=2$
三阶	齿高方向和齿长方向曲率变化率误差	$k=3$
四阶	关系复杂	$k=4$

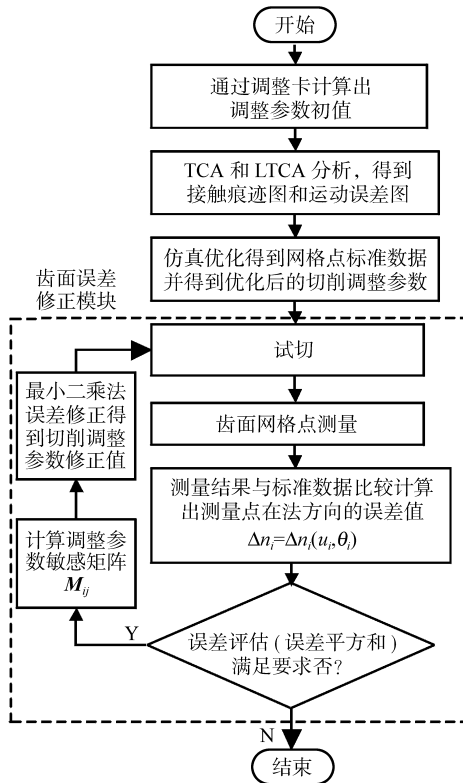


图 3 齿面误差修正流程图

Fig. 3 Flow chart of tooth surface correction

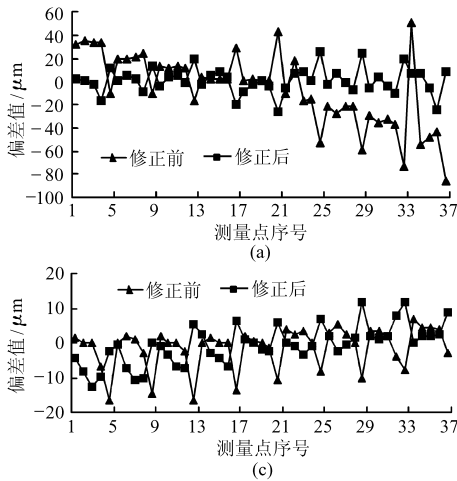


图 4 齿面偏差修正结果曲线

Fig. 4 Result of correction of gear

(a) 小轮凸面 (b) 小轮凹面 (c) 大轮凸面 (d) 大轮凹面

联立式(15)、(19)显然有

$$N_{ik} \{a_k\} \approx M_{ij} \{\delta q_j\} \quad (20)$$

式(20)表征了在各个测量点处各阶误差敏感度系数与机床调整参数偏差值存在的定量关系:即通过修正机床调整参数值便可实现对齿面的误差修正。需要说明的是这个修正过程也只能是一种近似的修正。

6 实例

采用半滚切法加工一对准双曲面齿轮(大轮采用成形法加工,小轮采用滚切法加工)作为齿面误差修正实例。图 4 为小轮和大轮齿面仿真修正计算结果。显然在采用半滚切法加工准双曲面齿轮时,该套修正方法对小轮齿面误差修正效果明显,对大轮修正的效果不是很明显。这是因为小轮采用单面法加工,可采用两组不同的调整参数分别加工凸面和凹面;而加工大轮时由于采用双面法加工,只能用一组调整参数同时加工出凸面和凹面。

7 结束语

齿面误差修正技术是螺旋锥齿轮数字化制造关键技术。本文从螺旋锥齿轮数字化制造角度对螺旋

锥齿轮齿面误差修正技术进行了研究,通过建立的各阶齿面误差敏感度系数与机床调整参数变化量的关

系式,揭示了齿面误差修正的实质。

参 考 文 献

- 1 让·德福,樊奇. 格里森专家制造系统(GEMS)开创弧齿锥齿轮及双曲面齿轮数字化制造新纪元[J]. 世界制造技术与装备市场, 2005(4):87~93.
Rang Defu, Fan Qi. Gleason expert manufacturing system (GEMS) opens a new era for digitized manufacturing of spiral bevel and hypoid gears[J]. World Manufacturing Engineering & Market, 2005(4):87~93. (in Chinese)
- 2 许浩,曾韬. 网络化螺旋锥齿轮齿面加工集成制造系统[J]. 工程图学学报,2006,27(2):43~50.
Xu Hao, Zeng Tao. Integrated manufacturing system for spiral bevel gear flank fabrication based on network technique[J]. Journal of Engineering Graphics, 2006,27(2):43~50. (in Chinese)

硬度也有所提高。

(2)经过表面工艺处理的高强度变速箱齿轮,小载荷强化后,微观组织的改善使齿轮的硬度下降,硬度下降越多,改善效果越显著,强度和寿命提高比例

也越大。

(3)小载荷强化和疲劳损伤使结构的表面硬度发生同方向的变化,即硬度的变化可能是强化的结果,也可能是疲劳损伤的结果。

参 考 文 献

- 1 王宏伟, 马晋生, 南俊马, 等. 表面微观屈服强度与疲劳极限的关系[J]. 金属学报, 1991, 37(5): 365~369.
Wang Hongwei, Ma Jinsheng, Nan Junma, et al. Surface yield strength versus fatigue limit for steels[J]. Acta Metallurgica Sinica, 1991, 37(5): 365~369. (in Chinese)
- 2 Lemaitre J, Dufailly J. Damage measurements[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1987, 28(5/6): 643~661.
- 3 Chaboche J L. Continuous damage mechanics—a tool to describe phenomena before crack initiation[J]. Nuclear Engineering and Design, 1981, 64(2): 233~247.
- 4 Milman Y V, Galanov B A, Chugunova S I. Plasticity characteristic obtained through hardness measurement[J]. Acta Metallurgica et Materialia, 1993, 41(9): 2 523~2 532.
- 5 Ye Duyi, Wang Zhenlin. An approach to investigate pre-nucleation fatigue damage of cyclically loaded metals using Vickers microhardness tests[J]. International Journal of Fatigue, 2001, 23(1): 85~91.
- 6 郑松林. 低幅载荷对前轴疲劳寿命影响的试验研究[J]. 机械强度, 2002, 24(4): 547~549.
Zheng Songlin. Studying the effect of low amplitude loading on fatigue life of truck front axle[J]. Journal of Mechanical Strength, 2002, 24(4): 547~549. (in Chinese)
- 7 卢曦, 郑松林, 寇宏滨, 等. 圆柱齿轮低载强化试验研究[J]. 中国机械工程, 2005, 16(23): 2 109~2 111.
- 8 河本 ■, 中川降夫, 矶原诚. あらかじめ过小応力の繰返しを受けた軟鋼の疲労強度と硬度[J]. 材料試験, 1961, 10(91): 294~303.
Kawamoto Minoru, Nakagawa Takao, Fujiwara Makoto. Fatigue strength and hardness of mild steel subjected to the repeated pre-understressing[J]. Journal of the Japan Society for Testing Materials, 1961, 10(91): 294~303.
- 9 郑松林, 卢曦, 马晓婷. 汽车结构件低载强化后的疲劳断口特性[J]. 机械工程材料, 2006, 30(6): 17~19, 73.

(上接第 177 页)

- 3 董学珠. 齿轮啮合理论基础[M]. 北京:机械工业出版社,1989.
Dong Xuezhu. Basic theory of gear meshing[M]. Beijing: Chinese Machine Press, 1989. (in Chinese)
- 4 Lin Chungyun, Chung-Biau Tsay, Fong Zhanghua. Mathematical model of spiral bevel and hypoid gears manufactured by the modified roll method[J]. Mechanism and Machine Theory, 1997, 32(2): 121~136.
- 5 曾韬. 螺旋锥齿轮设计与加工[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1989.
Zeng Tao. Design and manufacture of spiral bevel gear[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press,1989. (in Chinese)
- 6 李铭. 弧齿锥齿轮数控加工技术[M]. 徐州:中国矿业大学出版社,2005.
Li Ge. NC machining technology of spiral bevel gear[M]. Xuzhou: China University of Mining and Technology Press, 2005. (in Chinese)
- 7 Litvin F L. Gear geometry and applied theory[M]. Chicago: University of Illinois,2004.
- 8 Wang J, Wang X C, Jiang H, et al. Coordinate measurement of tooth surface of spiral bevel gear[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(6): 151~154.
- 9 梁艳, 张琳, 李仕春, 等. 弧齿锥齿轮齿面坐标法测量的研究[J]. 工具技术, 2006, 40(13): 120~123.
Liang Yan, Zhang Lin, Li Shichun, et al. Study on spiral bevel gears measurement in coordinate system[J]. Tool Engineering, 2006, 40(13): 120~123. (in Chinese)
- 10 长春第一汽车制造厂工艺处机械加工实验室. 圆弧齿伞齿轮加工手册[M]. 长春:吉林人民出版社,1980.
Changchun First Automobile Works of China. Handbook of spiral bevel gear processes[M]. Changchun: Jilin People's Press, 1980. (in Chinese)
- 11 Visual Numerics Company. Stat/Library manual[M]. 1997:107~117.
- 12 Litvin F L, Kuan C, Wang J C, et al. Minimization of deviation of gear real tooth surface determined by coordinate measurements[J]. Journal of Mechanical Design, ASME, 1993, 115(4): 995~1 001.