

弹载 SAR 图像几何失真校正误差分析

俞根苗^{①②} 邓海涛^② 吴顺君^①

^①(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

^②(华东电子工程研究所 合肥 230031)

摘要: 该文主要讨论了弹载侧视合成孔径雷达(SAR)在导弹下降飞行过程中所获取图像的几何失真校正及其误差分析问题。由于要求成像的过程中, 弹体的高度在不断减小, SAR 图像存在严重的几何失真, 该文根据成像过程中的几何关系, 说明了采用子孔径 RD 算法获得的 SAR 图像几何失真的校正方法, 着重对校正后图像的几何失真误差进行了分析, 通过成像处理仿真试验验证了几何校正方法以及误差分析的正确性。

关键词: 合成孔径雷达; 几何失真校正; 误差分析; 弹载 SAR

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)02-0383-04

Error Analysis of Geometric Distortion Correction of Missile-Borne SAR Image

Yu Gen-miao^{①②} Deng Hai-tao^② Wu Shun-jun^①

^①(National Key Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

^②(East China Research Institute of Electronic and Engineering, Hefei 230031, China)

Abstract: The paper concerns the error analysis of image geometric distortion correction for missile-borne side-looking SAR. Because of the decrease of altitude during SAR operation, the SAR image obtained by common used imaging algorithm is seriously distorted. In the paper, the geometric distortion correction method of the SAR image related to subaperture RD algorithm is presented. Especially, the errors of geometric distortion correction are analyzed. The effectiveness of the method and error analysis of the geometric distortion correction are demonstrated by simulation.

Key words: Synthetic Aperture Radar(SAR); Geometric distortion correction; Error analysis; Missile borne SAR

1 引言

组合导航系统是精确制导武器的重要发展方向。惯性导航系统(Inertial Navigation System, INS)/地形匹配、INS/景象匹配已成功应用于巡航导弹和 F16 战斗机^[1]。与光学系统相比, SAR 的优点是在能见度极差的气象条件下获得类似于光学照相的高分辨率地面目标图像^[2-4]。如果能通过装载在导弹上 SAR 获取目标或目标附近典型地物地貌特征信息, 形成实时图, 并进行后续处理, 得到导弹相对于目标或预定区域的精确位置, 从而控制导弹精确命中目标, 则可大大提高导弹的攻击能力^[1,5]。SAR 获取的图像的质量对导弹的制导性能有较大影响, 其中图像的几何失真的影响最为显著, 本文的研究目的是探讨装载在导弹上的侧视合成孔径雷达在导弹下降飞行过程中图像几何失真的校正以及校正误差的分析, 根据几何模型说明了子孔径 RD(Range-Doppler)算法图像的几何失真的校正方法, 并重点对校正误差进行了分析, 通过成像及几何校正仿真试验验证了几何校正方法以及误差分析的正确性。

2 弹载 SAR 工作的几何关系^[6]

如图 1 所示, 图中曲线 ABC 表示弹载 SAR 的运动路径, 且在图中所示坐标系的 yoz 平面内, A 点位于 Oz 轴上, 图中两条点划线间的区域为成像带, 波束随时间变化作视角调整, 使得成像带与飞行路径在地面的投影平行。

根据文献[6]仿真计算及成像处理可知, 在全孔径时间内, 点目标到雷达的距离的二次近似误差较大, 通常不满足聚焦条件; 通过选择合适的子孔径长度, 降低方位分辨率, 可以得到聚焦的子孔径图像。不过由于弹体的高度的变化, 所获得的图像存在严重的几何失真, 下面重点讨论由于平台高度

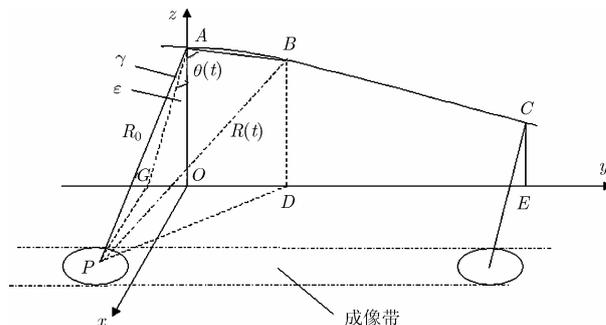


图 1 弹载侧视 SAR 成像几何关系

变化引起的图像几何失真的校正方法以及校正误差的分析。为说明问题方便，忽略地球曲率的影响。

3 图像几何失真的校正方法

3.1 几何失真分析模型

图 2 是将图 1 进行简化，考虑一个子孔径时间内地面多个散射点在成像过程中的几何关系。线段 MN 表示一个子孔径时间内雷达运动的路径，A 点是子孔径的中心点。通常，在导弹下降飞行过程中，水平向和垂直向有一定的速度变化，也就是说图中的线段 MN 不是严格的直线段，不过由于采用子孔径处理，子孔径时间很短，可把线段 MN 近似看成直线段(即忽略速度变化的影响，这样的近似对许多飞行速度较快的导弹是合理的，空间多条直线段连接在一起近似成导弹的曲线路径)，这里我们把线段 MN 看成直线。O 是坐标原点，它是 A 点与地心的连线与光滑地球表面的交点，以 OA 为 z 轴，MN 在地面的投影且沿飞行方向为 y 轴，x 轴垂直 yoz 平面且方向指向需要成像的一侧。

图 2 中的椭圆形区域表示雷达在子孔径中心点 A 时波束照射区域，在区域中有 P, P₁, P₂, P₃, P₄ 5 个点，其中 P 是波束中心照射点，P₁, P₃ 点与 P 点有相同的 x 坐标，P₂, P₄ 点与 P 点有相同的 y 坐标，且各点到 P 点的距离相等，G 点是过 P, P₂, P₄ 3 点的直线与 y 轴的交点，J 点是过 P 点且与 MN 垂直的直线与 MN 的交点，不难证明 GJ 垂直于 MN，且 PJ 是 P 点到直线 MN 的垂直距离。由于 SAR 成像是其在数据采集平面上进行处理，因此对于 P 点目标，其处理平面为平面 MNP，同样其余 4 点的处理平面分别为 MNP₁, MNP₂, MNP₃, MNP₄，为了便于分析，我们可以将平面 MNP₁, MNP₂, MNP₃, MNP₄ 以 MN 为轴分别旋转到 MNP 平面，即在处理平面 MNP 中分别找到点目标 P₁, P₂, P₃, P₄ 的对应位置，在这里我们称 MNP 处理平面为等效成像平面。若以 A 为原点，沿 MN 直线作为 Y 轴，过 A 点、在 MNP 平面上且平行于 PJ 的直线为 X 轴，X 轴的正方向指向波束照射的一侧。5 个点目标在新的坐标平面 XAY 的等效位置示意图如图 3 所示。下面重点讨论采用子孔径 RD 算法时图像几何失真的校正问题。

3.2 几何失真校正

从地面场景图像到最后的 SAR 图像，它们的对应关系可以通过两次转换得到，下面分析这两个变换关系。

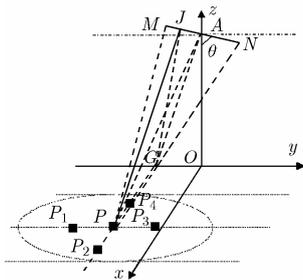


图 2 子孔径成像几何模型

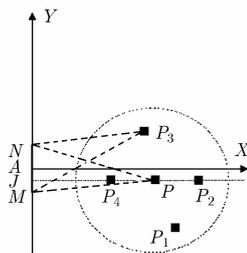


图 3 5 个点目标在等效成像平面中示意图

(1)地面到等效平面的坐标转换关系 在波束照射区内任选一点目标在地面坐标系中的坐标为(x, y, 0)，旋转至等效成像平面后，设其坐标为(X, Y)。根据图 2 的几何关系以及新坐标系 XAY 的定义，对于地面上成像区域内的任何一点，其在等效成像平面上的 X 坐标为该点到 MN 的垂直距离；Y 坐标表示过该点且垂直于 MN 的平面与 MN 的交点离 A 点的距离，坐标的正负号由该点和坐标原点 A 的相对关系确定。因此不难得到下面的坐标变换关系：

$$X = \sqrt{(h \cdot \sin \theta - y \cdot \cos \theta)^2 + x^2} \tag{1}$$

$$Y = y \cdot \sin \theta + h \cdot \cos \theta \tag{2}$$

其中 h 为子孔径时间中心时刻平台的高度，航迹倾角 $\theta = \text{tg}^{-1}(v_1/v_2)$ ，这里 v₁, v₂ 分别为子孔径中心时刻平台水平向和垂直向速度大小。式(1)和式(2)通过 h 和 v₁, v₂ 确定了坐标(X, Y)和地面坐标(x, y)之间的关系。

(2)等效成像平面到 SAR 图像的关系 设等效成像平面上一点散射点坐标为(X, Y)，由于子孔径 RD 算法^[3,7]原理，以子孔径中心时刻为参考进行距离走动校正，经 RD 算法成像后，其在 SAR 图像上的坐标为(R_c, f_a)，则

$$R_c = \sqrt{X^2 + Y^2} \tag{3}$$

$$f_a = \frac{2v}{\lambda} \sin(\text{tg}^{-1}(Y/X)) \tag{4}$$

这里 R_c 表示在等效成像平面上的散射点到子孔径中心时刻雷达所在位置的垂直距离，f_a 表示散射点在子孔径中心时刻对应的多普勒频率，v 为雷达运动速度，且 $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ 。式(3)和式(4)确定了等效成像平面上点的坐标(X, Y)与其在图像上对应点的坐标(R_c, f_a)之间的关系。这里说明以下，式(3)和式(4)的得出是有一定条件的，条件是成像过程中进行距离走动校正时，时间的参考点选为子孔径的中心时刻，成像后该点的距离向坐标即为该点到子孔径中心时刻雷达所在位置的垂直距离。

根据以上两对坐标转换关系和 $\theta = \text{tg}^{-1}(v_1/v_2)$ ，可得出 SAR 图像与地面目标对应的坐标变换关系：

$$x = \sqrt{R_c^2 - h^2 - \left(\frac{R_c \cdot \lambda \cdot f_a - 2 \cdot h \cdot v_2}{2v_1} \right)^2} \tag{5}$$

$$y = \frac{R_c \lambda f_a - 2 \cdot h \cdot v_2}{2v_1} \tag{6}$$

式(5)，式(6)确定了图像点的坐标(R_c, f_a)与地面坐标点(x, y)之间的变换关系，由于变换关系是非线性的，为获得与地面场景一致的像素点均匀分布的图像，需要对图像进行重采样处理。

4 几何校正误差分析

由变换式(5)，式(6)可知，变换中利用到了子孔径中心时刻平台的高度信息、水平向和垂直向速度信息，这些信息可由安装在平台上的惯性导航设备提供。由于惯性导航设备给出的速度、高度等信息不可避免存在一定的误差，距离 R_c

的测量也会有一定的误差,这些误差的存在会引起地面点 x, y 坐标的误差,这里对 x, y 坐标误差进行分析。由式(5)和式(6),可以得到地面坐标 x 和 y 对 v_1, v_2, h 以及 R_c 的各阶导数,从而可利用泰勒展开式进行误差分析。为简化分析,这里取一阶误差模型。设 y 和 x 对 v_1, v_2, h 以及 R_c 的一阶导数分别为 $y'_{v_1}, y'_{v_2}, y'_h, y'_{R_c}$ 和 $x'_{v_1}, x'_{v_2}, x'_h, x'_{R_c}$; v_1, v_2, h 以及 R_c 的误差分别用 $\Delta v_1, \Delta v_2, \Delta h$ 和 ΔR_c 表示, $\Delta x_{v_1}, \Delta x_{v_2}, \Delta x_h, \Delta x_{R_c}, \Delta y_{v_1}, \Delta y_{v_2}, \Delta y_h, \Delta y_{R_c}$ 分别表示由 $\Delta v_1, \Delta v_2, \Delta h$ 和 ΔR_c 引起的 x 和 y 误差,则有: $\Delta x_{v_1} \approx x'_{v_1} \cdot \Delta v_1$, $\Delta x_{v_2} \approx x'_{v_2} \cdot \Delta v_2$, $\Delta x_h \approx x'_h \cdot \Delta h$, $\Delta x_{R_c} \approx x'_{R_c} \cdot \Delta R_c$, $\Delta y_{v_1} \approx y'_{v_1} \cdot \Delta v_1$, $\Delta y_{v_2} \approx y'_{v_2} \cdot \Delta v_2$, $\Delta y_h \approx y'_h \cdot \Delta h$, $\Delta y_{R_c} \approx y'_{R_c} \cdot \Delta R_c$ 。总误差 Δx 和 Δy 可表示为

$$\Delta x = \Delta x_{v_1} + \Delta x_{v_2} + \Delta x_h + \Delta x_{R_c} \quad (7)$$

$$\Delta y = \Delta y_{v_1} + \Delta y_{v_2} + \Delta y_h + \Delta y_{R_c} \quad (8)$$

按最大可能的误差考虑,取各误差绝对值的和作为总的误差,用 Δx_{\max} 和 Δy_{\max} 表示,则有

$$\Delta x_{\max} = \text{abs}(\Delta x_{v_1}) + \text{abs}(\Delta x_{v_2}) + \text{abs}(\Delta x_h) + \text{abs}(\Delta x_{R_c}) \quad (9)$$

$$\Delta y_{\max} = \text{abs}(\Delta y_{v_1}) + \text{abs}(\Delta y_{v_2}) + \text{abs}(\Delta y_h) + \text{abs}(\Delta y_{R_c}) \quad (10)$$

把各误差量看成统计独立,则从统计的角度可得总的均方误差 Δx_{rms} 和 Δy_{rms} 为:

$$\Delta x_{\text{rms}} = \sqrt{(\Delta x_{v_1})^2 + (\Delta x_{v_2})^2 + (\Delta x_h)^2 + (\Delta x_{R_c})^2} \quad (11)$$

$$\Delta y_{\text{rms}} = \sqrt{(\Delta y_{v_1})^2 + (\Delta y_{v_2})^2 + (\Delta y_h)^2 + (\Delta y_{R_c})^2} \quad (12)$$

给定平台高度 h ,水平速度 v_1 和垂直速度 v_2 ,散射点在子孔径中心时刻到雷达的距离 R_c 以及各误差量 $\Delta v_1, \Delta v_2, \Delta h$ 和 ΔR_c 的数值,根据以上计算公式可以计算出 x, y 的各误差量。

设雷达在子孔径中心时刻时的坐标为 $(0, 0, 35000)$,地面点阵目标的坐标为 $(29000+(n-5) \times 200, -17500+(k-5) \times 100, 0)$,其中 $n=1 \sim 9, k=1 \sim 9$,单位为米。点阵代表地面 $1.6\text{km} \times 0.8\text{km}$ 的区域。点阵形成的矩形区域的4个顶点的坐标分别为 $A(28200, -17900, 0), B(28200, -17100, 0), C(29800, -17100, 0), D(29800, -17900, 0)$ 。根据式(5),式(6)可以得出这4个顶点在等效成像平面上的坐标 (R_c, f_a) 对应为 $A'(48380.26, -1889.79), B'(48090.02, 1901.20), C'(49045.39, 1864.16), D'(49330.01, -1853.41)$ 。这里各参数取值如下: $h=35000\text{m}, v_1=2000\text{m/s}, v_2=1000\text{m/s}$ 。

根据 A', B', C' 和 D' 给出的 R_c 和 f_a 的值以及以上参数的取值,可以得到在参数误差 $\Delta v_1 = \pm 3\text{m}, \Delta v_2 = \pm 3\text{m}, \Delta h = \pm 5\text{m}, \Delta R_c = \pm 5\text{m}$ 的情况下,经过几何校正后 A, B, C, D 4个对应点 A_1, B_1, C_1 和 D_1 的坐标相对于 A, B, C, D 坐标的最大偏差分别为 $(66.71, 81.89), (63.66, 80.69), (60.39, 80.69)$ 和 $(63.29, 81.89)$;均方偏差分别为 $(39.18, 59.02), (37.26, 58.48), (35.28, 58.48)$ 和 $(37.11, 59.02)$,其示意图如图4所示。 A, B, C, D 以及 A_1, B_1, C_1 和 D_1 构成的四边形的示意图如图4所示,四边形 A_1, B_1, C_1, D_1 相对于 $ABCD$ 有

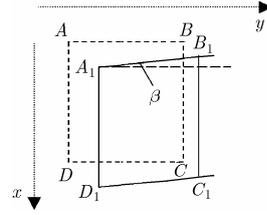


图4 几何失真示意图

微小的几何失真(图4中为便于说明对 A_1, B_1, C_1, D_1 的失真进行了夸张)。

参考文献[4],利用相对比例误差和相对变形误差来表示几何失真;相对比例误差是在图像中表达的距离和实际距离之间的相对误差;相对变形误差是图像中表示的角度和真实角度之间的误差。由计算出的偏差值可以知道,四边形 A_1, B_1, C_1, D_1 接近一个平行四边形,且 A_1D_1 和 B_1C_1 与 AD 和 BC 几乎平行, A_1B_1 与 AB 之间有一定的倾角(如图4中的 β ,这里称其为扭曲角)。以上面的最大偏差计算, $A_1D_1 = 1596.58\text{m}, B_1C_1 = 1596.73\text{m}$,与实际距离的差值分别是 3.42m 和 3.27m ; A_1D_1 与 B_1C_1 间的间距为 798.80m , A_1 点与 B_1 点的 x 坐标之差为 3.05m , A_1B_1 和 C_1D_1 的长度近视为 798.81m ,与实际距离的差值为 1.19m 。因此 A_1D_1 相对于 AD 的相对偏差为 $\delta_{AD_max} = |A_1D_1 - AD|/AD \approx 0.21\%$, A_1B_1 相对于 AB 的相对偏差为 $\delta_{AB_max} = |A_1B_1 - AB|/AB \approx 0.15\%$, A_1B_1 与 AB 之间的扭曲角 $\beta_{max} \approx 0.22^\circ$ 。若按均方误差计算,则得 $\delta_{AD_rms} \approx 0.13\%, \delta_{AB_rms} \approx 0.07\%, \beta_{rms} \approx 0.14^\circ$ 。

若误差 $\Delta v_1, \Delta v_2, \Delta h$ 和 ΔR_c 增加或减小,则上面的相对误差以及扭曲角度也相应地增加或减小。

值得说明的是,实际中由于 $\Delta x_{v_1}, \Delta y_{v_1}$ 等的数值通常有正有负,总的误差求和中正负误差量可以相互抵消一部分,因此实际中四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 相对于 $ABCD$ 的位置偏移和几何失真都比上面给出的最大偏差要小。例如,取 $\Delta v_1 = 3\text{m}, \Delta v_2 = 3\text{m}, \Delta h = 5\text{m}, \Delta R_c = 5\text{m}$,经计算可得 $A_1B_1C_1D_1$ 相对于 $ABCD$ 的平均整体偏移为 $(-15.03, -28.75)$, $\delta_{AD_rms} \approx 0.06\%, \delta_{AB_rms} \approx 0.14\%, \beta_{rms} \approx 0.01^\circ$ 。

取地面点阵坐标为 $(29000+(n-5) \times 200, (k-5) \times 100, 0)$, $n=1 \sim 9, k=1 \sim 9$,单位为米,根据计算可以得出相似的结果。

因此可以得出如下结论:在 v_1, v_2, h 以及 R_c 存在上面所给误差的情况下,经成像和几何校正后,图像有一定的整体偏移和几何失真;整体偏移量在距离向不超过 67m ,在方位向不超过 82m ;就几何失真而言,图像尺寸相对误差不超过 0.21% ,扭曲的角度不超过 0.22° ,因此图像的相对几何失真误差以及扭曲的角度都很小,在图像的几何尺寸不大且分辨率不是很高时,几何失真误差可以忽略。在上面的4个误差量中,速度误差的影响要大于高度和斜距误差的影响,其中以垂直速度误差的影响最显著。

5 几何失真校正误差的仿真试验

5.1 输入参数

(1)系统参数 发射信号带宽 100MHz ,发射脉宽 $10\mu\text{s}$,采

样率 120MHz, PRF 为 10000Hz, 发射波长为 0.0175m。

(2)子孔径中心时刻平台及其它参数 平台高度 35km, 水平向速度 2000m/s, 竖直向速度-1000m/s, 成像带与飞行路径在地面的投影距离为 29km。

5.2 点阵目标的仿真

(1)坐标系建立 设雷达在子孔径中心时刻时的坐标为 $(0, 0, 35000)$, 地面点阵目标的坐标为 $(29000+(n-5)\times 200, -17500+(k-5)\times 100, 0)$, 其中 $n=1\sim 9, k=1\sim 9$, 坐标单位为米, 点阵代表地面 $1.6\text{km}\times 0.8\text{km}$ 的区域。

(2)无误差情况下成像模拟结果 根据上面参数进行点阵目标的回波模拟, 并采用 RD 算法进行成像处理, 结果如图 5 所示。图中距离向每个单元代表的距离为 1.25m, 方位向成像时采用去调频处理, 即方位时域信号与参考时域信号共轭相乘后进行 FFT 处理, 此时方位向代表的是频率, 每单位间隔代表的频率为 $(10000/1024)\text{Hz}$ 。根据式(5)和式(6)对图像进行几何校正, 并对 SAR 图像进行重采样, 得到几何校正后的结果如图 6 所示。这里说明一下, 图 5 是斜距平面图像, 距离向表示斜距, 而图 6 是地平面图像, 距离向表示地距。图 6 中像元间代表 2m, 选取校正后的图像大小距离向 2048 点, 方位向 1024 点, 并且取图像距离像第 1 个像元代表的地面 x 向坐标为 28000m, 图像方位向中心位置(第 513 点)代表地面 y 向坐标为 -17500m, 即校正后的图像在以孔径中心时间时天线所在位置在地面上的投影为原点, 飞行方向在地面上的投影为 y 方向建立的坐标系下, 图像坐标可以表示为 $(28000+(n-1)\times 2\text{m}, -17500+(k-513)\times 2\text{m}, 0)$, 仿真结果与地面设定的场景完全一致;

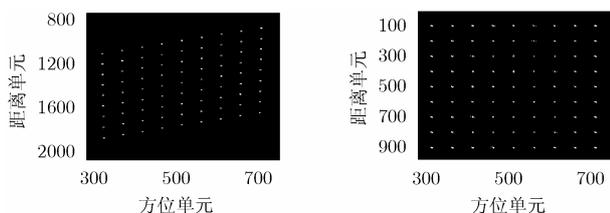


图 5 SAR 几何校正前图像 图 6 SAR 几何校正后图像

(3)有误差情况下成像模拟结果 取误差 $\Delta v_1 = +3\text{m}$, $\Delta v_2 = +3\text{m}$, $\Delta h = +5\text{m}$, $\Delta R_c = +5\text{m}$, 经成像和几何校正后的图像如图 7, 图 8 和图 9 分别是点阵第 1 列距离向的响应和点阵第 1 行方位向的响应。从图 7 可以看出, 在有上述误差情况下, 图像的几何变形误差很小, 而从图 7 和图 6 的比较可以看出, 点阵图像在有误差的情况下相对于无误差时有一定的整体移动。

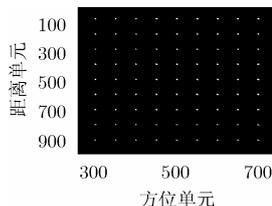


图 7 有误差情况下经几何校正后的 SAR 图像

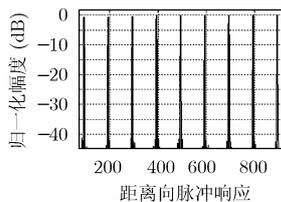


图 8 图 7 中点阵第 1 列距离向的响应

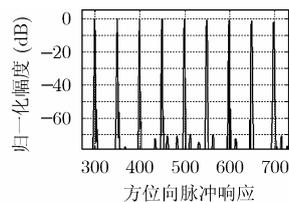


图 9 图 7 中点阵第 1 行方位向的响应

根据对有误差和无误差两种情况下成像结果的细致比较和分析, 可知图像的几何变形可以忽略, 点阵图像在距离向的移动约为 -15m, 方位向的移动约为 -28m, 从成像仿真获得的结果与前面的误差分析的结果一致, 说明前面的误差分析是正确的。

6 结束语

本文根据成像的几何关系, 引入等效成像平面概念, 结合 RD 成像算法, 给出了几何失真校正的数学模型, 并重点对图像几何失真的校正误差进行了分析, 得出了一般性的结论, 通过对点阵目标的成像仿真试验, 验证了几何校正方法及误差分析的正确性。

参考文献

- [1] 邹维宝, 任思聪, 李志林. 合成孔径雷达在飞行器组合导航系统中的应用. 航天控制, 2002, (1): 71-81.
- [2] 张澄波. 综合孔径雷达原理-系统分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 1989: 1-12, 538-603.
- [3] 刘永坦等. 雷达成像技术[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1999: 1-15.
- [4] Curlander J C and McDonough R N. Synthetic Aperture Radar System and Signal Processing. New York: John Wiley & Sons Inc., 1991: 1-22.
- [5] 燕英, 周荫清, 李春升, 许丽香. 弹载合成孔径雷达成像处理及定位误差分析. 电子与信息学报, 2002, 24(12): 1932-1938. Yan Ying, Zhou Yin-qing, and Li Chun-sheng, et al. Missile-borne SAR imaging and error analysis of positioning. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2002, 24(12): 1932-1938.
- [6] 俞根苗, 尚勇, 邓海涛, 张长耀, 葛家龙, 吴顺君. 弹载侧视 SAR 信号分析及成像研究. 电子学报, 2005, 33(5): 778-782. Yu Gen-miao, Shang Yong, and Deng Hai-tao, et al. Signal analysis and imaging processing of missile-borne side-looking SAR. *Acta Electronica Sinica*, 2005, 33(5): 778-782.
- [7] 魏钟铨等著. 合成孔径雷达卫星[M]. 北京: 科学出版社, 2001:153-185.

俞根苗: 男, 1964 年生, 高级工程师, 在职博士生, 从事雷达信号处理、SAR 系统及成像处理方面的研究工作。

邓海涛: 男, 1979 年生, 工程师, 从事高分辨率 SAR 成像及活动目标检测处理工作。

吴顺君: 男, 1942 年生, 教授, 博士生导师, 现任雷达信号处理国家重点实验室主任, 主要研究领域为雷达系统分析建模与仿真、信号处理与检测、高速实时信号处理等、发表论文 80 余篇, 出版著作 4 部。